

Вычислите:

$$\sqrt{144}$$

$$\sqrt{6,25}$$

$$\sqrt{\frac{64}{256}}$$

$$\sqrt{-900}$$

# *Мнимая единица*



$i$  – начальная буква французского слова  
*imaginaire* – «МНИМЫЙ»

Например,

$$\begin{aligned}\sqrt{-36} &= \sqrt{36 \cdot (-1)} = \\ &= \sqrt{36} \cdot \sqrt{-1} = 6i\end{aligned}$$

Вычислите:

$$\sqrt{-900}$$

$$\sqrt{-\frac{1}{4}}$$

$$\sqrt{-12,25}$$

$$i^1 = i \quad i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 i = (-1)i = -i$$

$$i^4 = i^3 i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$$

$$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = i^2 = -1$$

$$i^7 = i^6 \cdot i = (-1) \cdot i = -i$$

$$i^8 = i^7 \cdot i = -i \cdot i = 1$$

*Значения степеней числа  $i$   
повторяются с периодом,  
равным 4.*

Найдем:

$$i^{28} ; i^{33} ; i^{135} .$$

*Решение.*

$$i, -1, -i, 1,$$

$i, -1, -i, 1$  и т. д.

Имеем,  $28 = 4 \times 7$  (нет остатка);

$$33 = 4 \times 8 + 1;$$

$$135 = 4 \times 33 + 3.$$

Соответственно получим

$$i^{28} = 1; i^{33} = i; i^{135} = -i.$$

**Вычислите:**

$$i^{66}$$

$$i^{-143}$$

$$i^{216}$$

$$i^{43} + i^{48} + i^{44}$$

$$(i^{13} + i^{14} + i^{15}) \cdot i^{32}$$

# Комплексные числа

Определение 1. Числа вида  $a + bi$ ,

где  $a$  и  $b$  – действительные числа,

$i$  – мнимая единица,

называются **КОМПЛЕКСНЫМИ**.

$a$  – действительная часть комплексного числа,

$bi$  – мнимая часть комплексного числа,

$b$  – коэффициентом при мнимой части.



## **VII в.н.э.-**

*квадратный корень из  
положительного числа  
имеет два значения –  
положительное и  
отрицательное,  
а из отрицательных чисел  
квадратные корни извлечь  
нельзя:  
нет такого числа  $x$ , чтобы  
 $x^2 = -9$ .*

# **В XVI веке**

*в связи с изучением  
кубических уравнений  
оказалось необходимым  
извлекать квадратные корни  
из отрицательных чисел.*

*Первым учёным,  
предложившим ввести  
числа новой природы,  
был **Джордж Кордано**.*



*Он предложил*

$$\sqrt{-a} \cdot \sqrt{-a} = a$$

*Кордано назвал такие величины  
“чисто отрицательными” или даже  
“софистически отрицательными”,  
считая их бесполезными и  
стремился не применять их.*

**в 1572  
году**



*итальянский учёный  
Бомбелли*

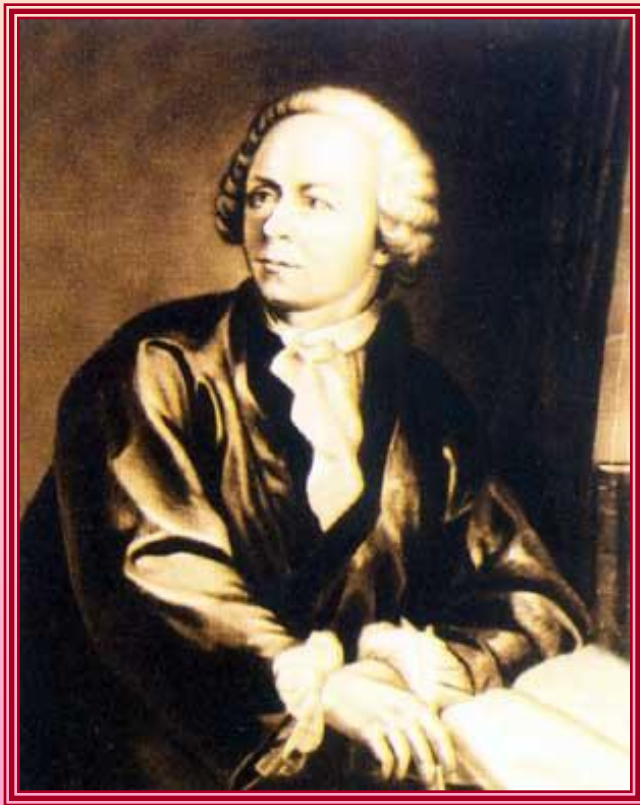
*выпустил книгу, в которой были  
установлены первые правила  
арифметических операций над  
комплексными числами,  
вплоть до извлечения из них  
кубических корней.*

**в 1637  
году**



*Название  
“мнимые числа”  
ввёл французский  
математик и философ  
Р. Декарт*

**в 1777  
году**



*один из крупнейших  
математиков  
XVIII века –*

***Л. Эйлер***

*предложил использовать  
первую букву  
французского слова  
***imaginaire*** (мнимый)  
для обозначения*

***В настоящее время***

***КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА***

***используются***

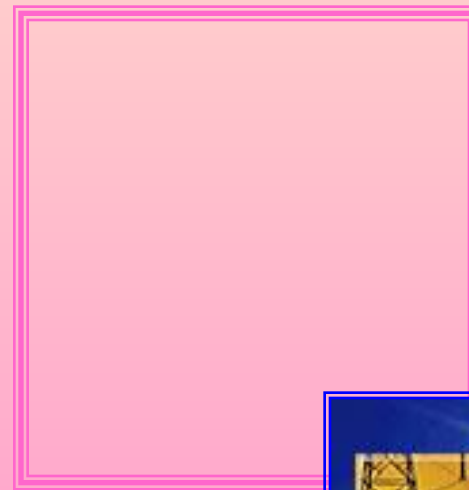
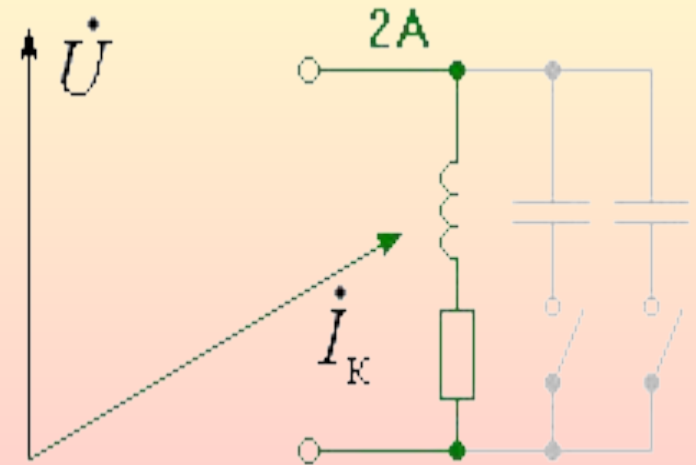
***в математике***

***гораздо шире, чем***

***действительные***



**Комплексные  
числа имеют  
прикладное значение  
во многих областях  
науки, являются  
основным аппаратом  
для расчетов  
в электротехнике и  
связи.**





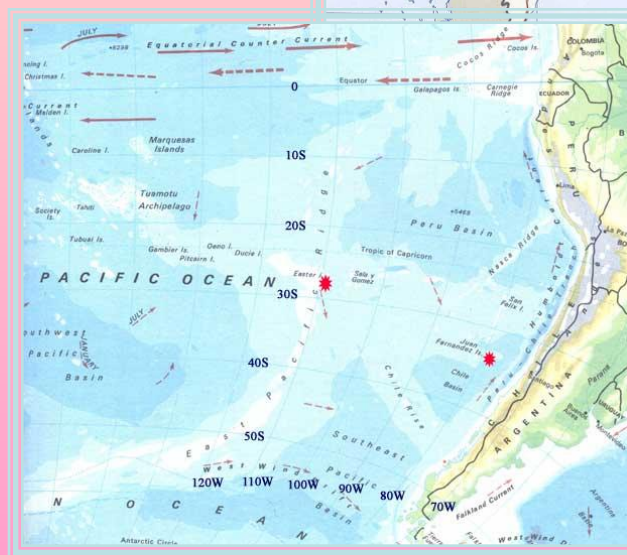


*Применяются  
при  
конструировании*

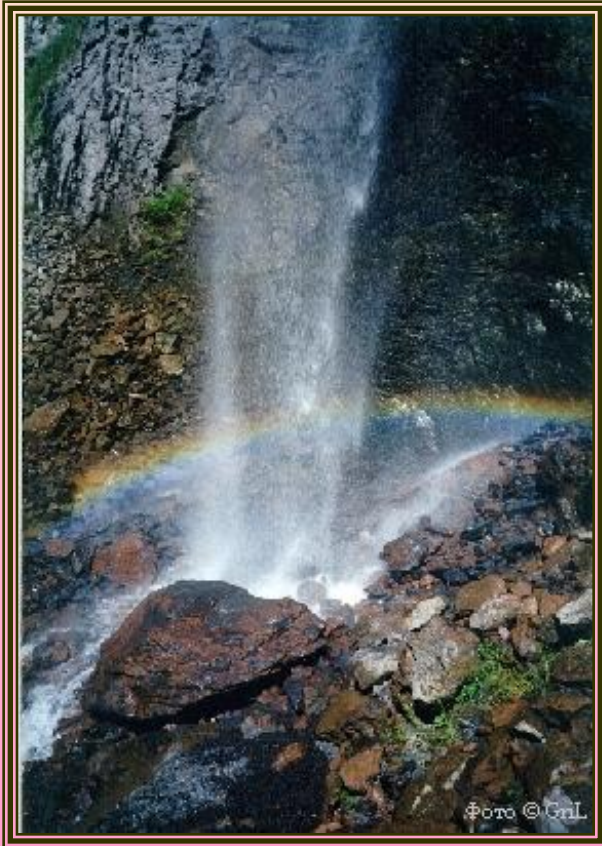


*ракет и самолетов*

# При вычерчивании географических карт



*В исследовании*



*течения воды,  
а также  
во многих  
других науках.*

## Определение 2.

$a + bi = c + di$ , если

$a = c$  и  $b = d$ .

## **Пример .**

*Найти  $x$  и  $y$  из равенства:*

$$3y + 5xi = 15 - 7i;$$

**Решение.**

Согласно условию равенства

КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ ИМЕЕМ

$$3y = 15, 5x = -7.$$

Отсюда

$$x = -\frac{7}{5}, y = 5.$$

## ***Сложение***

$$(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$$

## ***Вычитание***

$$(a+bi) - (c+di) = (a-c) + (b-d)i$$

**Выполните действия:**

$$z_1 = 2 + 3i, z_2 = 5 - 7i.$$

Найти: а)  $z_1 + z_2$ ; б)  $z_1 - z_2$ ;

**Решение.**

$$\begin{aligned} \text{а) } z_1 + z_2 &= (2 + 3i) + (5 - 7i) = \\ &= (2 + 5) + (3i - 7i) = 7 - 4i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } z_1 - z_2 &= (2 + 3i) - (5 - 7i) = \\ &= (2 - 5) + (3i + 7i) = -3 + 10i; \end{aligned}$$

## **Умножение**

$$(a+bi)(c+di) =$$

$$= ac + adi + bci + bdi^2 =$$

$$= (ac-bd) + (ad+bc)i$$



***Выполните действия:***

$$(2 + 3i)(5 - 7i) =$$

$$= (10 + 21) + (-14 + 15)i = 31 + i$$

$$(5 + 3i)(5 - 3i) = 25 - 9i^2 = 34$$

$$(2 - 7i)^2 = 4 - 28i + 49i^2 = -45 - 28i$$

$$25m^2 + 16 = 25m^2 - 16i^2 = \\ = (5m - 4i)(5m + 4i)$$

### ***Определение 3.***

Два комплексных числа называются *сопряженными*, если они отличаются друг от друга только знаками перед мнимой частью.

$$z_1 = a + bi \quad \text{и} \quad z_2 = a - bi$$

## *Деление*

$$\frac{2 + 3i}{5 - 7i} = \frac{2 + 3i}{5 - 7i} \cdot \frac{5 + 7i}{5 + 7i}$$

$$= \frac{-11 + 29i}{74} = \boxed{-\frac{11}{74} + \frac{29}{74}i}$$

***Выполните действия:***

$$\frac{(2 + 3i) + (4 - i)}{1 - i} + 4i^{27}$$

$$\frac{6 + 2i}{1 - i} \cdot \frac{1 + i}{1 + i} - 4i = \frac{4 + 8i}{2} - 4i =$$
$$= 2$$

## ***Домашняя работа***

1)  $(i^{63} + i^{17} + i^{13} + i^{82})(i^{72} - i^{34});$

2) Найти  $x$  и  $y$  из равенства:

$$(2x + 3y) + (x - y)i = 7 + 6i.$$

3)  $\frac{6 + 2i}{3 - 7i} - \frac{2 + 3i}{2 + 5i} + (1 - i)^3 - i^{123}$