



**УМК: А.Г. Мерзляк и  
др.**

**9 класс**

# Начальные сведения по СТЕРЕОМЕТРИИ

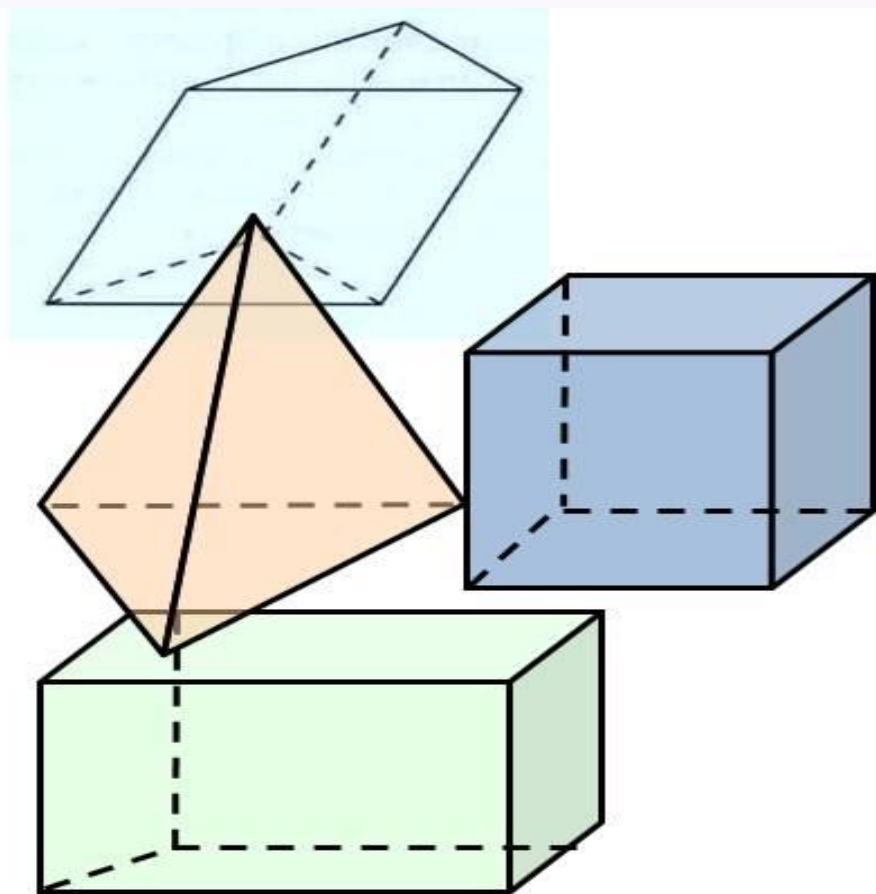
*Разработано учителем математики  
МОУ «СОШ» п. Аджером  
Корткеросского района Республики  
Коми*

# Определение

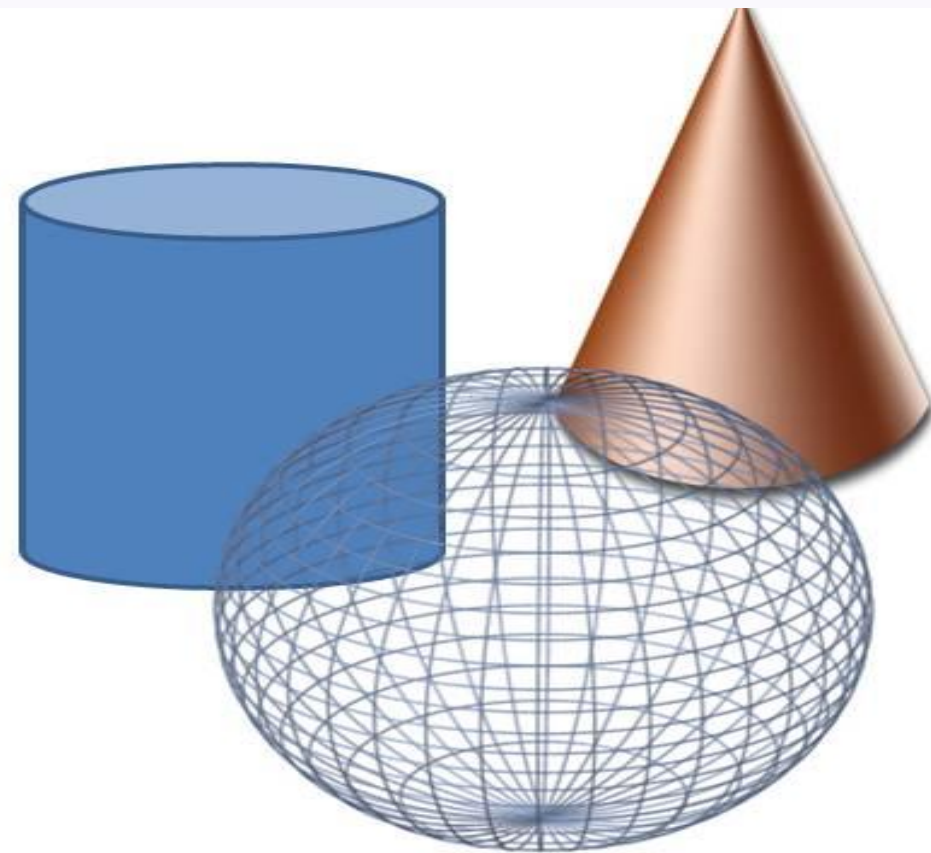
**Стереометрия** – это раздел геометрии, изучающий свойства фигур в пространстве.



# Геометрические тела делятся на

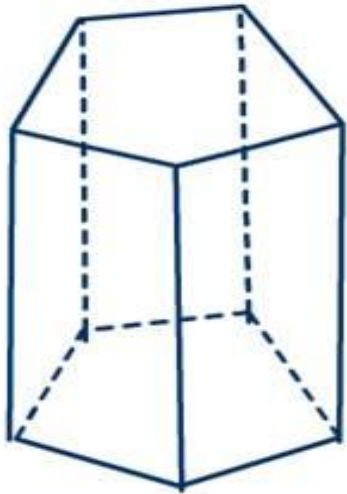


**Многогранники**



**Круглые тела**

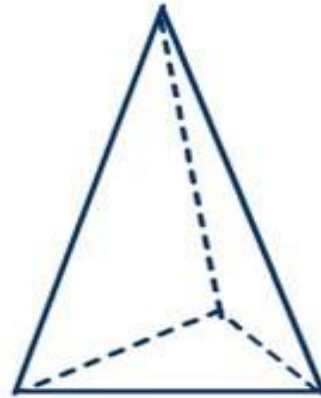
# Условные изображения пространственных фигур



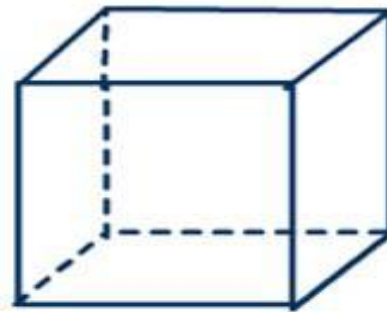
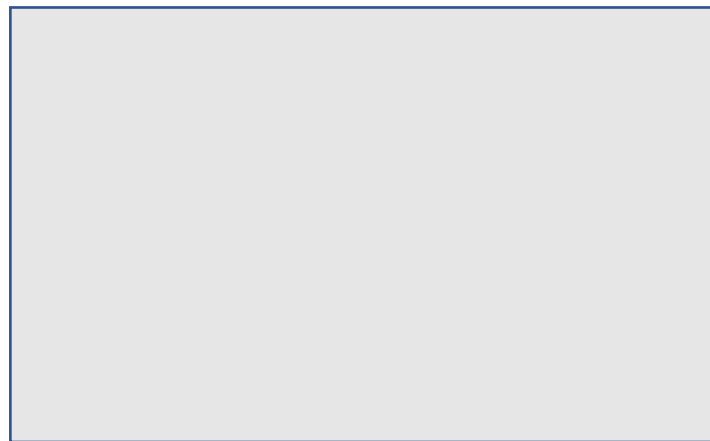
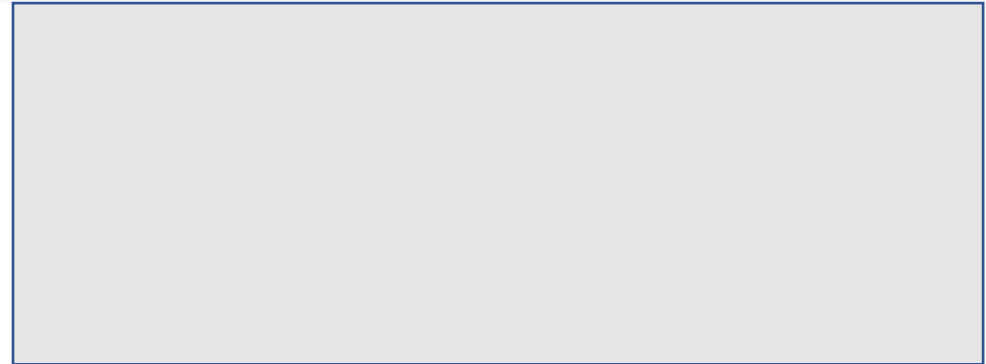
Призма



Конус



Пирамида



Куб



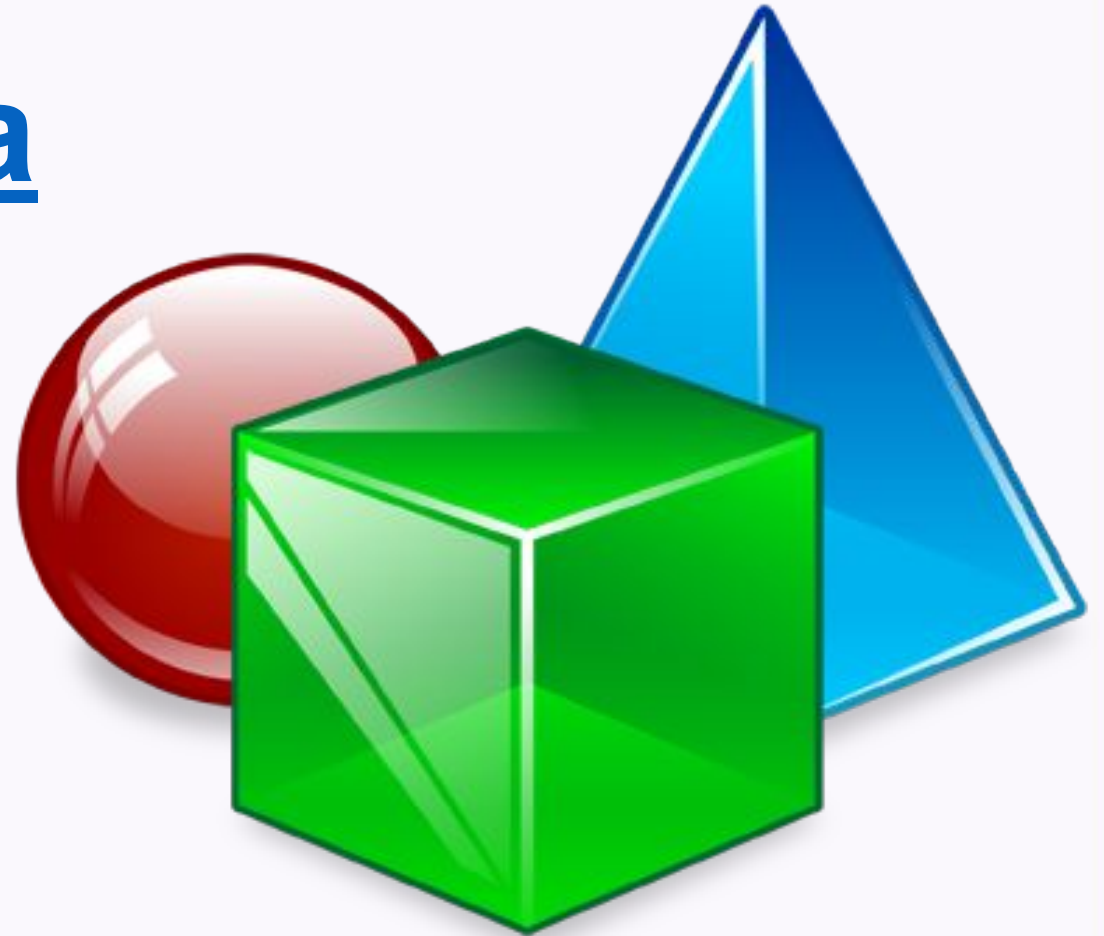
Шар

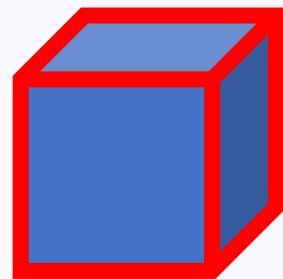


Цилиндр

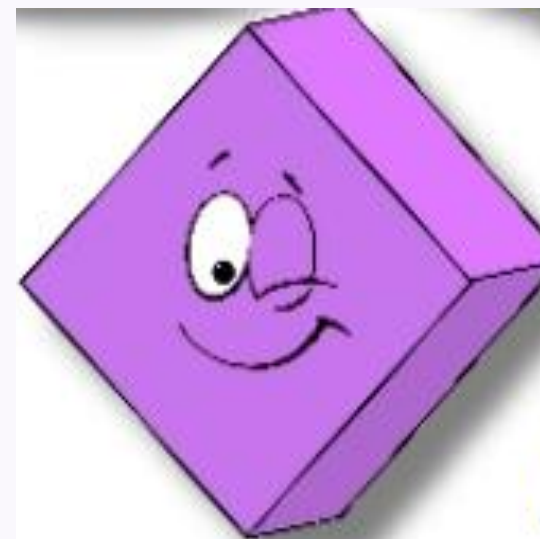
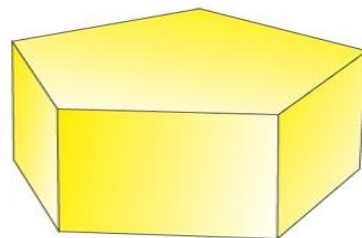
# Рассмотрим более подробно

- Прямая призма
- Пирамида
- Цилиндр
- Конус
- Шар

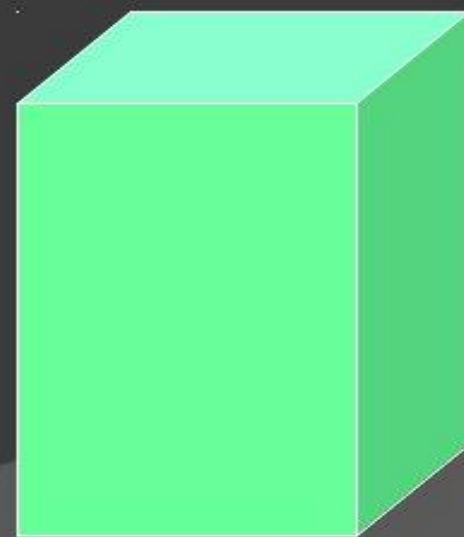
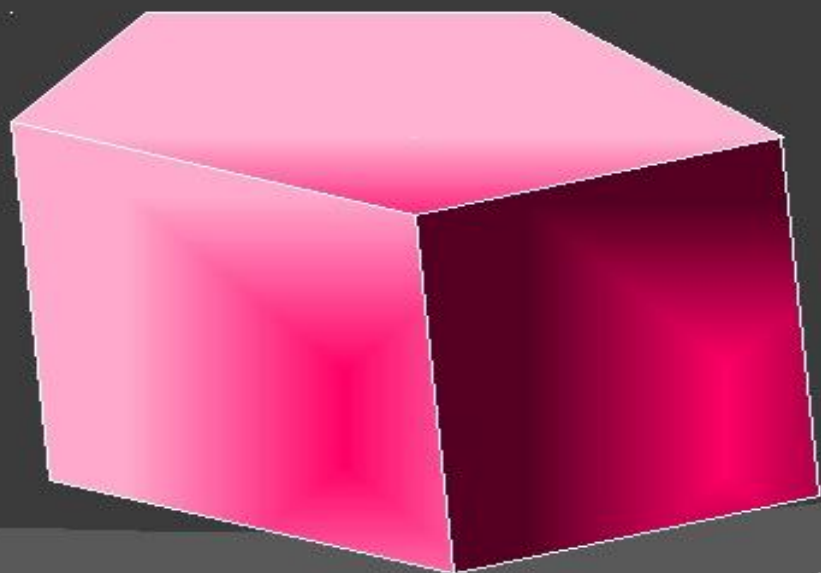
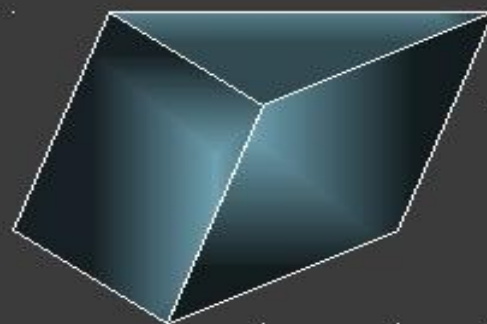




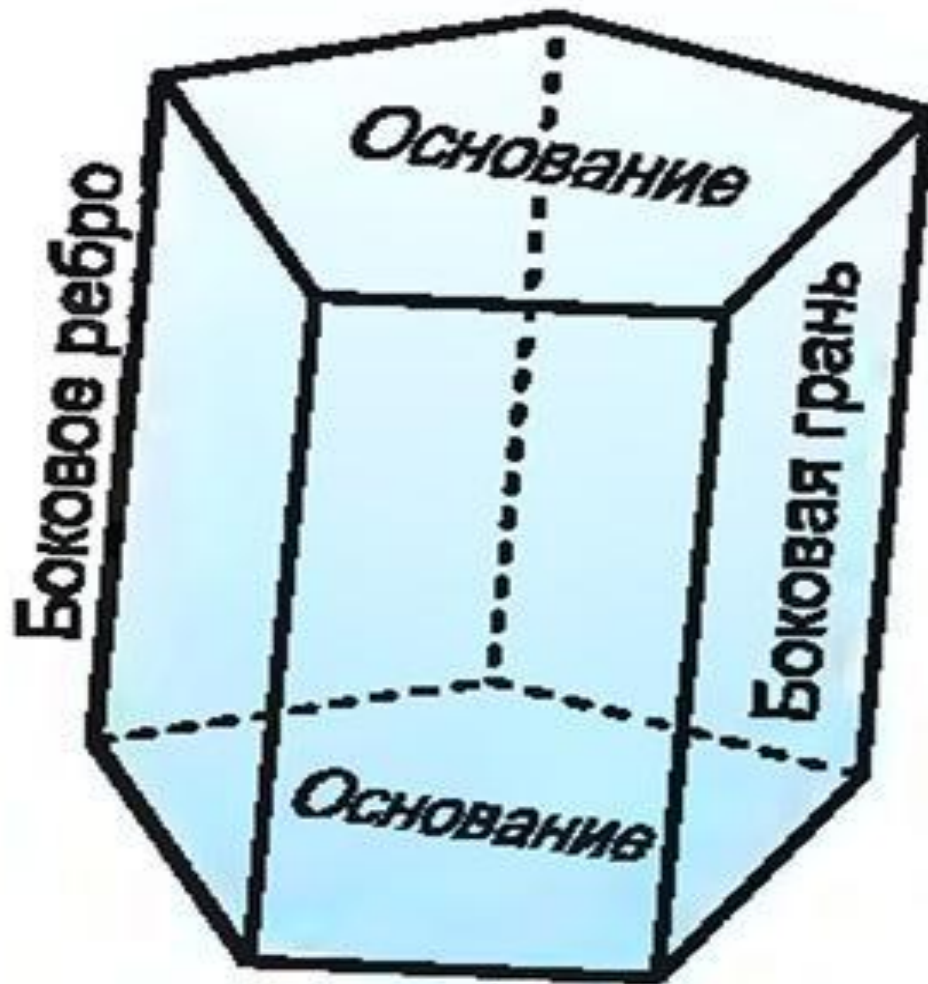
# Призма



# Различные виды призм.



# Элементы призмы



ребро

основания

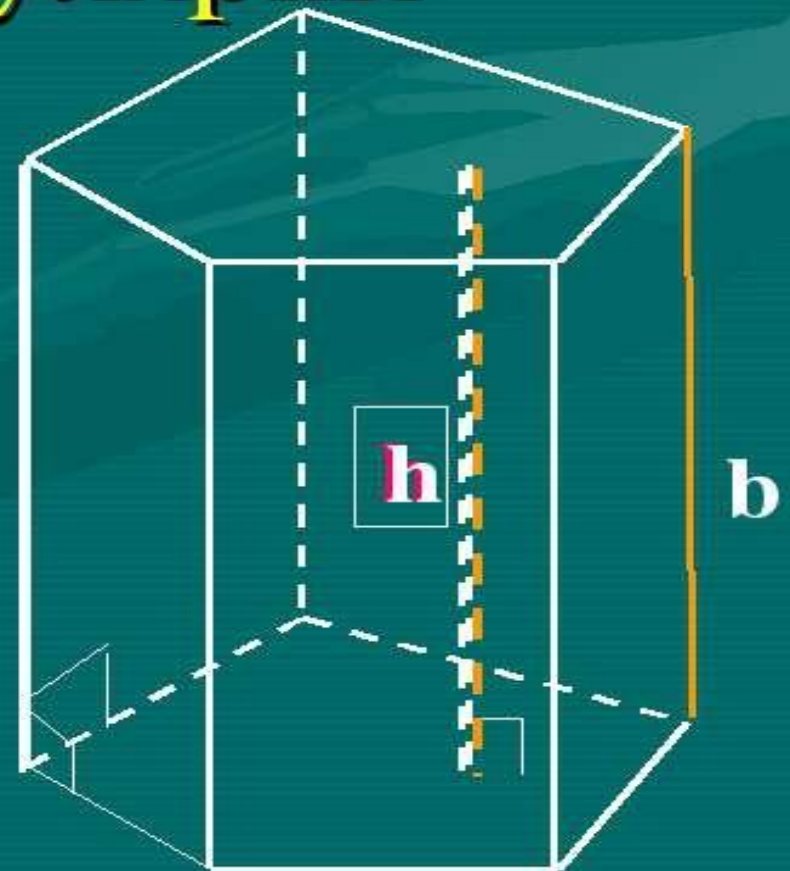
## Свойства призмы:

- Основания – равные многоугольники
- Все боковые грани равны
- Все боковые рёбра равны и параллельны

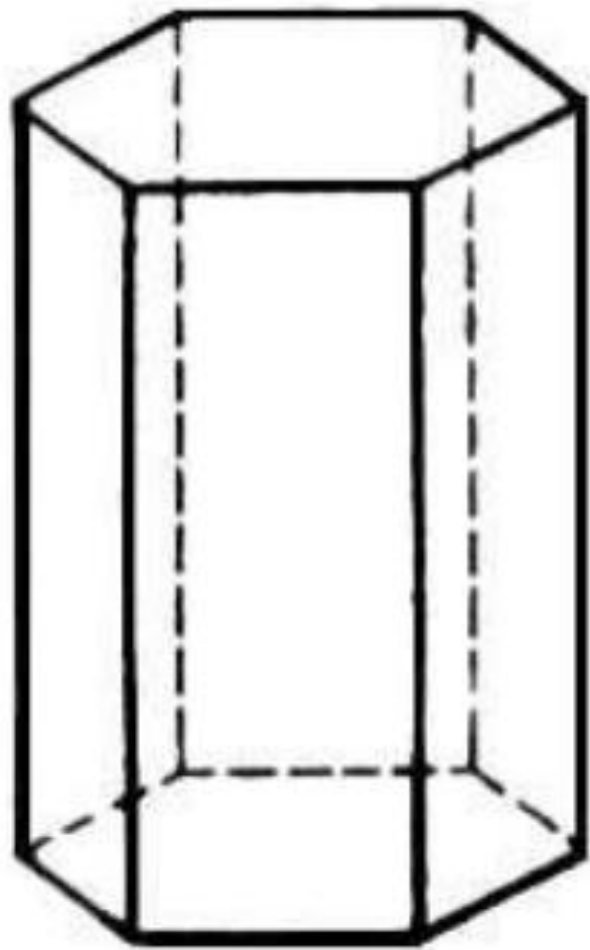


# Прямая призма

- - это призма, боковые рёбра которой перпендикулярны основанию
- Её высота равна боковому ребру



# Прямая призма

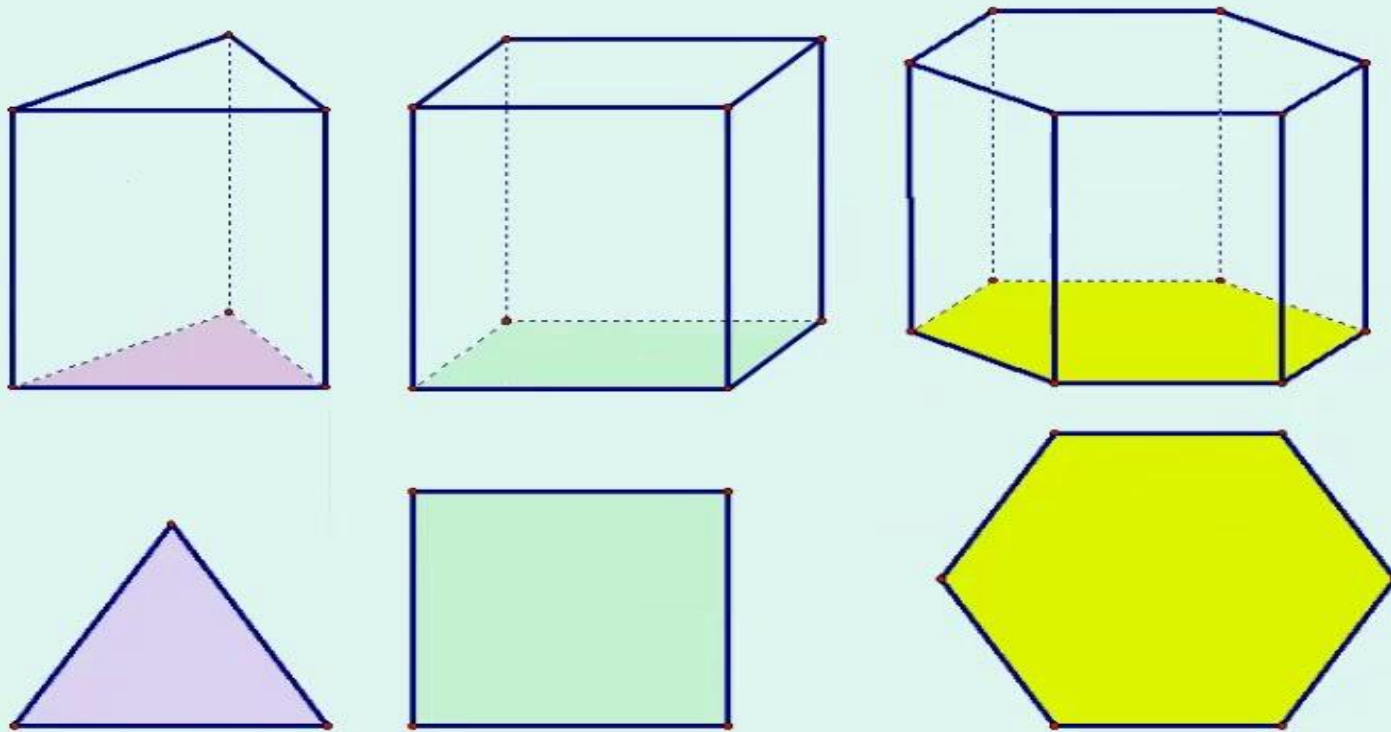


## Свойства

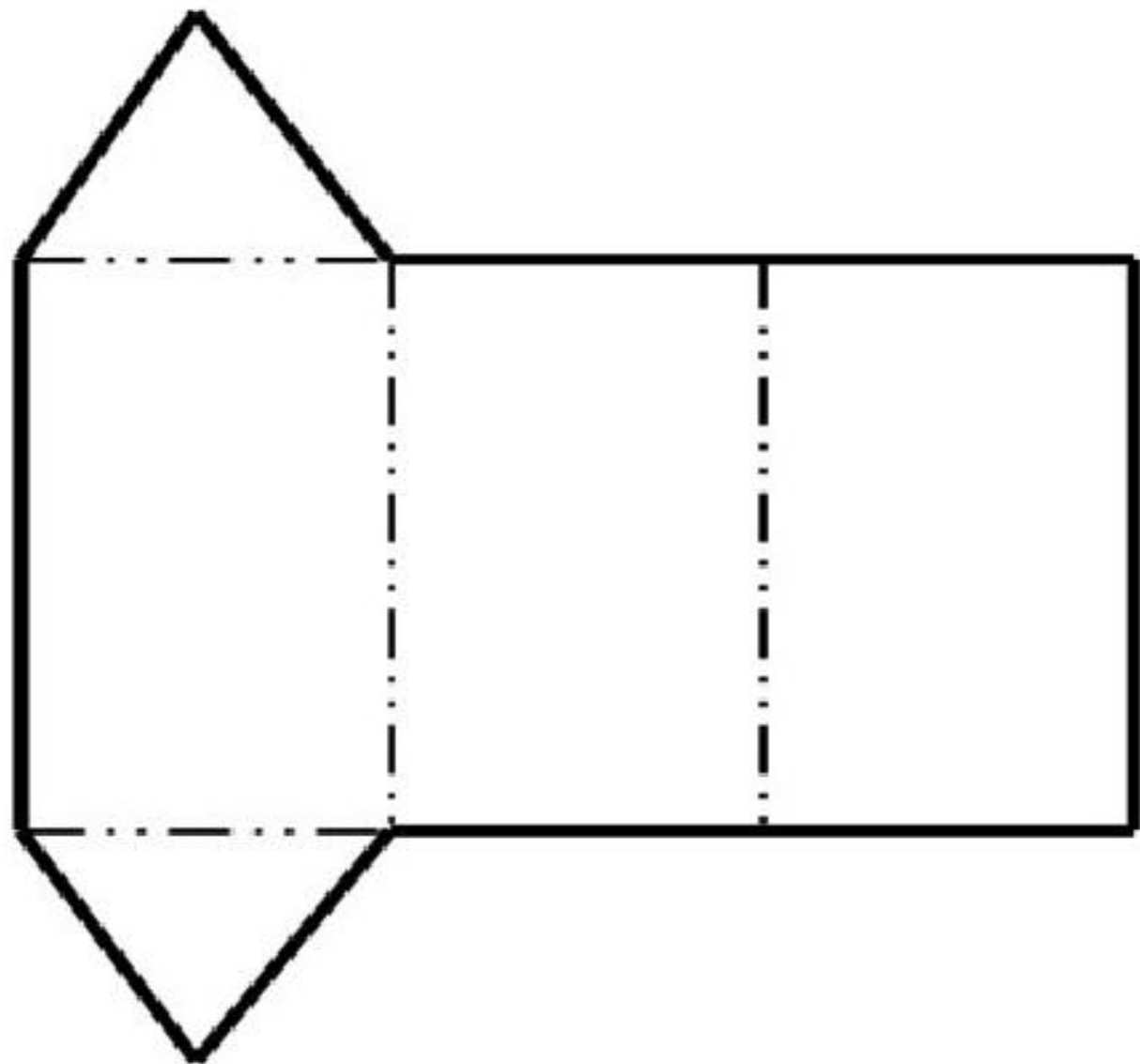
1. Боковые грани – прямоугольники.
2. Высота равна боковому ребру.

# Прямая призма

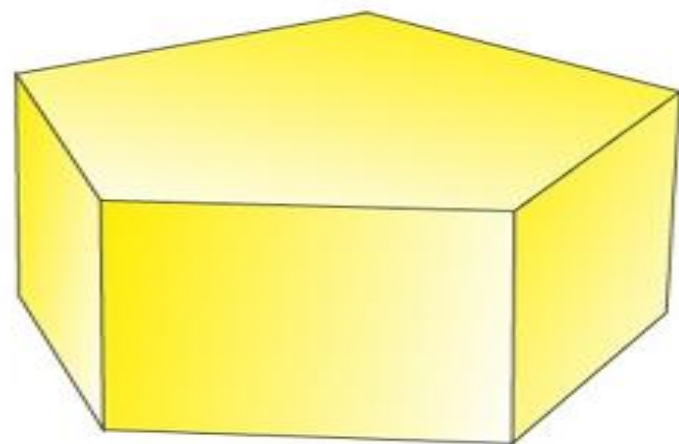
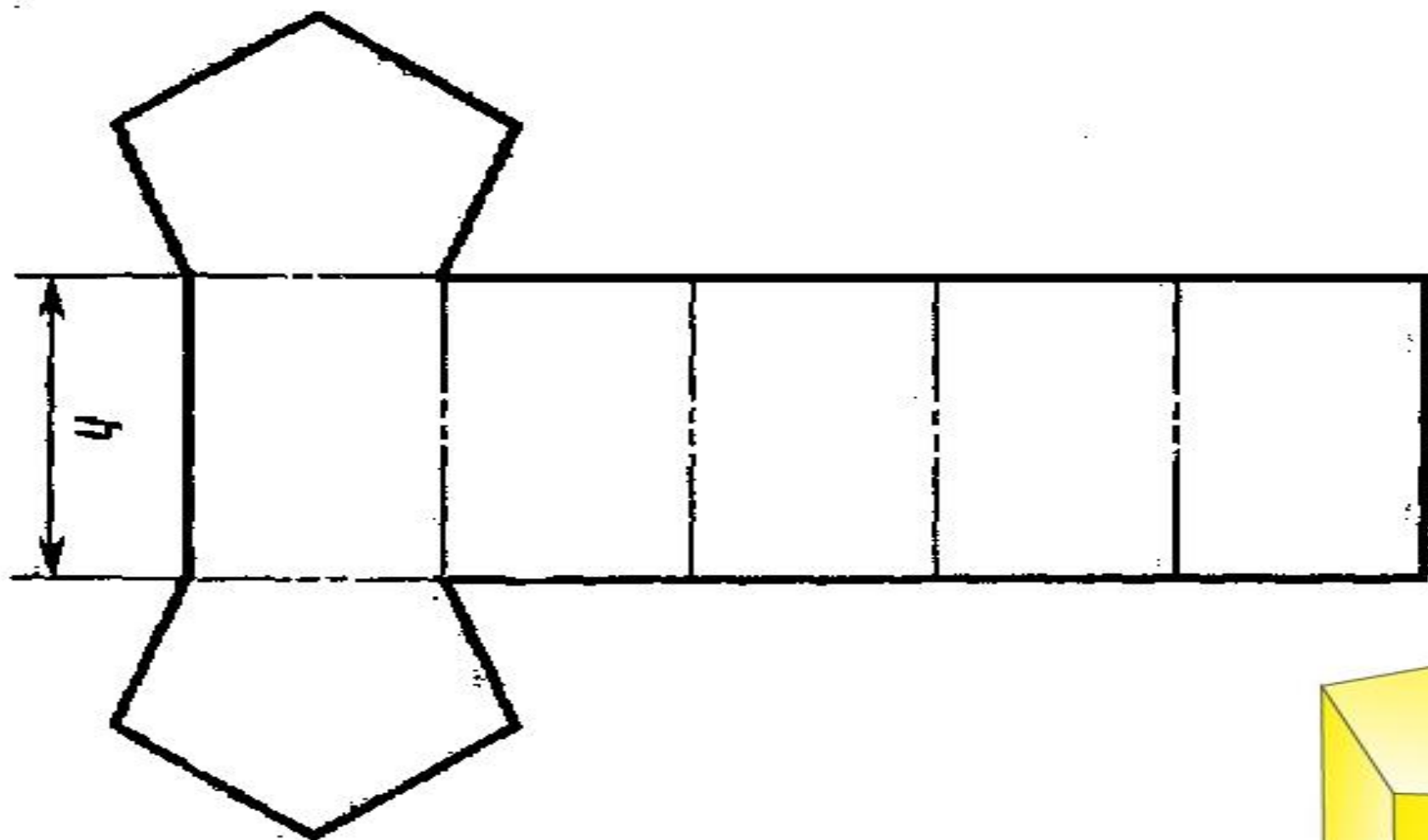
## *Правильные призмы*



# Развертка трехгранной призмы



# Развертка пятигранной призмы

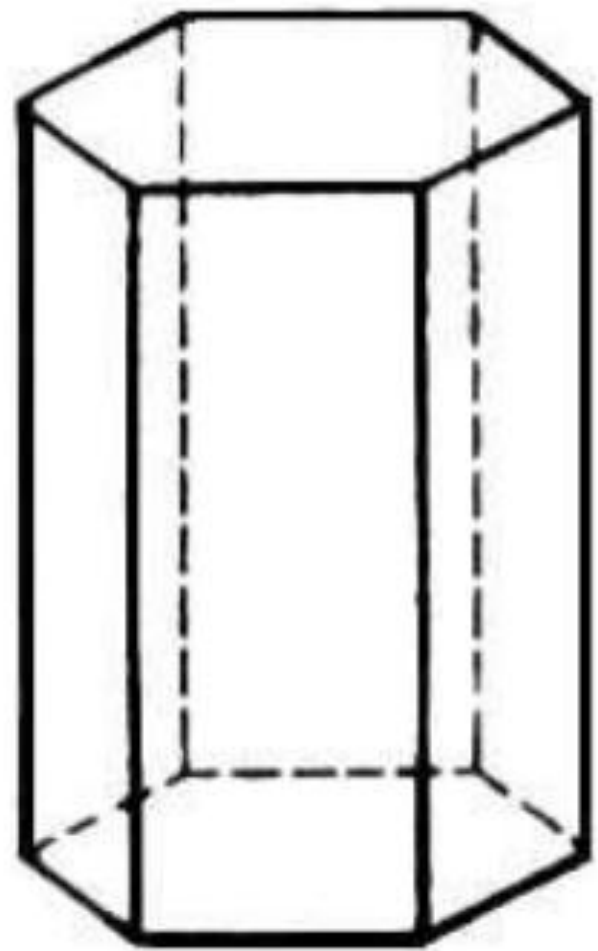


# Основные формулы

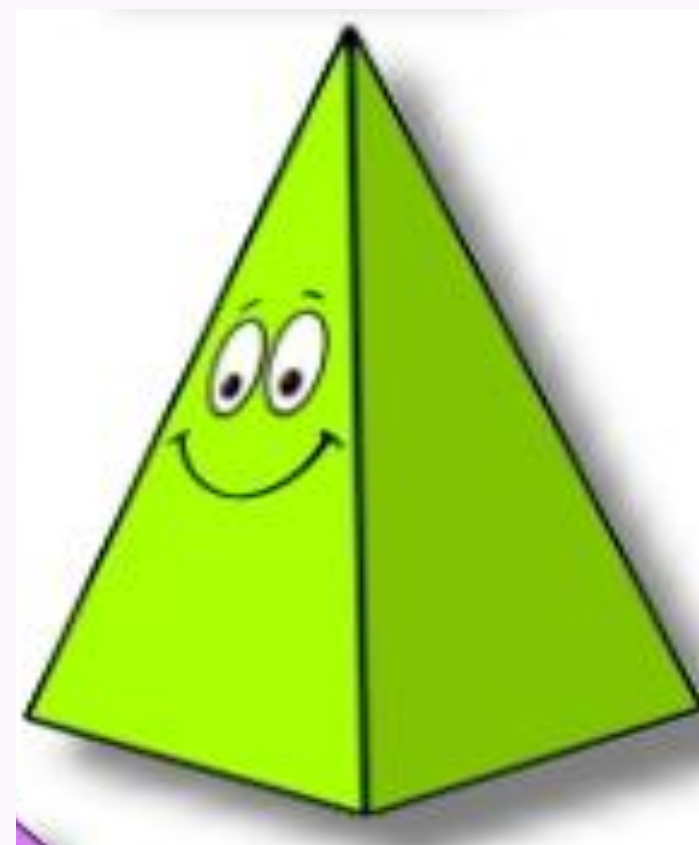
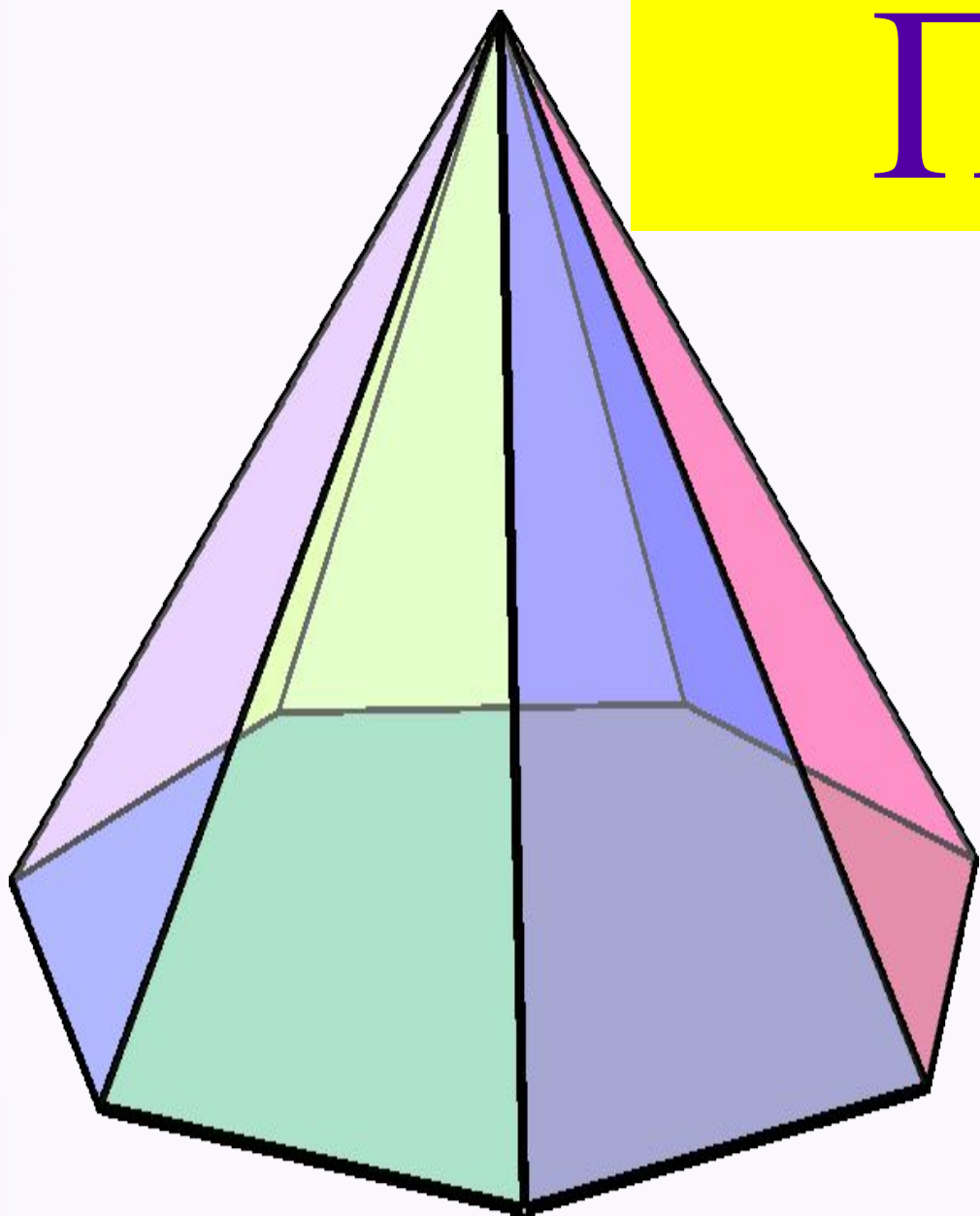
$$S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$$

$$S_{\text{пол}} = S_{\text{бок}} + 2S_{\text{осн}}$$

$$V = S_{\text{осн}} \cdot H$$

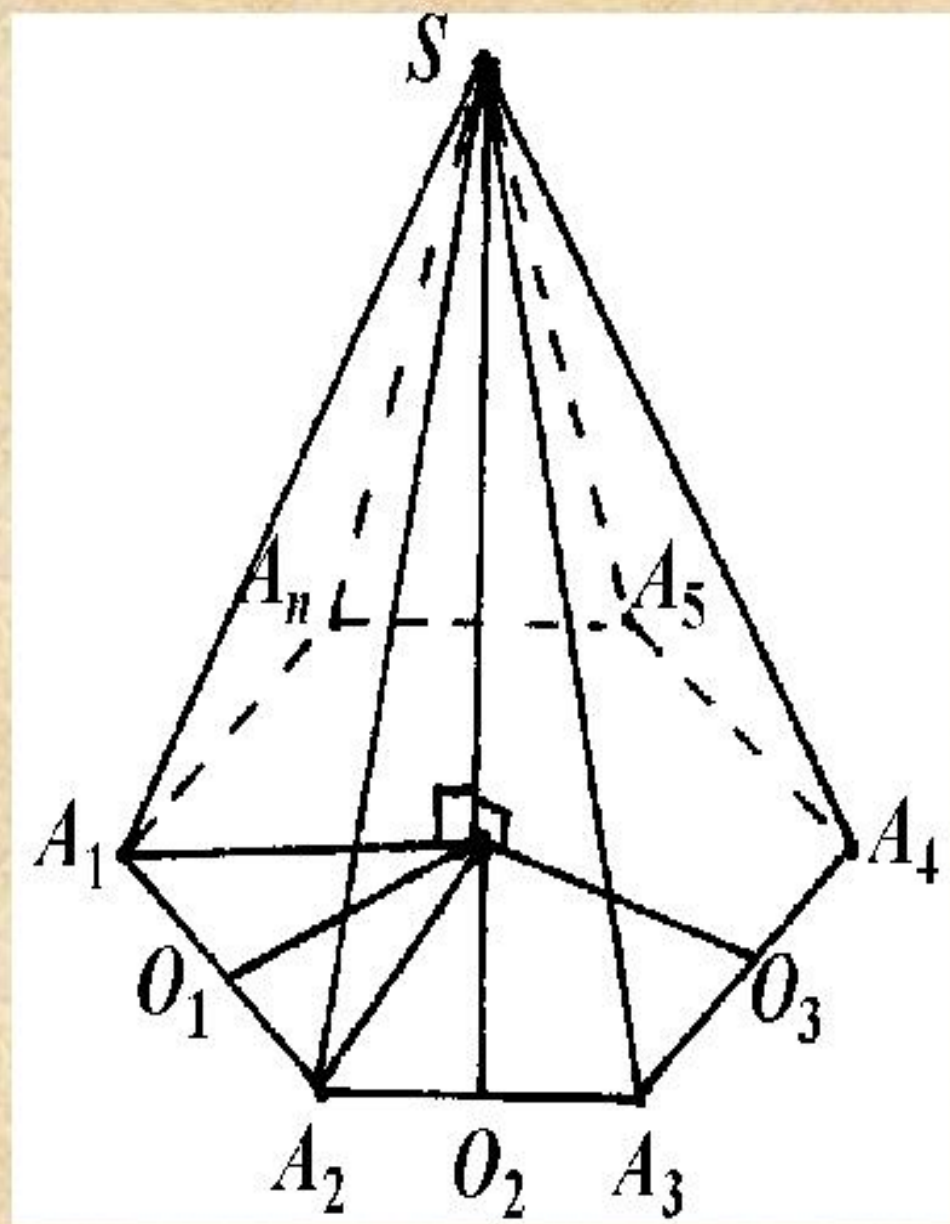


# Пирамида



# Определение.

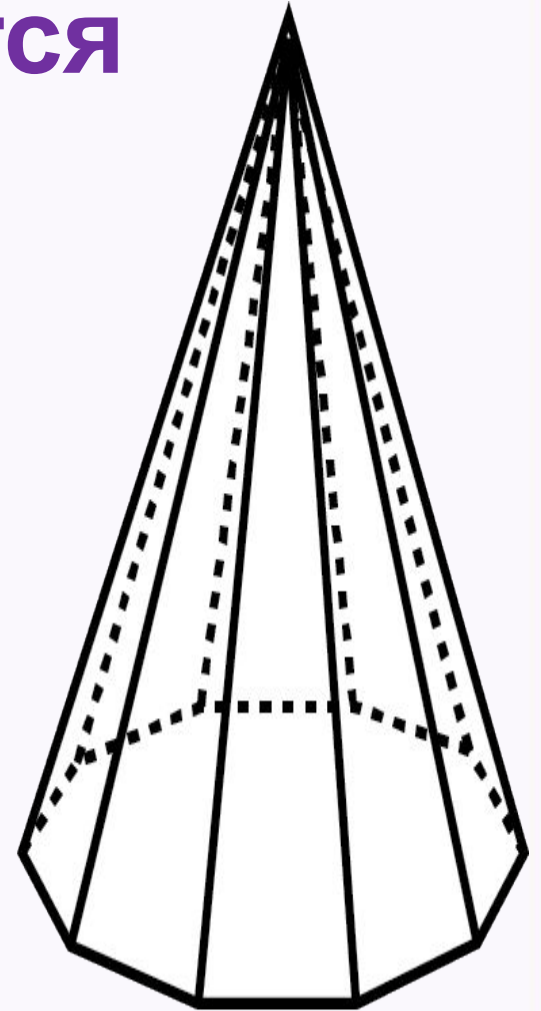
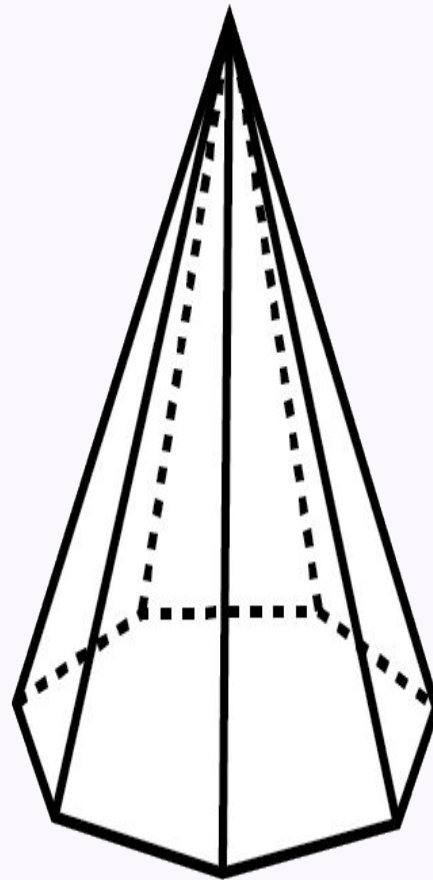
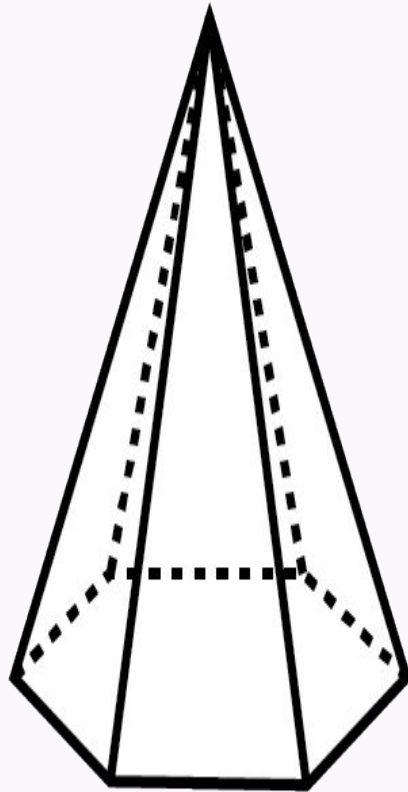
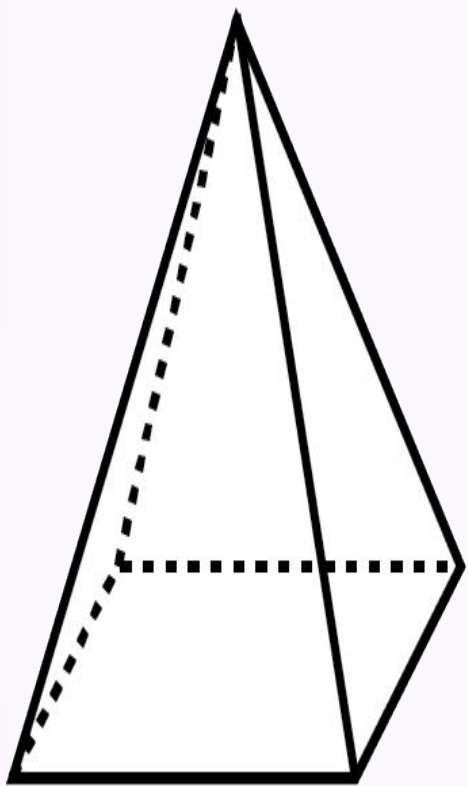
- 1. *Пирамидой* называется многогранник, в основании которого лежит  $n$ -угольник, а боковыми гранями являются треугольники





# Пирамида

Название пирамиды определяется по её основанию.

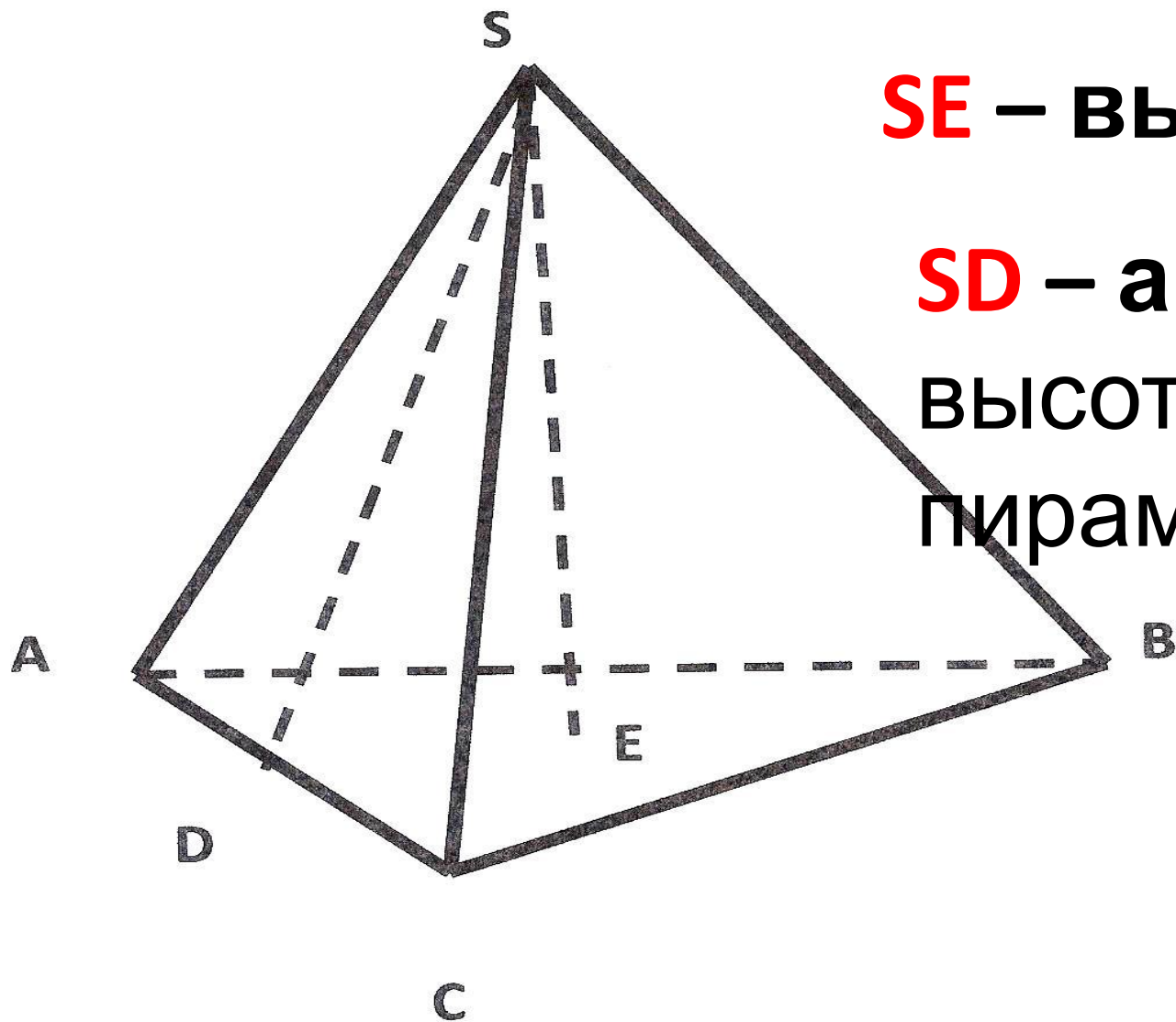


# Пирамида (стр. 200 Рис. 261)

## Основные элементы.



# Пирамида

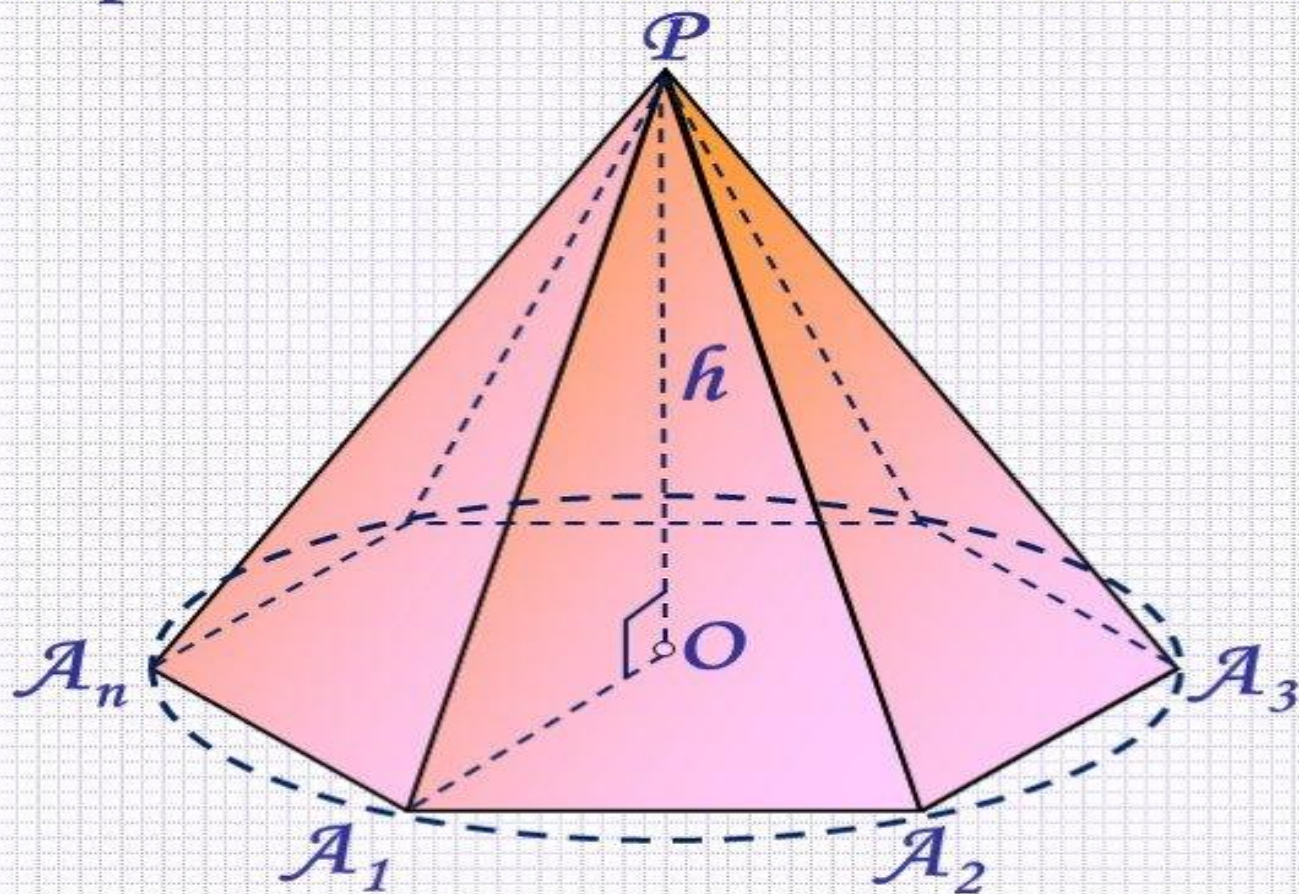


**SE** – высота пирамиды

**SD** – апофема (т.е.  
высота боковой грани  
пирамиды)

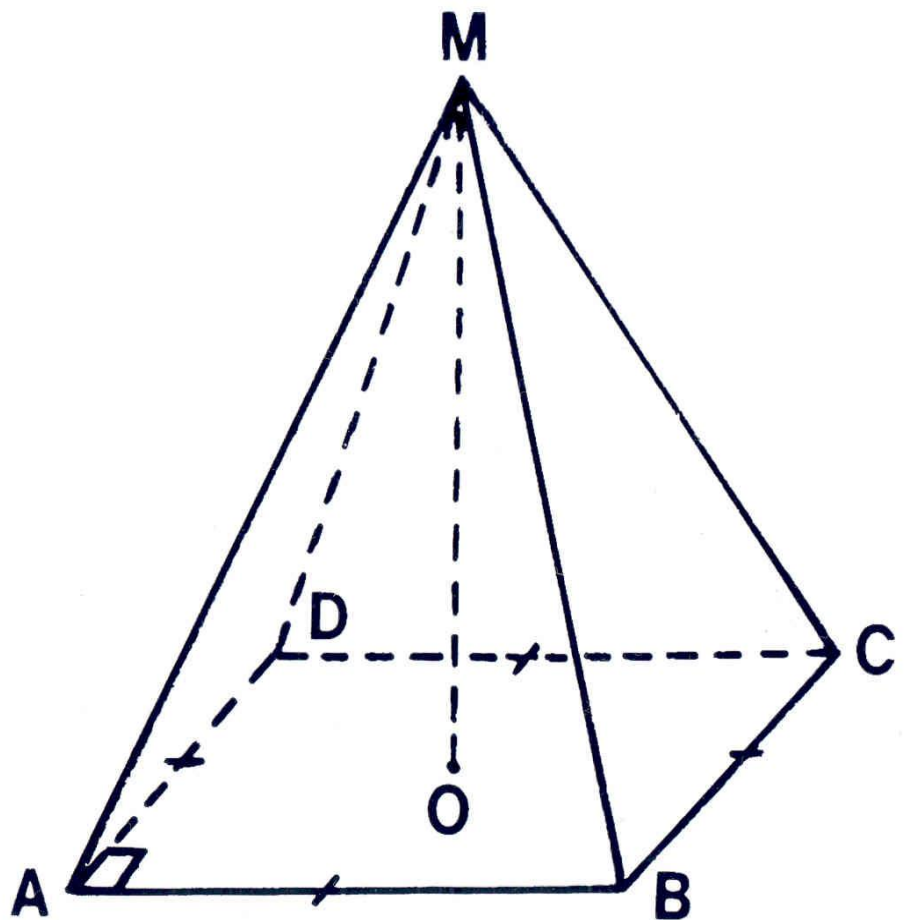
# Правильная пирамида

Пирамида называется **правильной**, если ее основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой

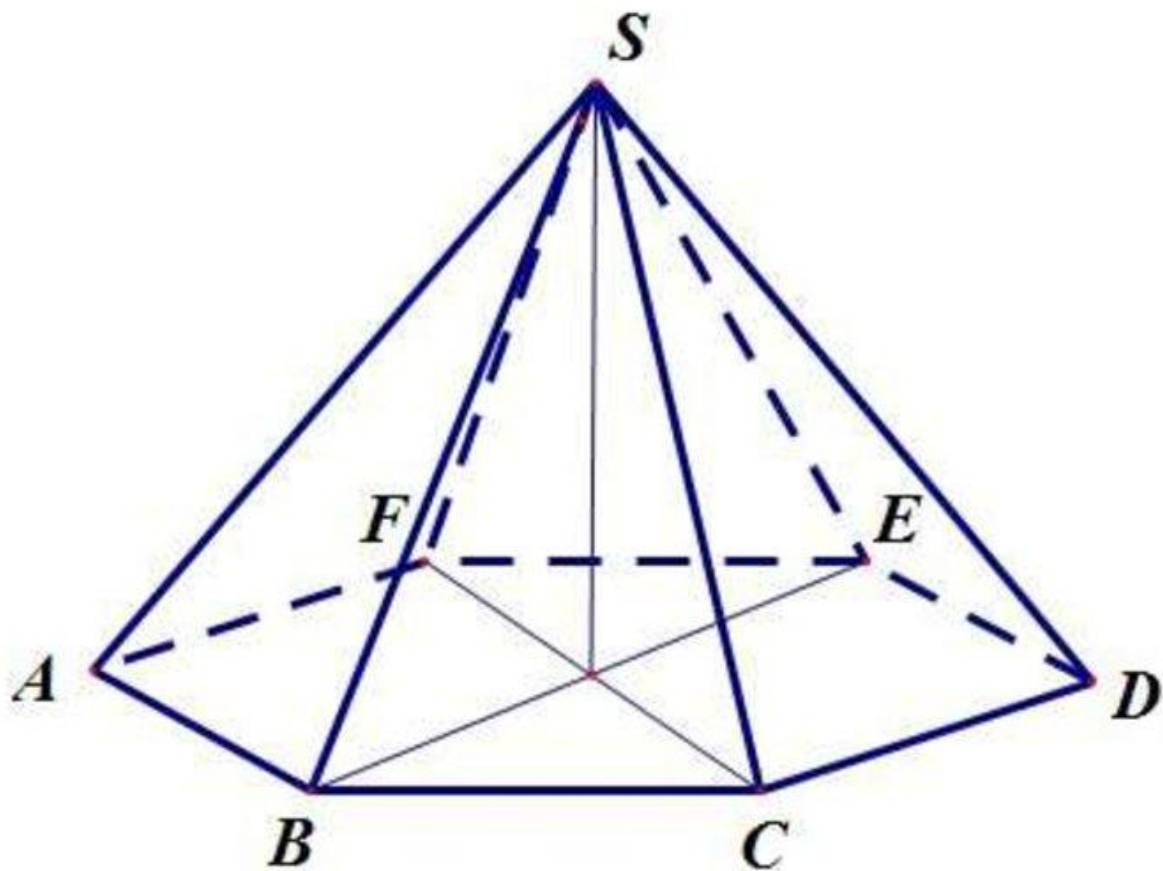


# Пирамида

ПРАВИЛЬНАЯ ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНАЯ ПИРАМИДА

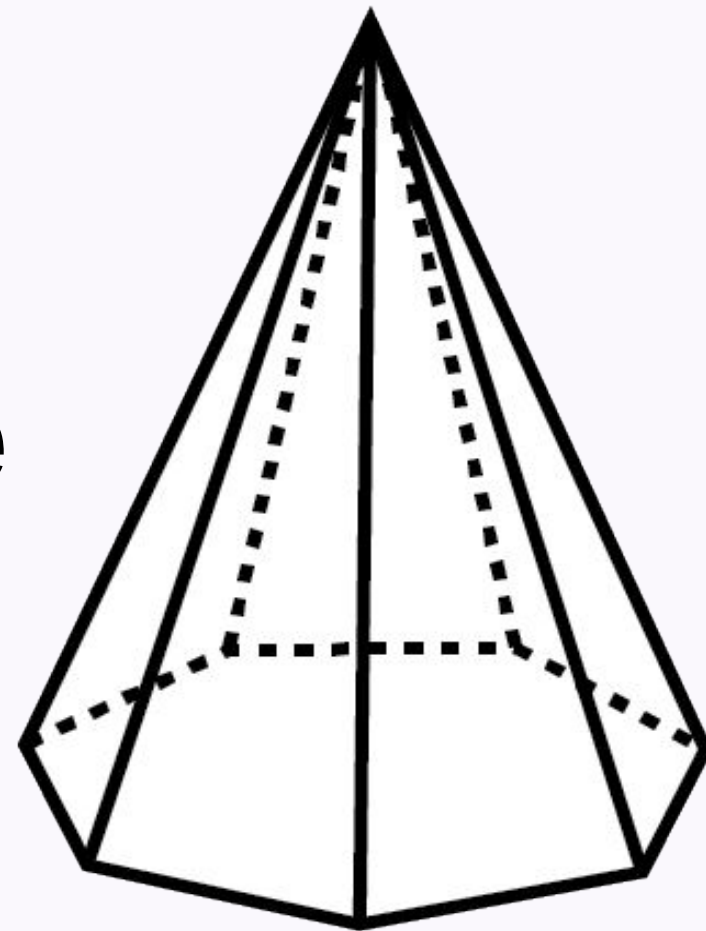


ПРАВИЛЬНАЯ ШЕСТИУГОЛЬНАЯ ПИРАМИДА



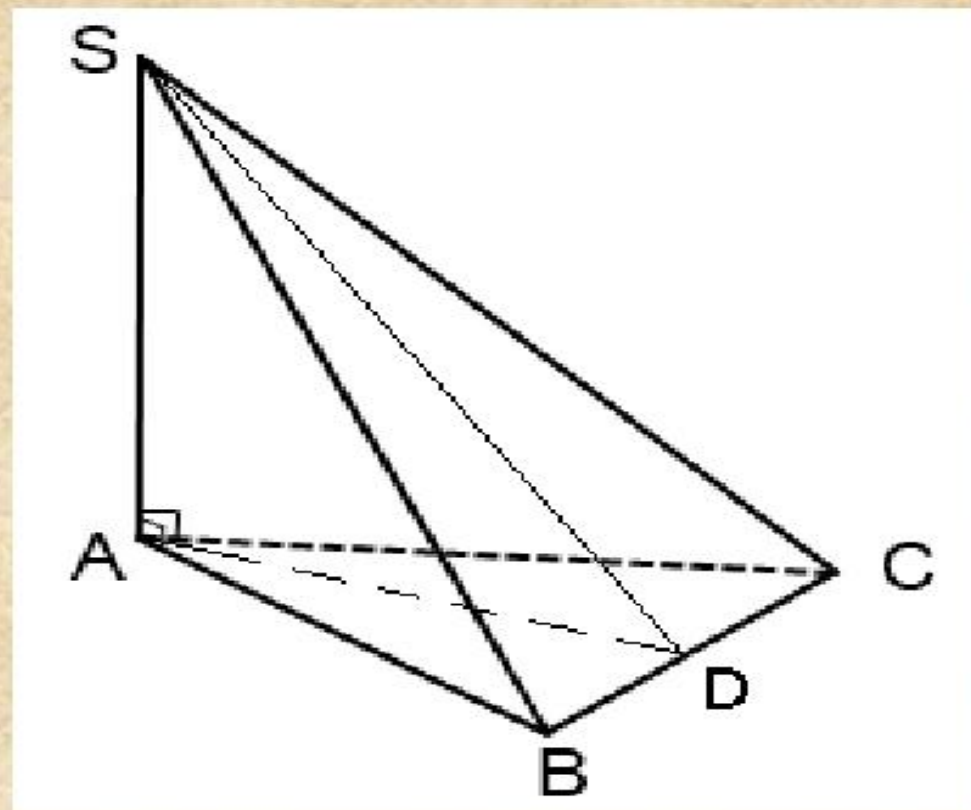
# Основное свойство правильной пирамиды

Все боковые грани правильной пирамиды – равные равнобедренные треугольники

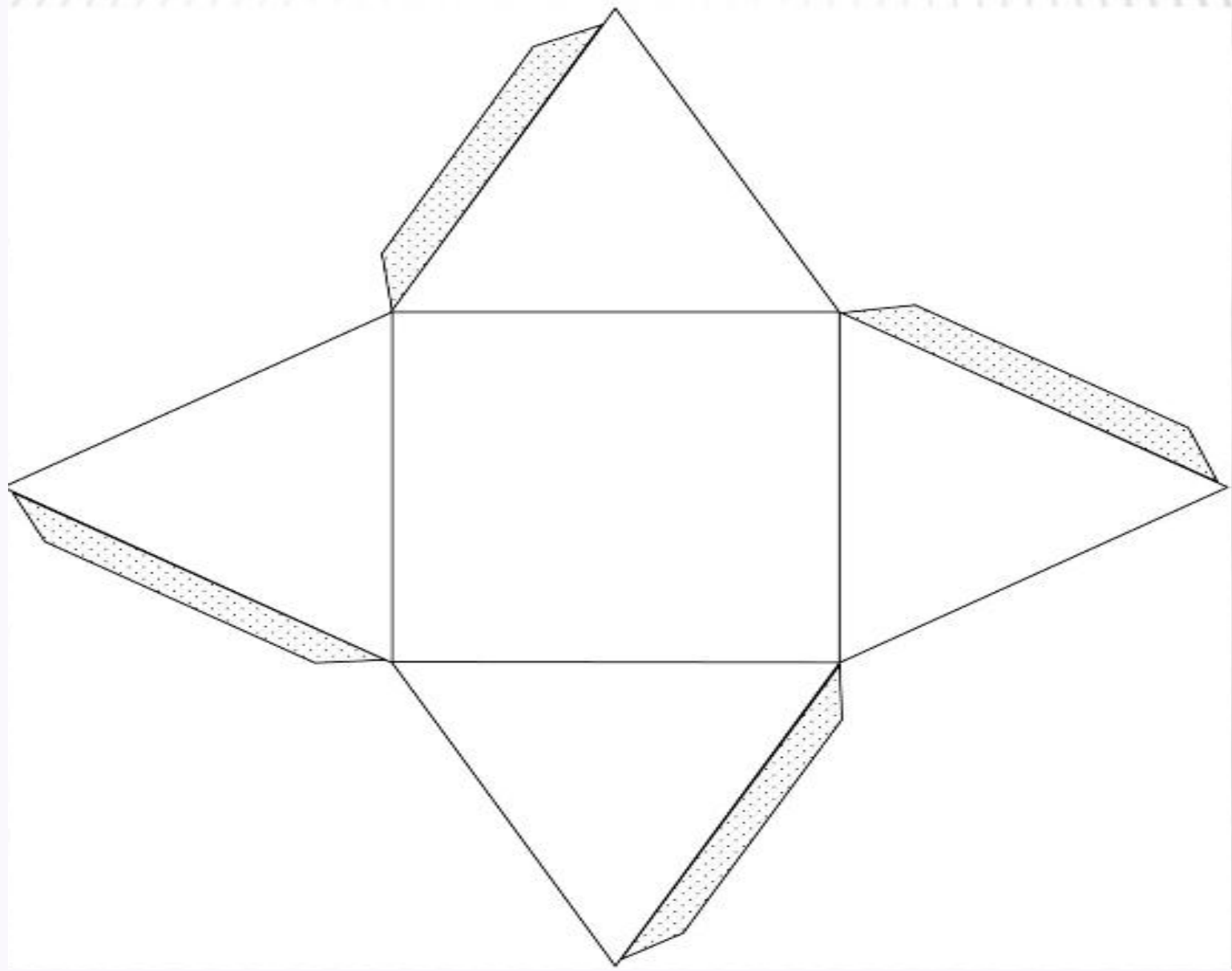


# Прямоугольная пирамида

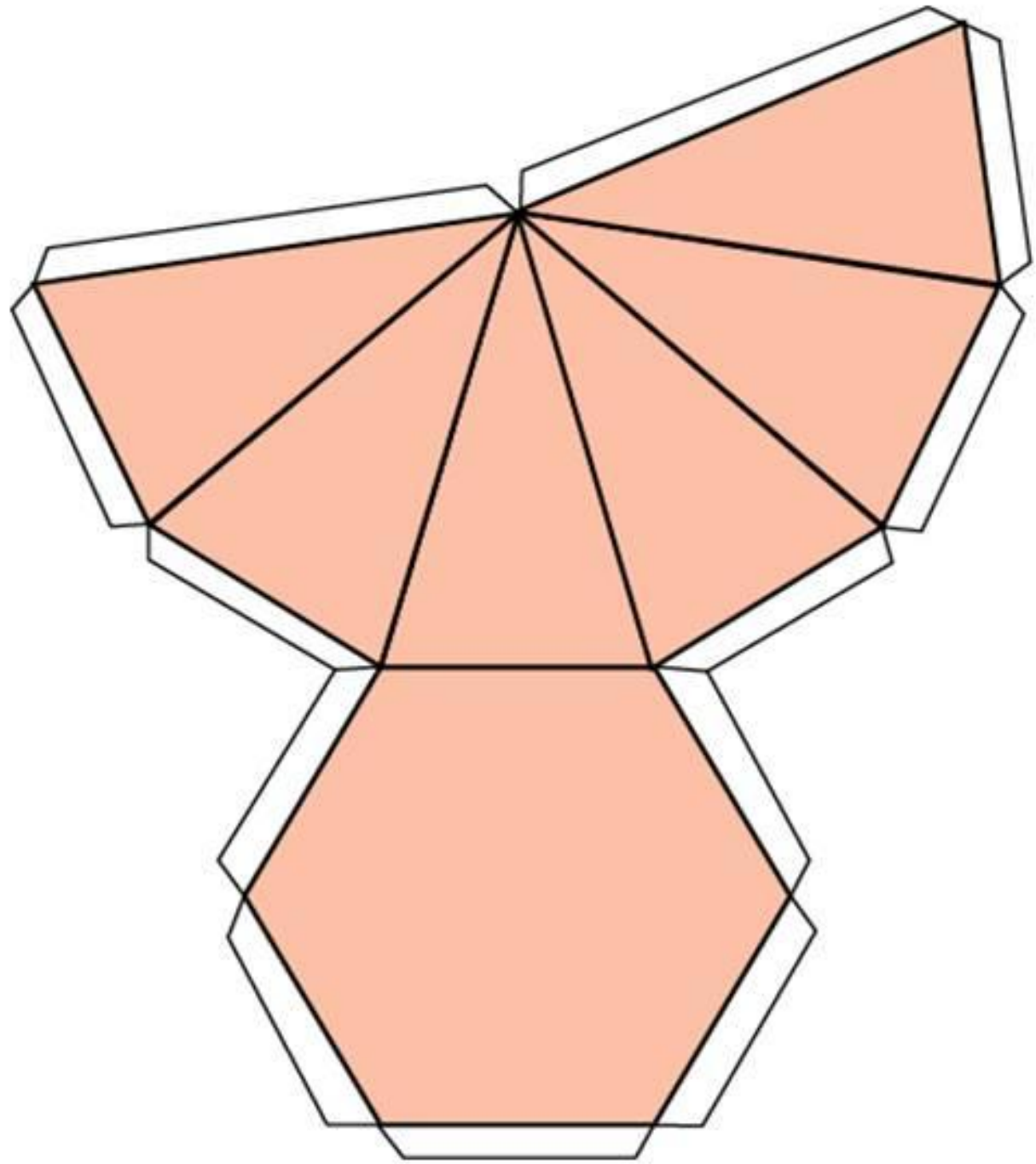
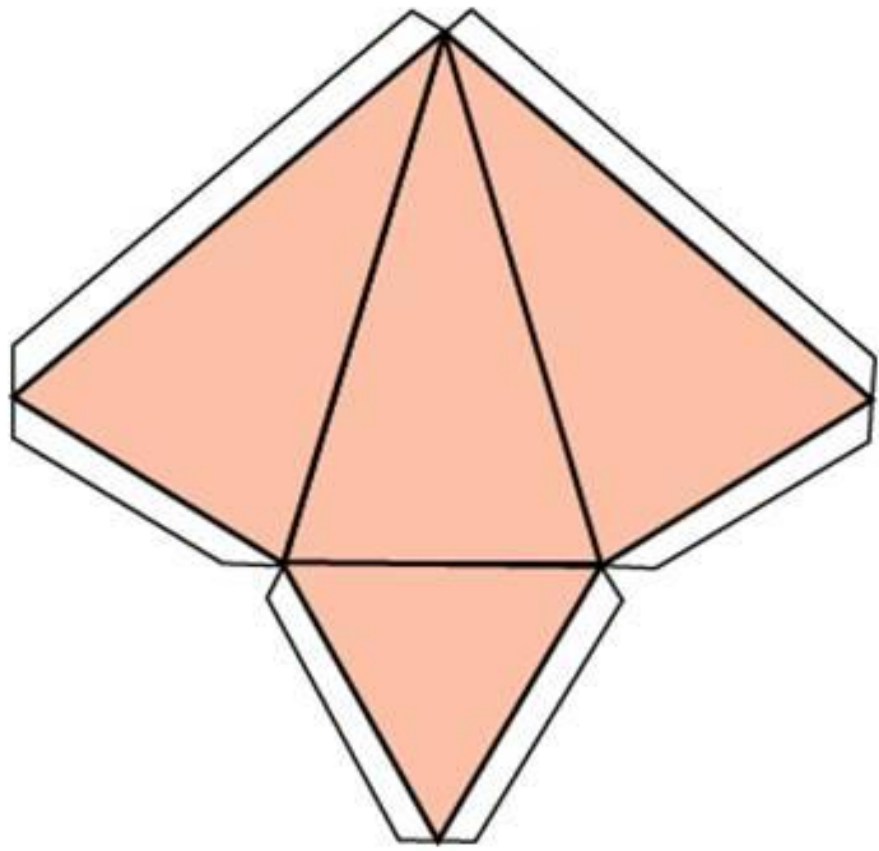
- Пирамида называется **прямоугольной**, если одно из боковых рёбер пирамиды перпендикулярно основанию.
- В данном случае, это ребро и является высотой пирамиды.



# Развёртка пирамиды



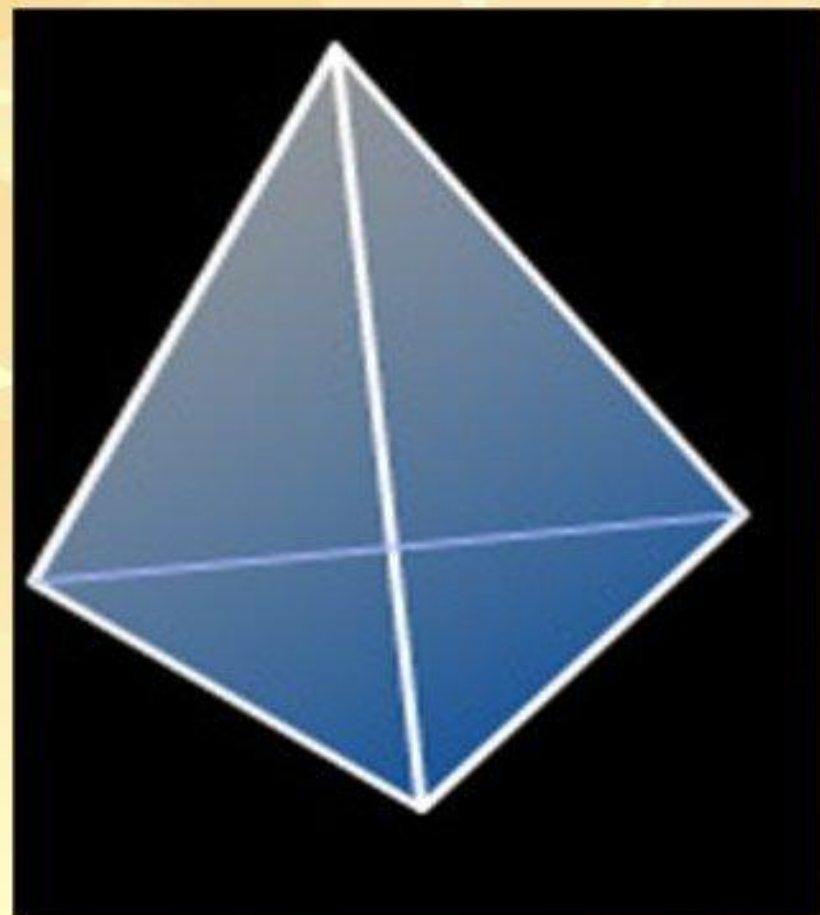




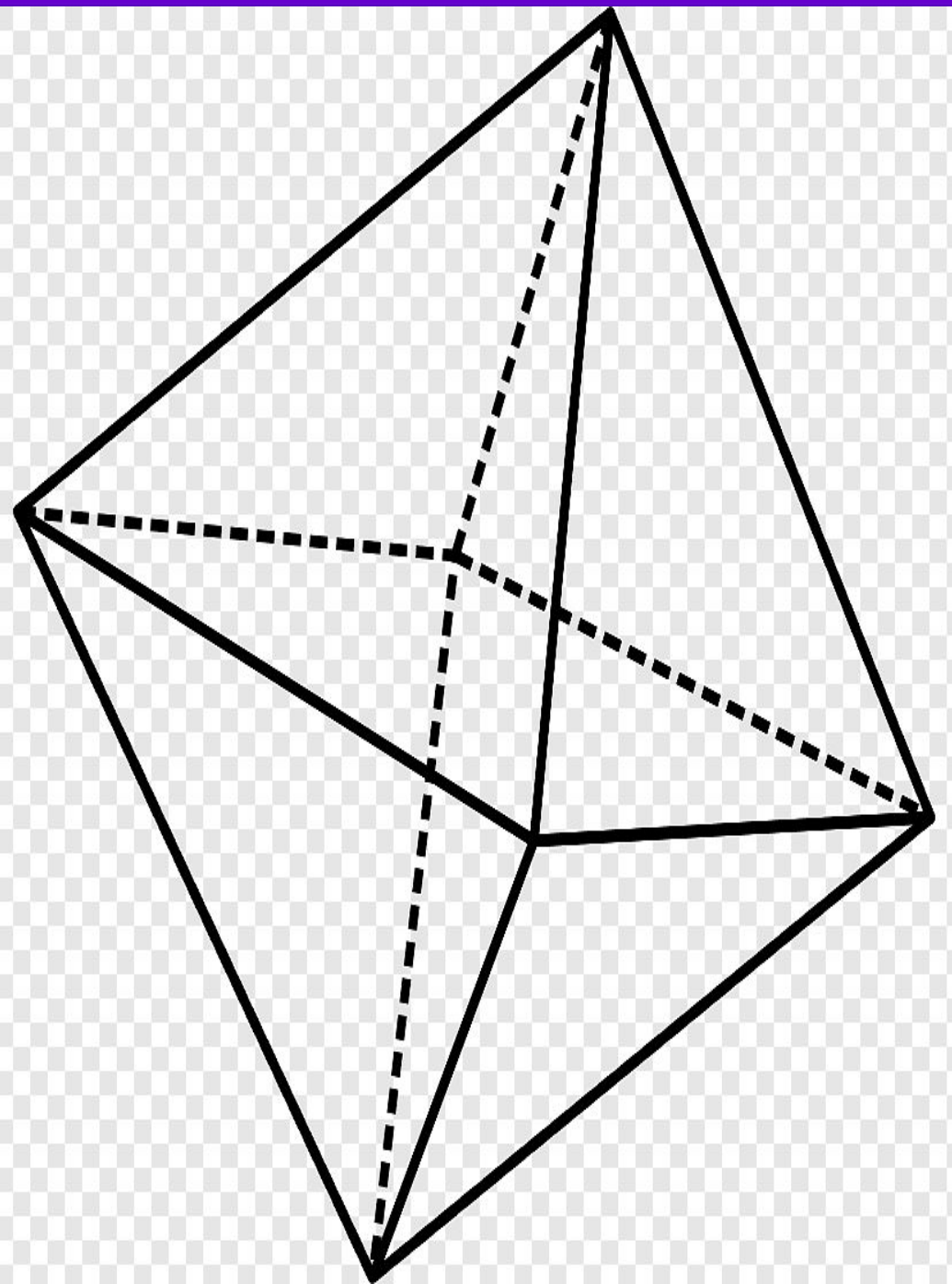
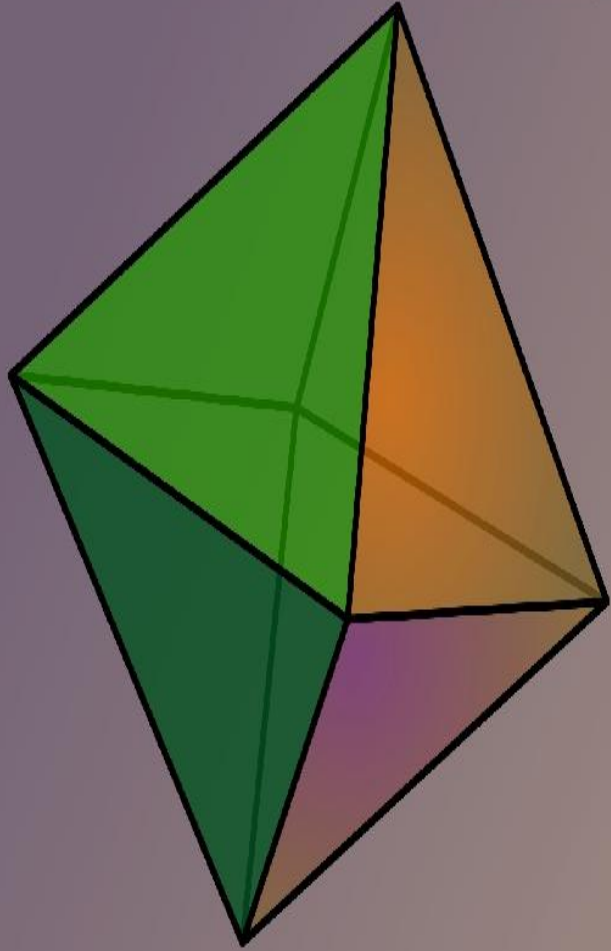
# Тетраэдр

*Тетраэдр* (tetra – четыре, hedra – грань). Правильный тетраэдр – правильный четырехгранник, то есть тетраэдр с равными ребрами, представляет собой правильный многогранник, все грани которого – правильные треугольники и из каждой вершины которого выходит ровно три ребра.

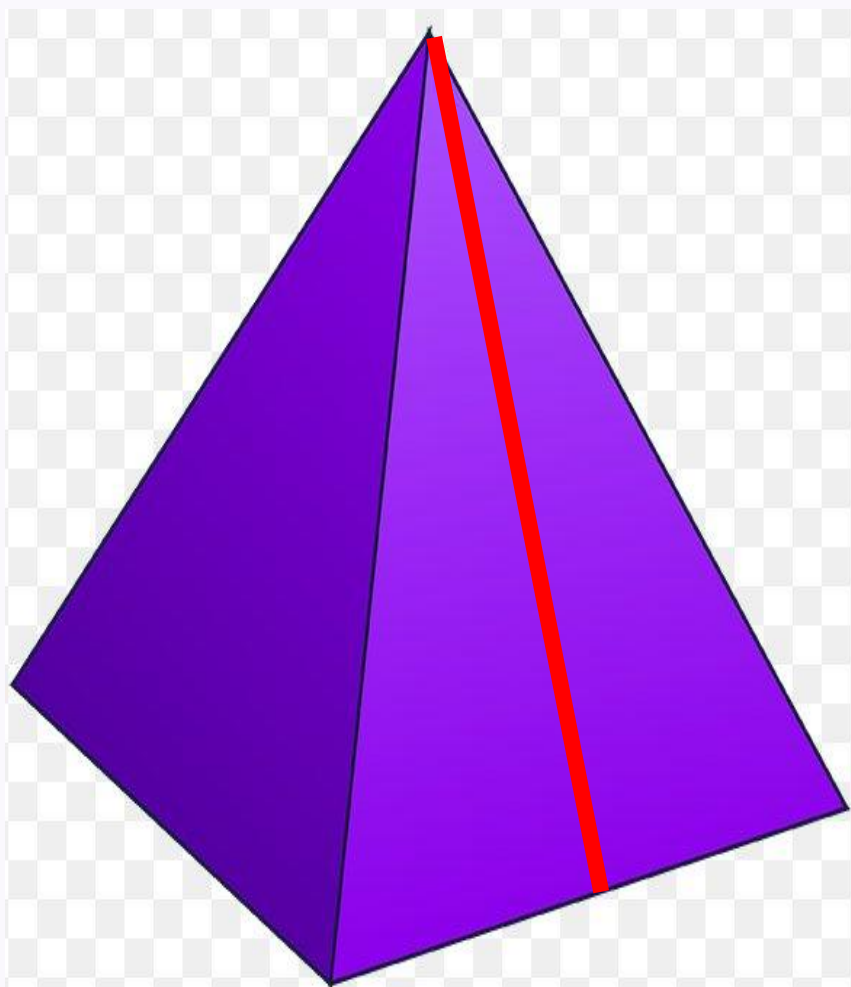
Очевидно, что тетраэдр с заданной длиной ребра единственен. Все остальные тетраэдры подобны ему и определяются длиной ребра/



# Правильный октаэдр



# Основные формулы:



→ Площадь боковой поверхности пирамиды:

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} P \cdot h$$

где  $P$  – периметр основания,  $h$  – апофема.

→ Площадь полной поверхности пирамиды:

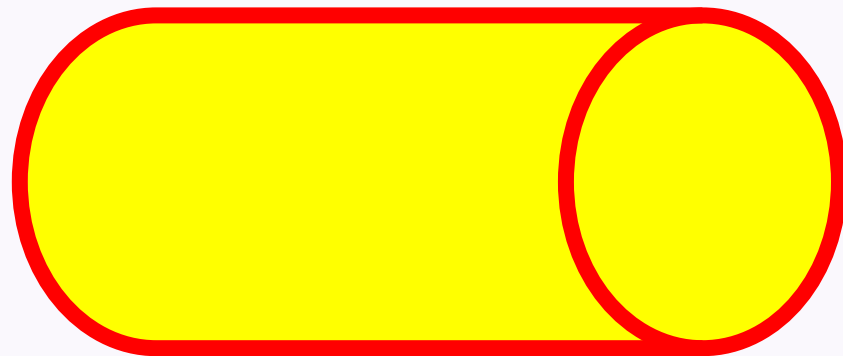
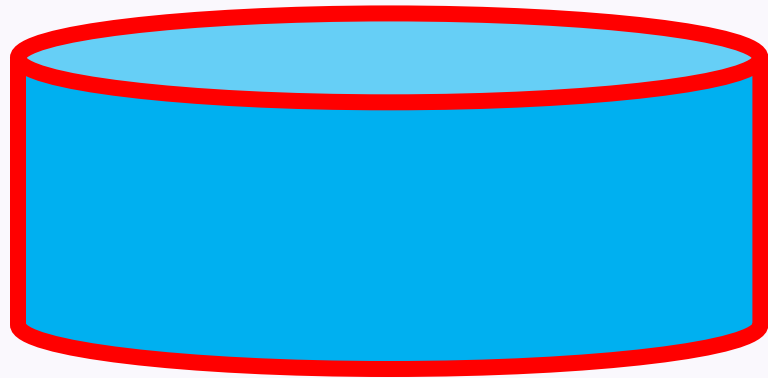
$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

→ Объём пирамиды:

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$$

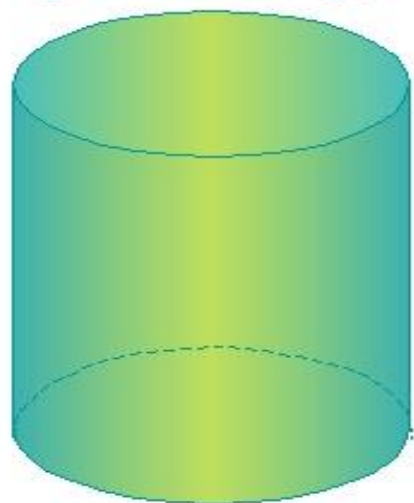
где  $S_{\text{осн}}$  – площадь основания,  $H$  – высота пирамиды

# Цилиндр

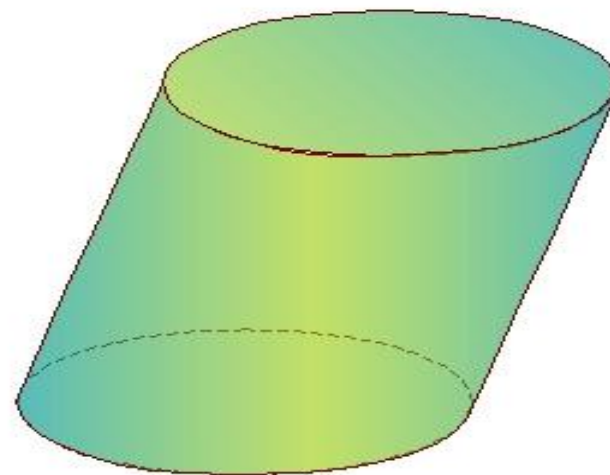


# Виды цилиндров

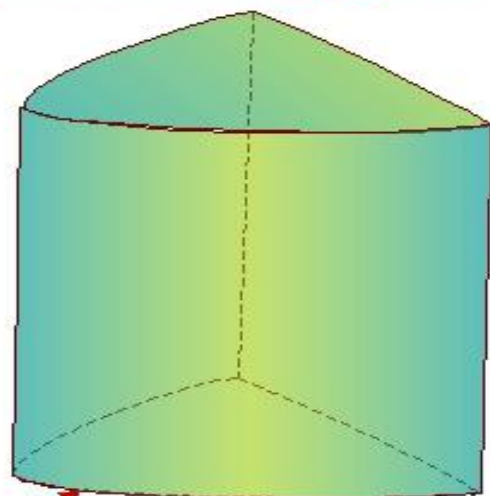
Прямой круговой



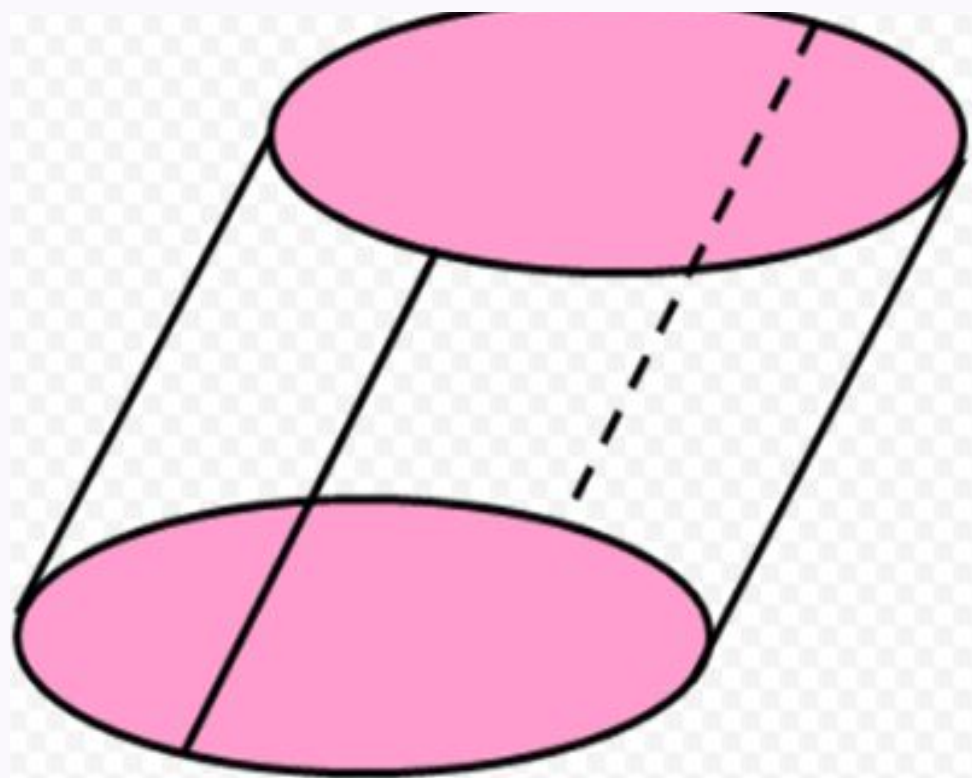
Наклонный круговой



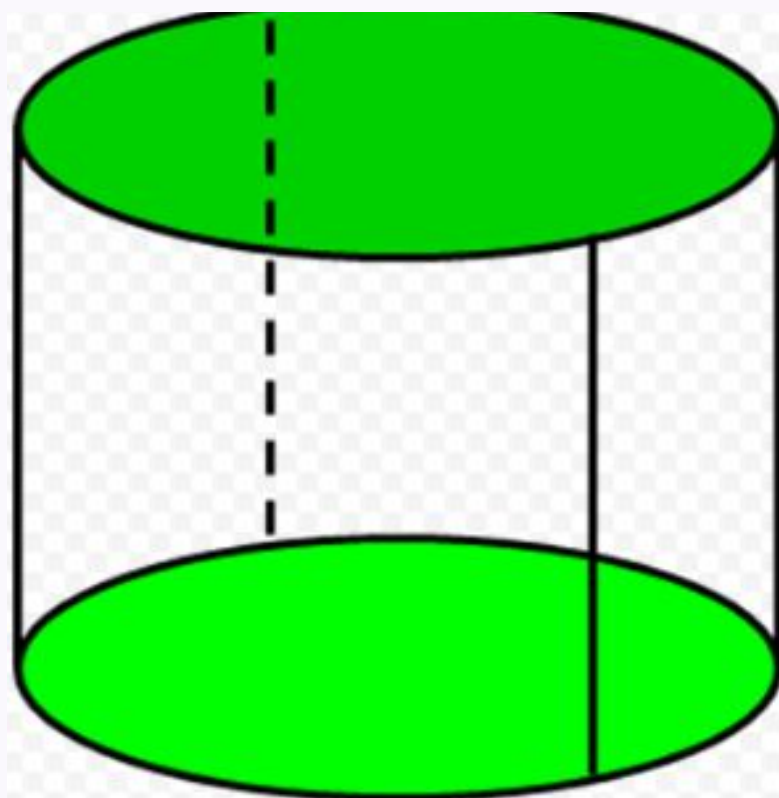
Прямой некруговой



парабола

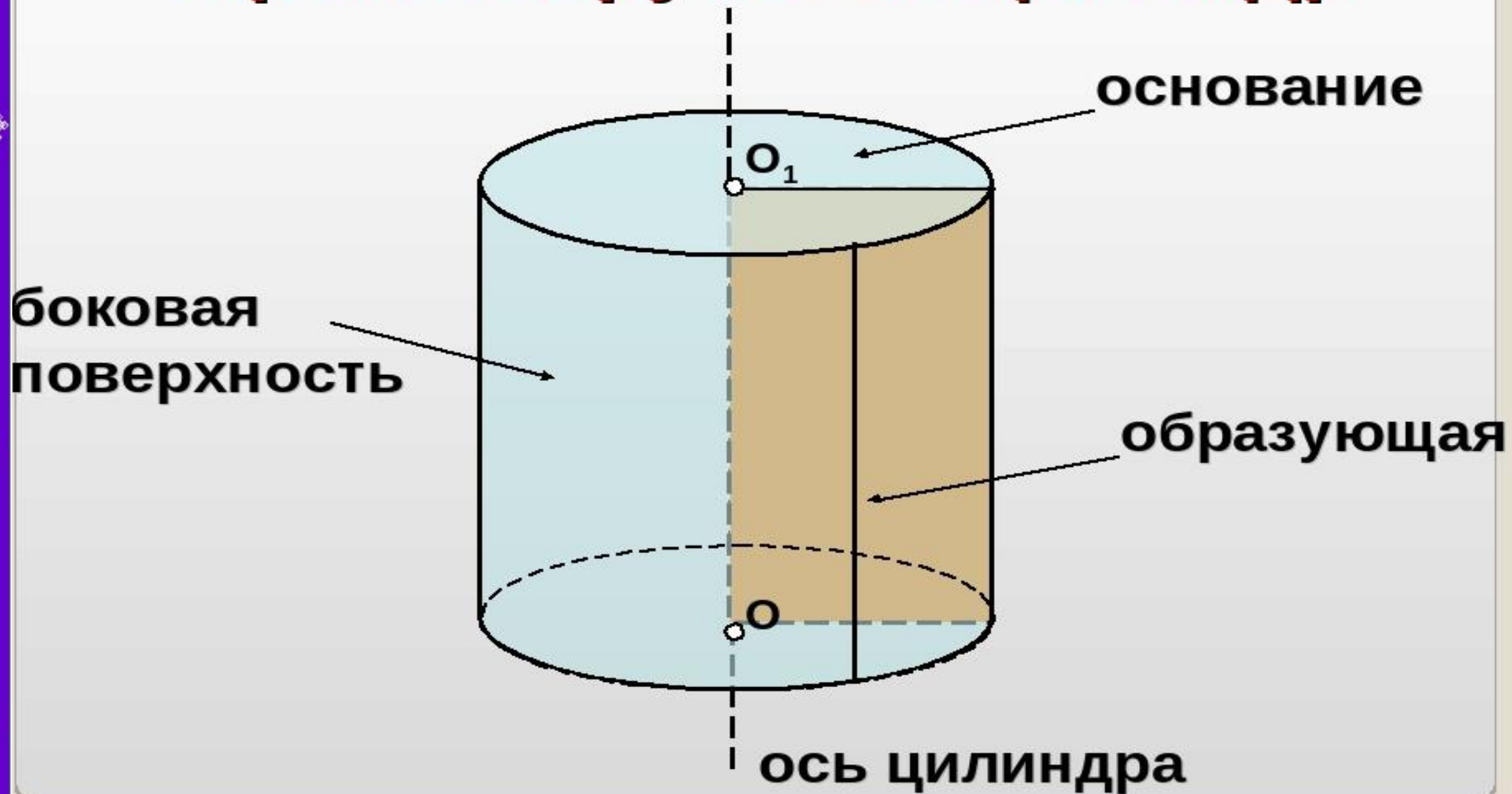


наклонный  
цилиндр



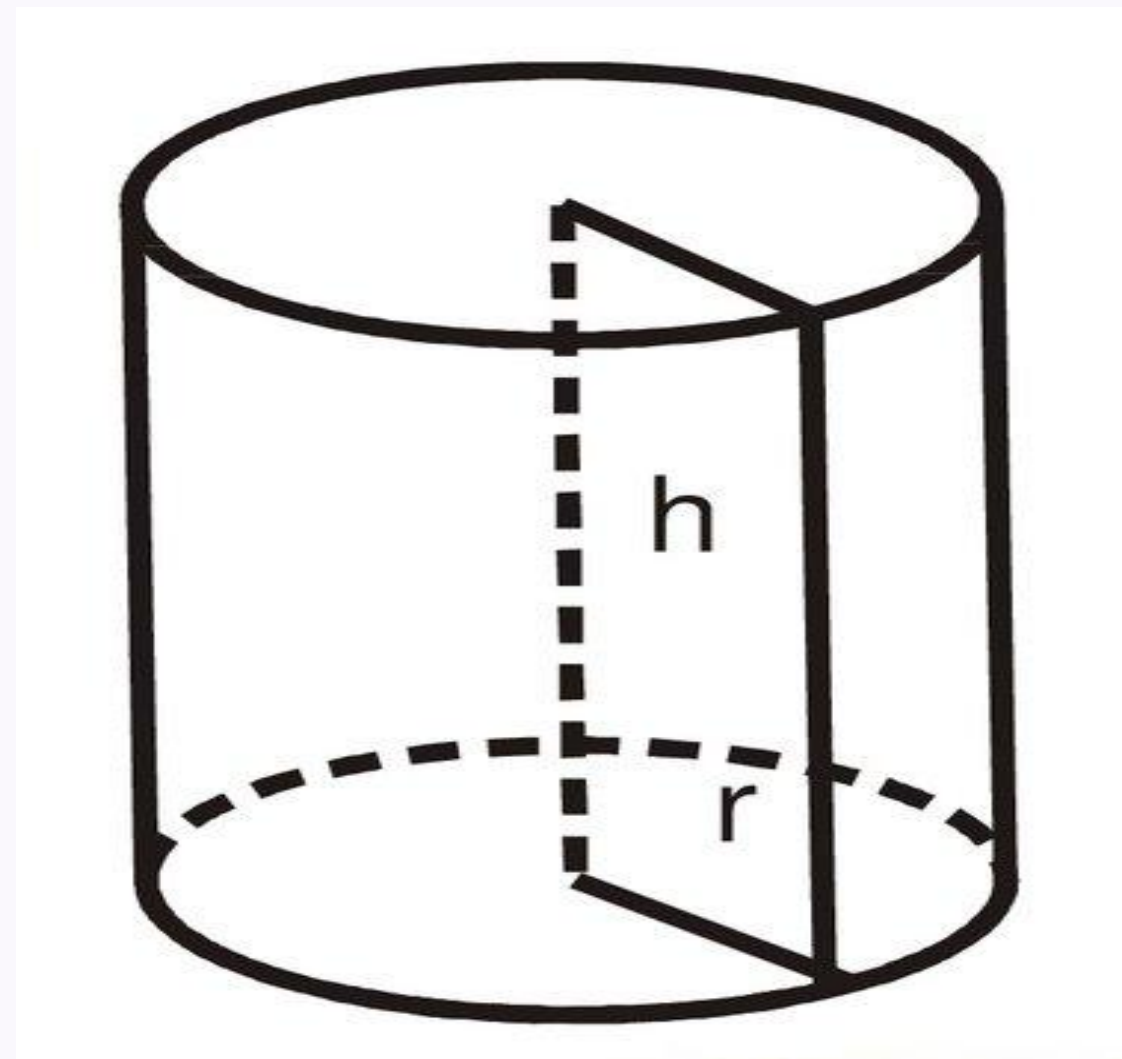
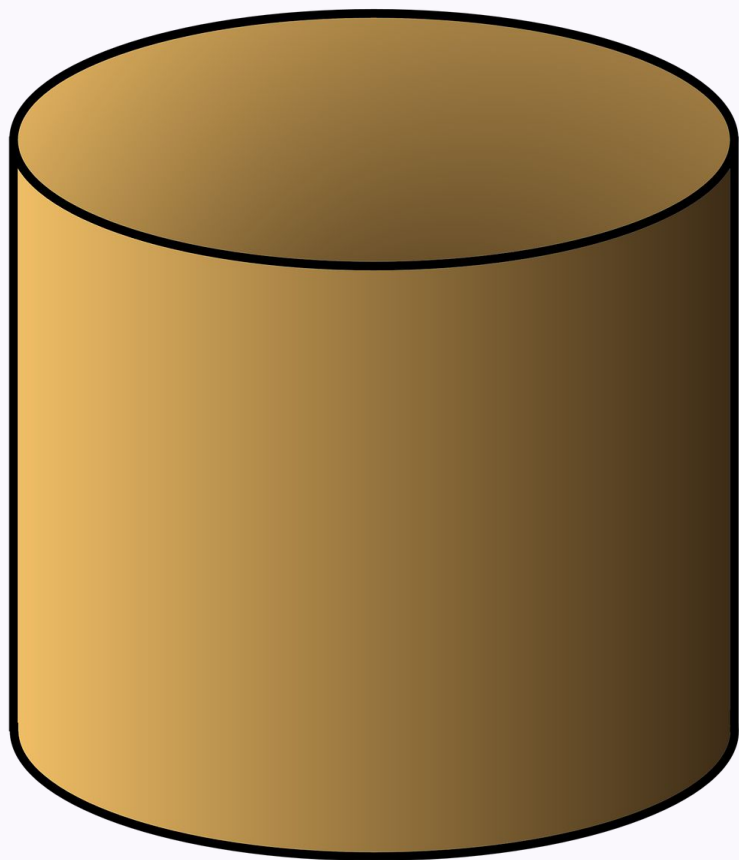
прямой  
цилиндр

# Прямой круговой цилиндр

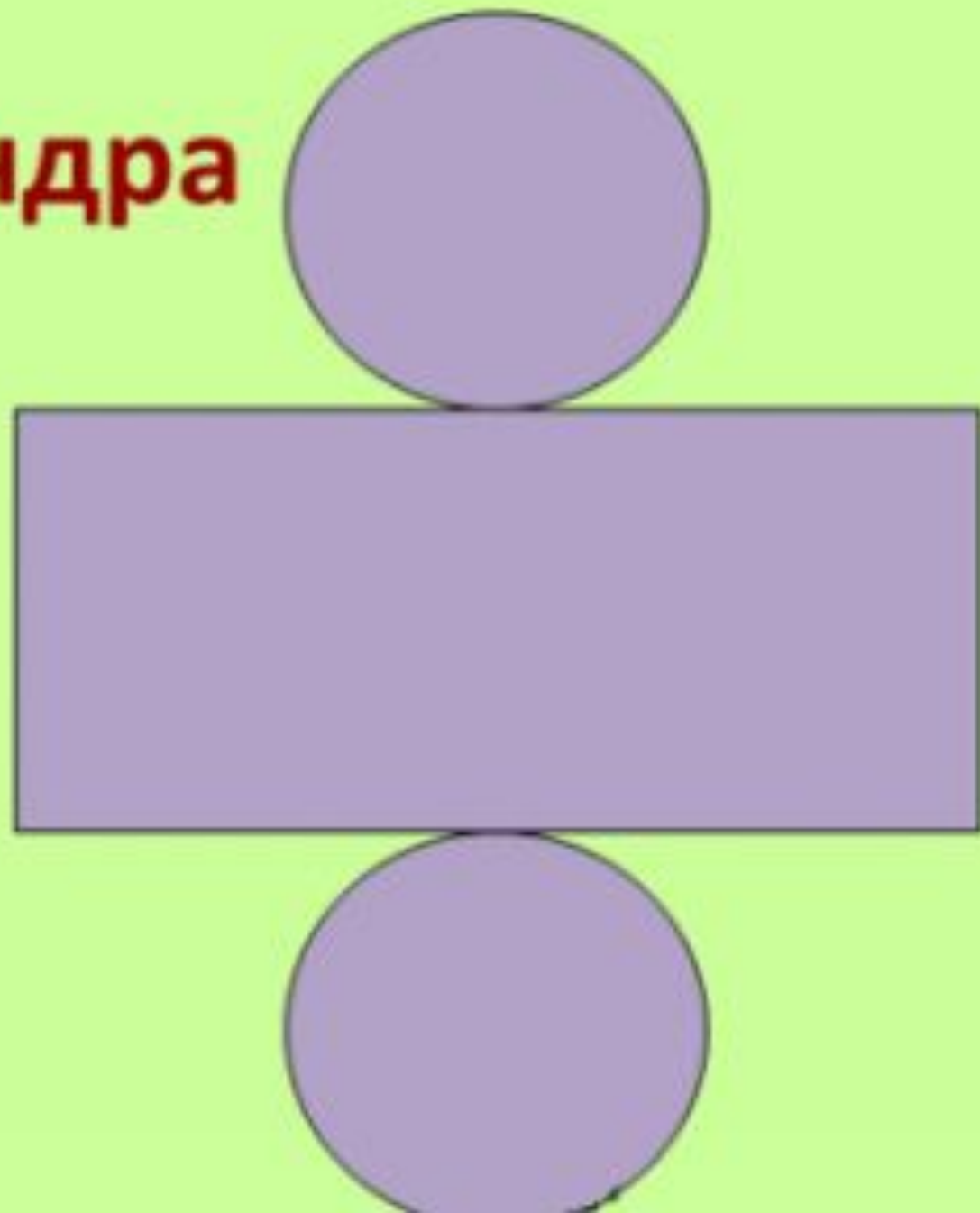




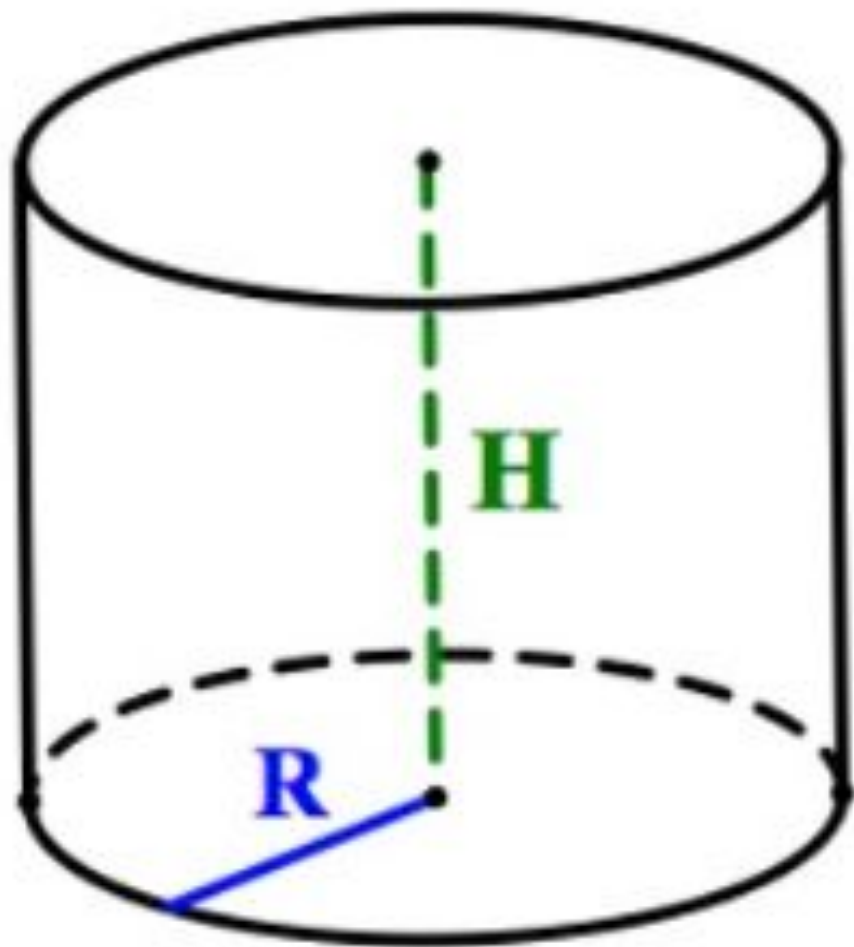
# Цилиндр



# Развертка цилиндра



# Основные формулы



$$S_{\text{бок}} = 2\pi RH$$

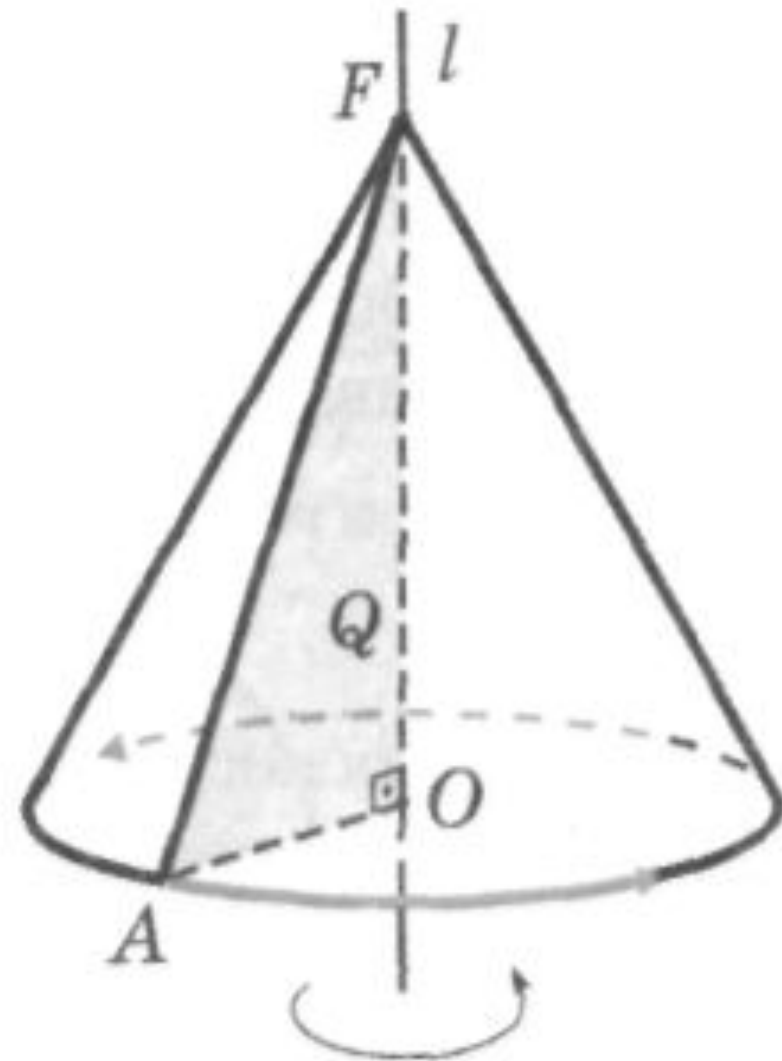
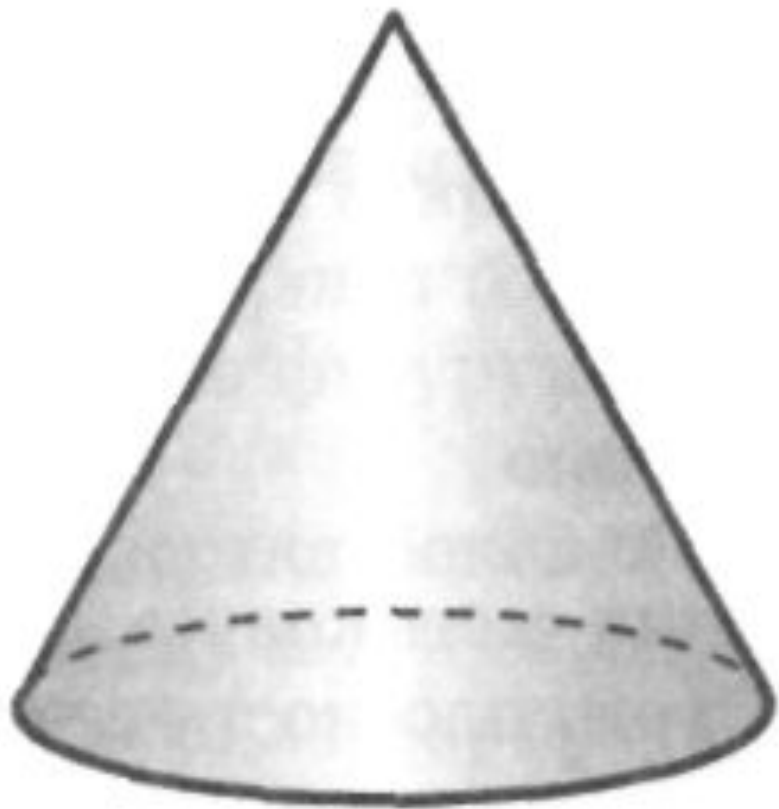
$$S_{\text{полн}} = 2\pi RH + 2\pi R^2$$

$$V = \pi R^2 H$$

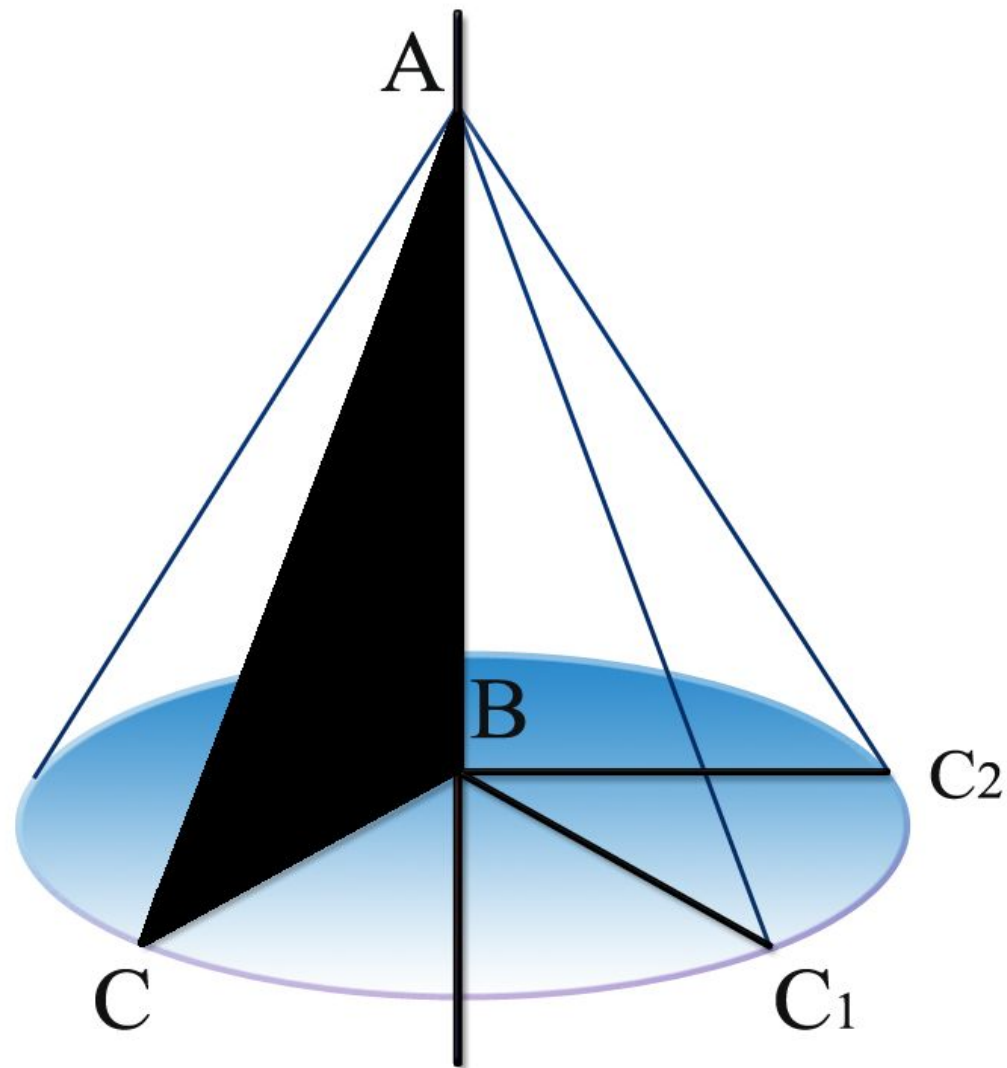
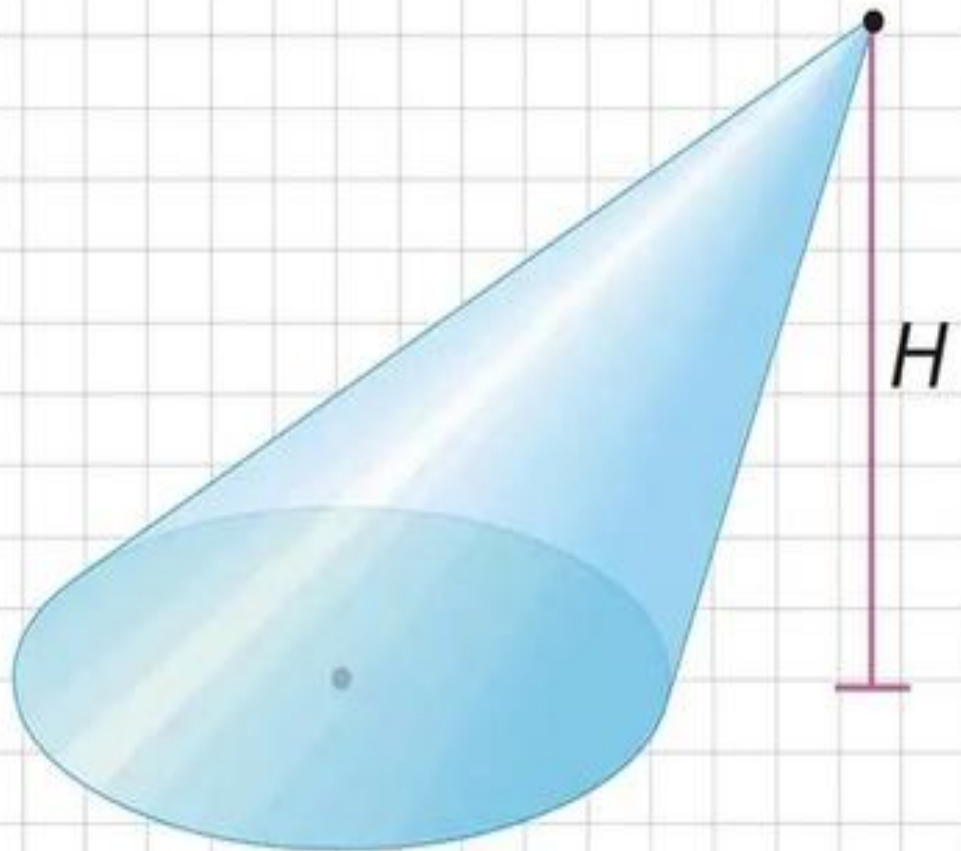
# Конус



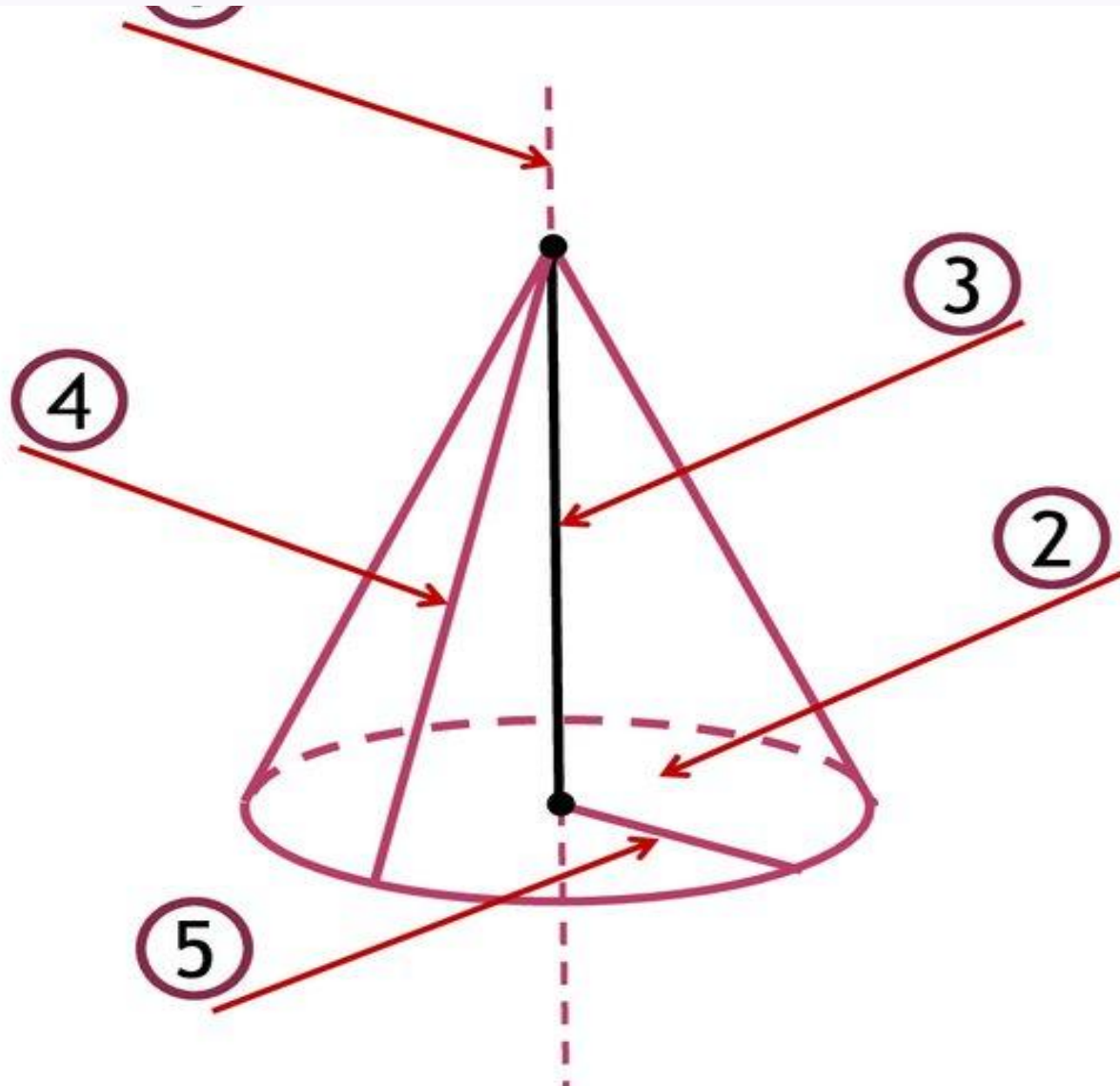
# Конус



# Конус



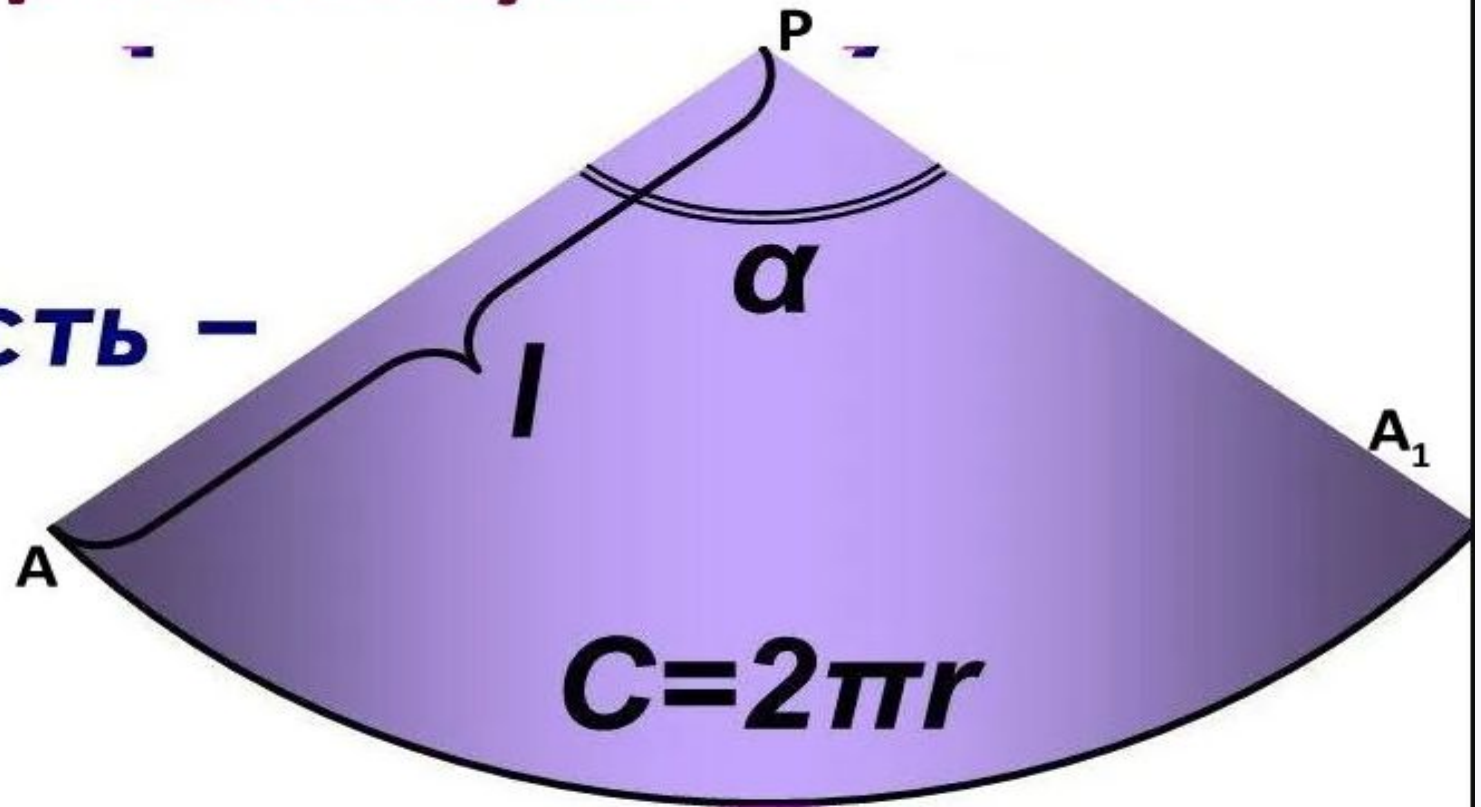
# Конус



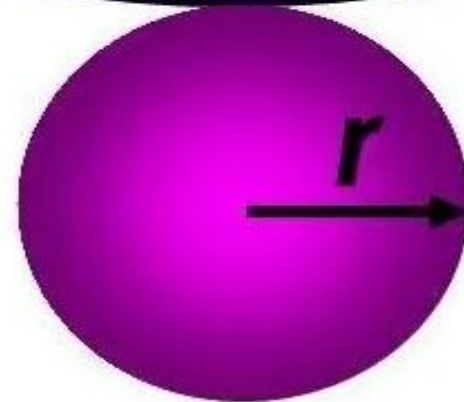
- 1). Ось конуса
- 2). Основание конуса (круг)
- 3). Высота конуса ( $h$ )
- 4). Образующая конуса ( $l$ )
- 5). Радиус основания ( $R$ )

# Развертка конуса

боковая  
поверхность –  
круговой  
сектор

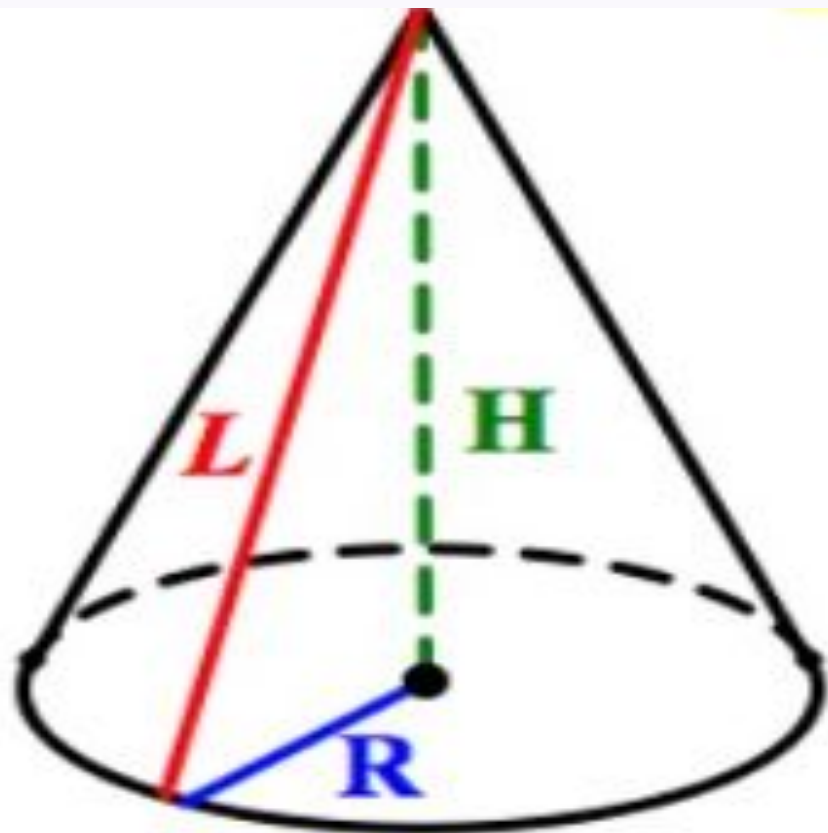


основание –  
круг





# Основные формулы

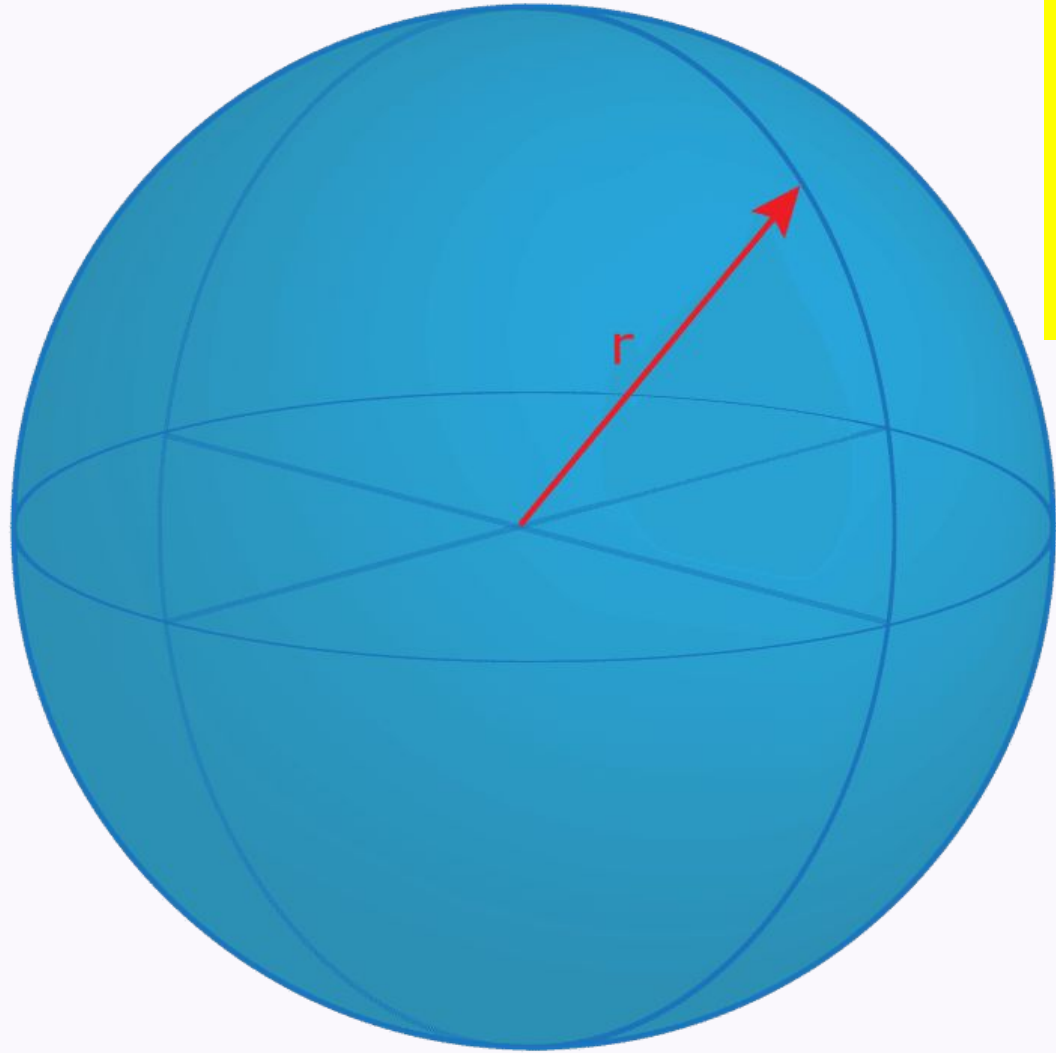


$$S_{\text{бок}} = \pi RL$$

$$S_{\text{полн}} = \pi R^2 + \pi RL$$

$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 H$$

**L - образующая**



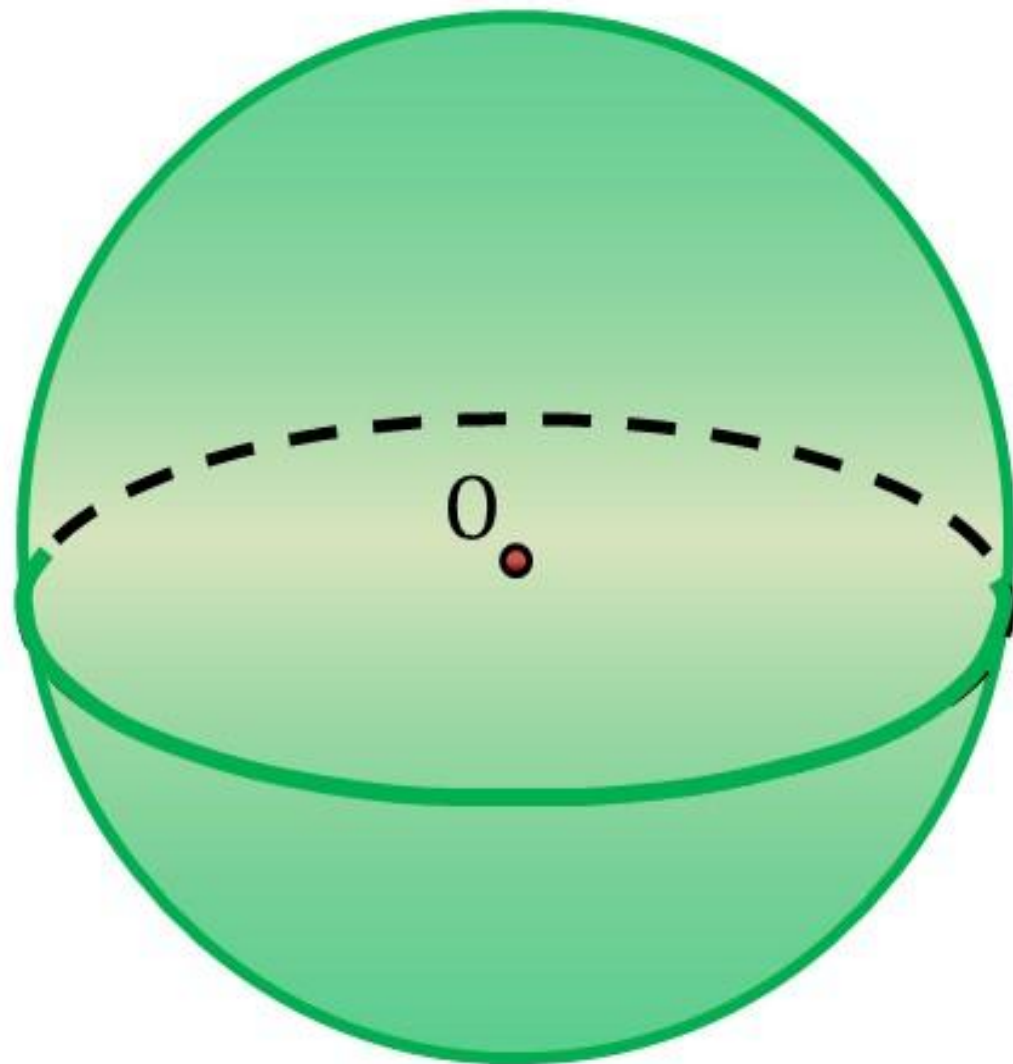
Шар



# Шар —

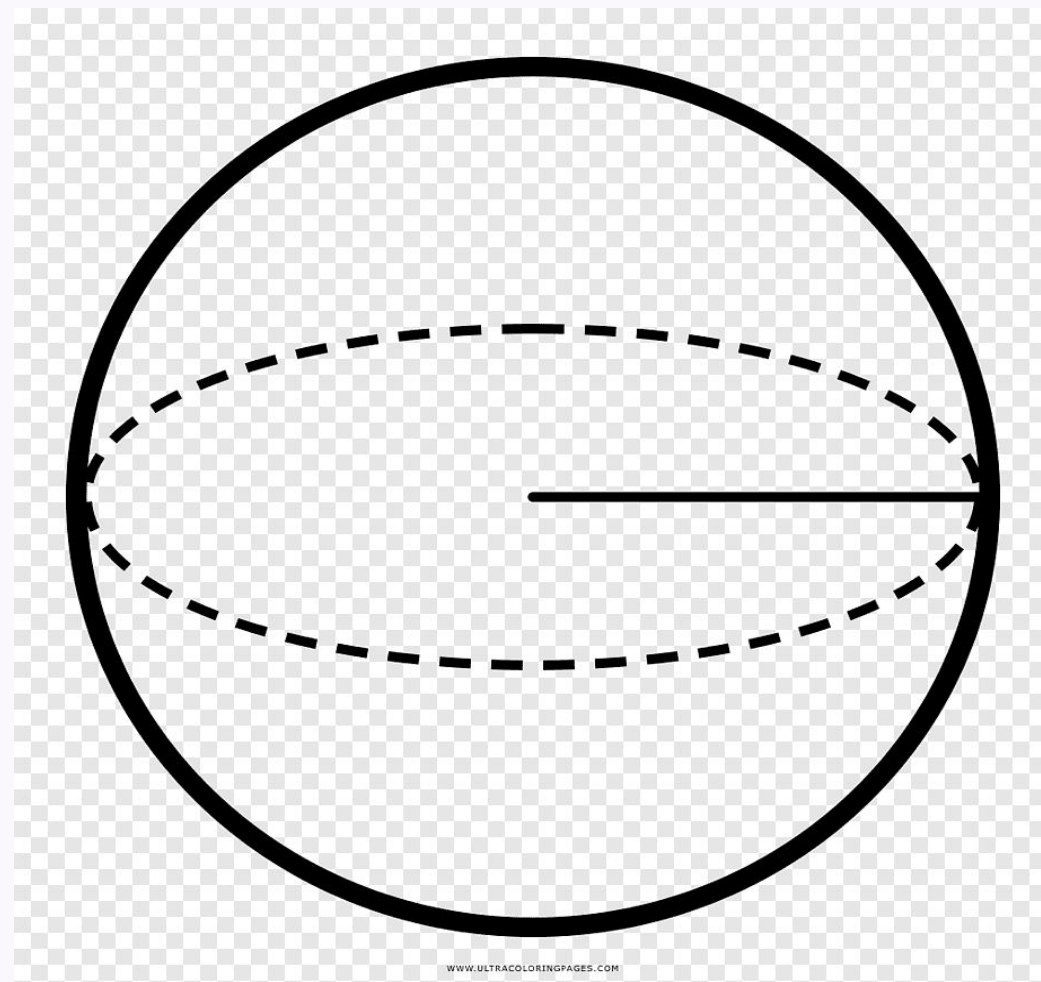
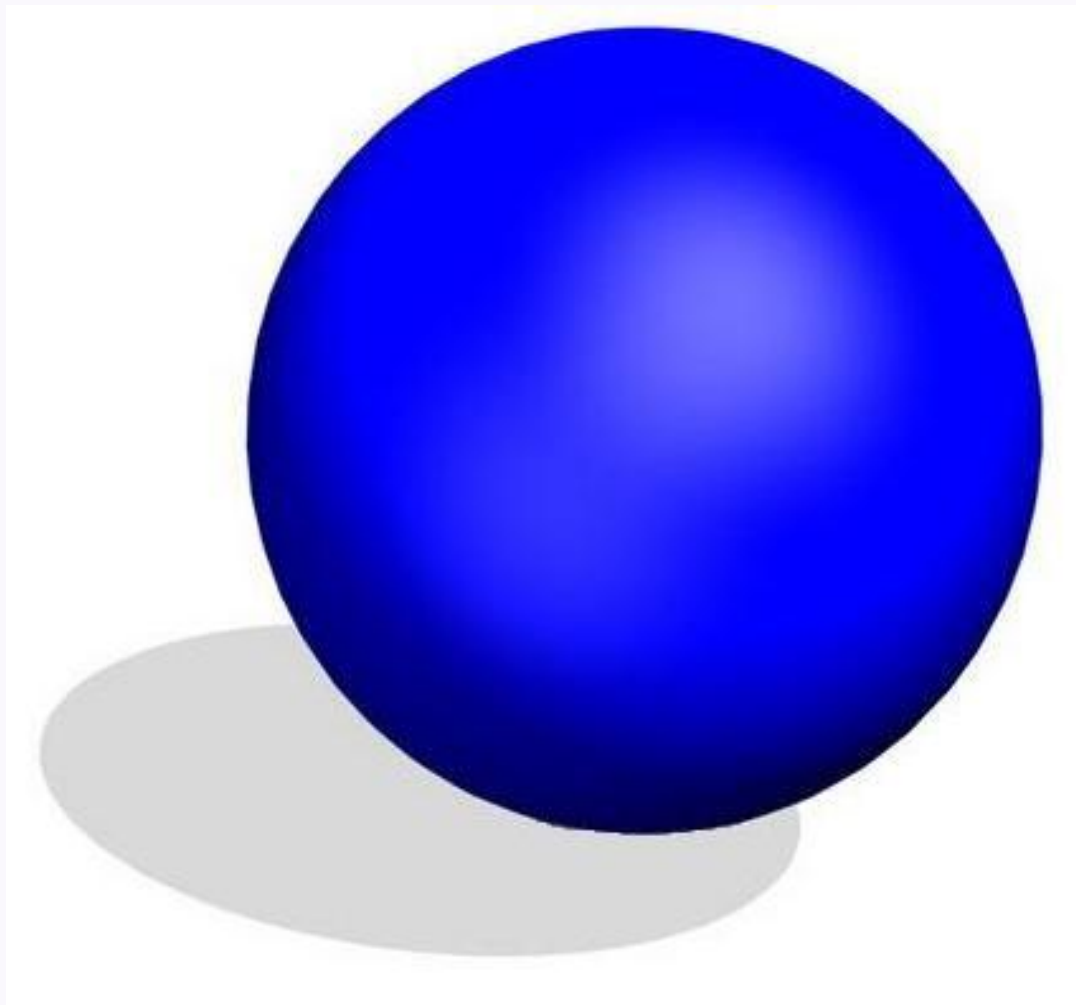
тело, ограниченное сферой

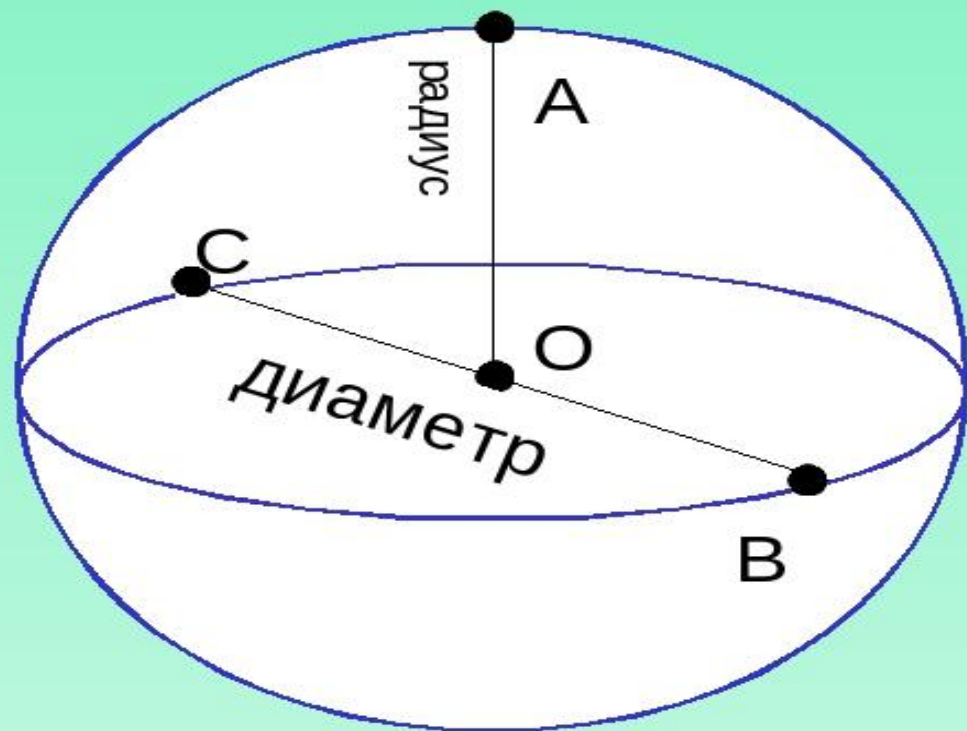
Шар радиуса  $R$  с центром в точке  $O$  — тело, содержащее все точки пространства, расположенные от точки  $O$  на расстоянии, не превышающем  $R$  (включая  $O$ ), и не содержит других точек



Центр, радиус, диаметр сферы — центр, радиус, диаметр шара

# Шар





**O** – **центр шара**

**OA** – **радиус шара** -  
отрезок, соединяющий  
центр шара с точкой  
поверхности шара;

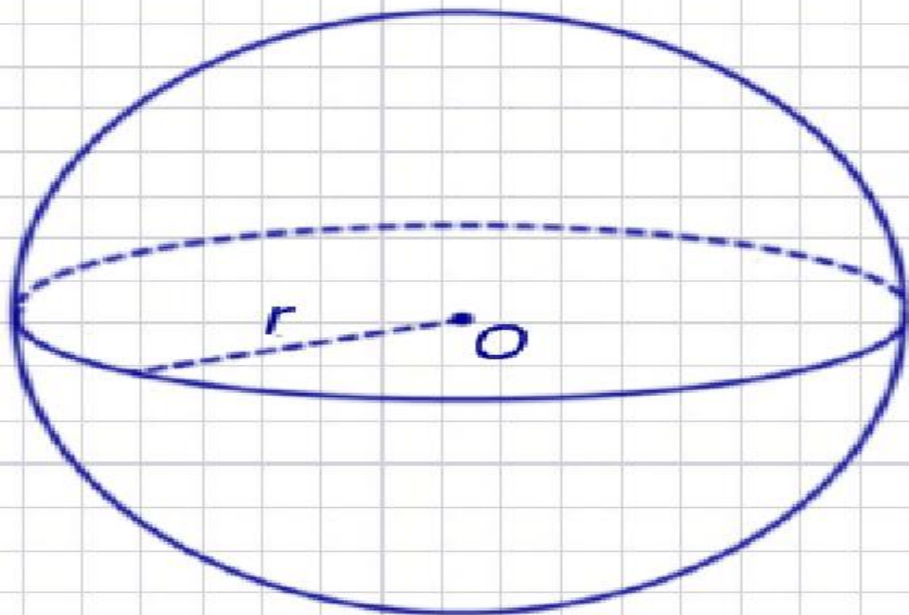
**BC** – **диаметр** – отрезок,  
соединяющий две точки  
поверхности шара;

$$BC = 2 OA$$

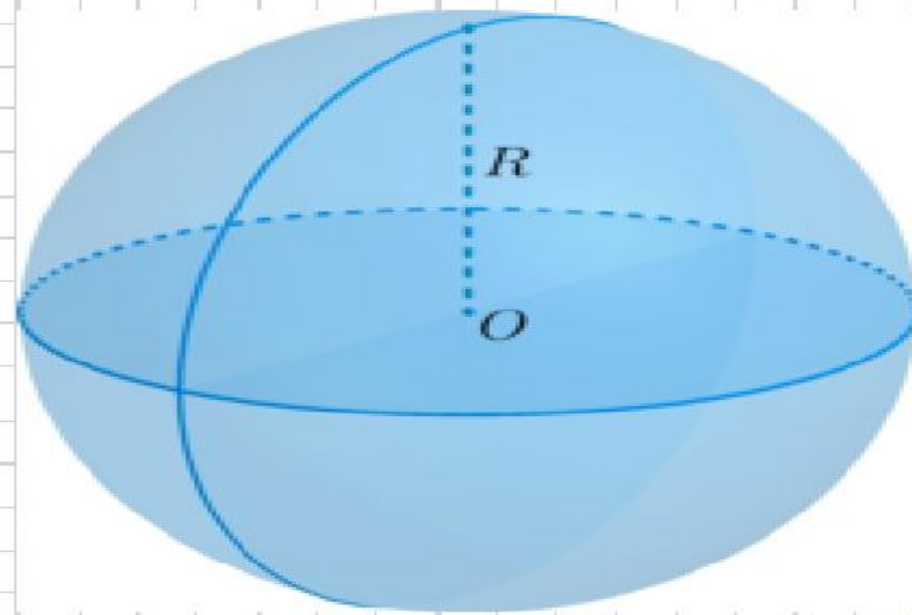
**Шар** – множество точек пространства,  
расположенных на расстоянии не более  
данного от заданной точки.

# Шар

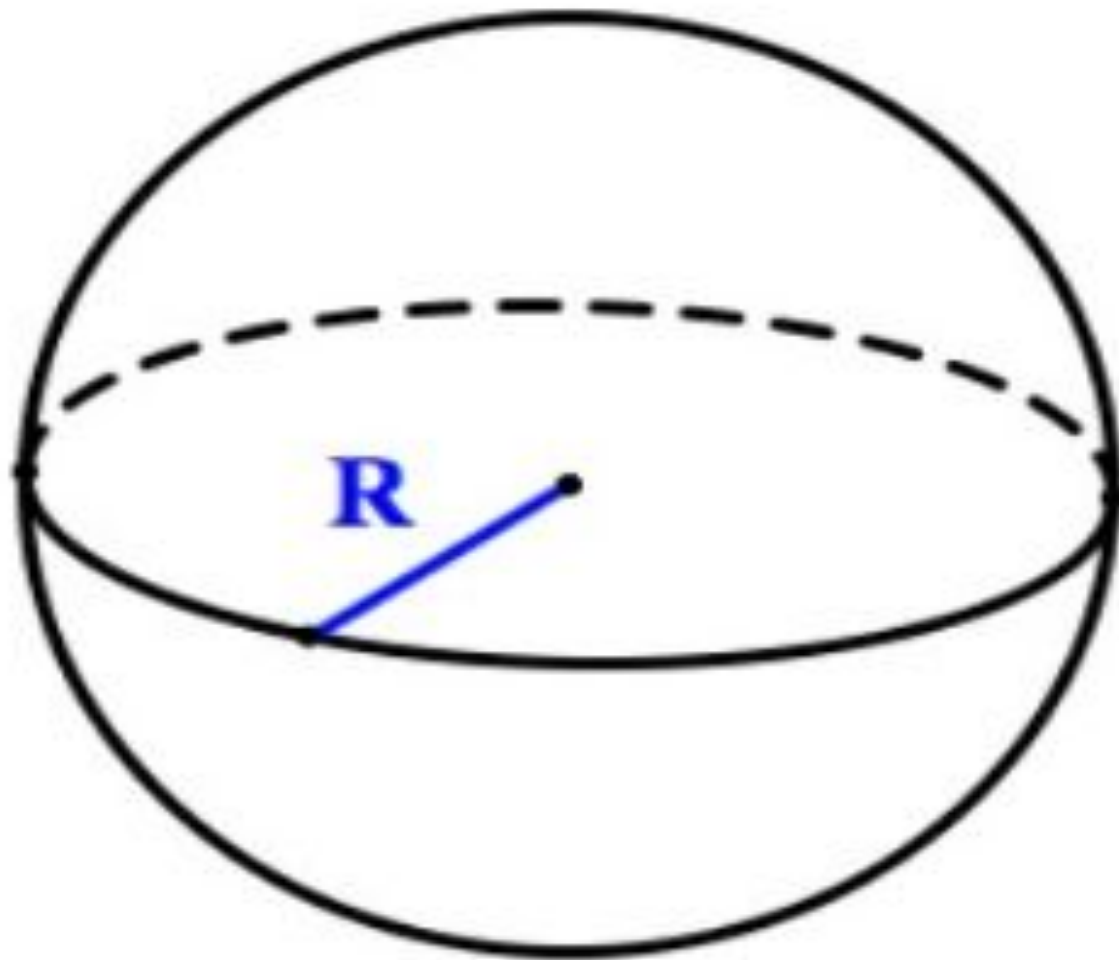
**Сфера**



**Шар**



# Основные формулы



$$S=4\pi R^2$$

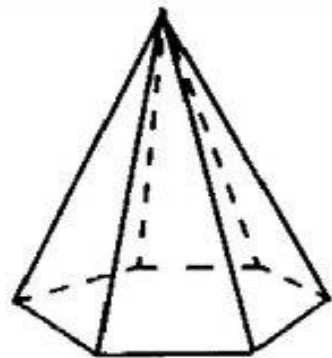
$$V=\frac{4}{3}\pi R^3$$

ОТВЕТИМ НА ВОПРОСЫ

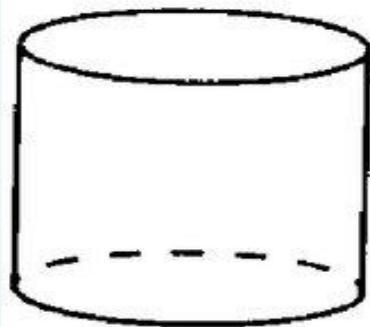


# Как называются данные геометрические тела?

а)



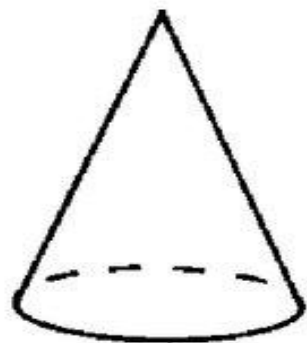
б)



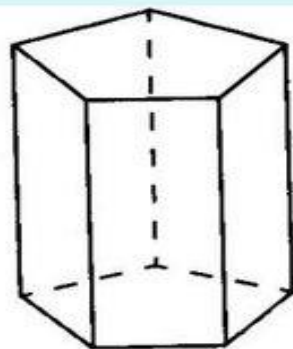
в)



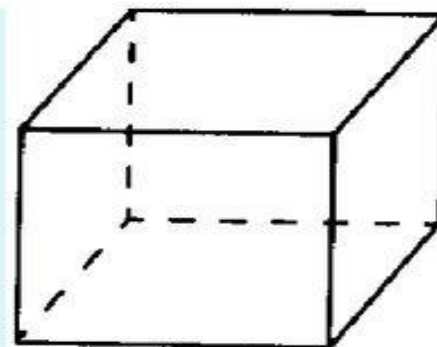
г)



д)

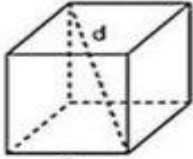
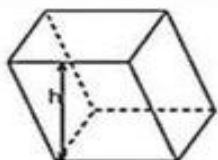
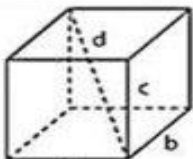
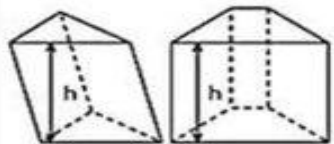
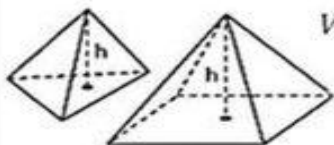


е)

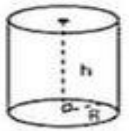
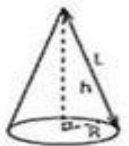
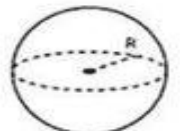


# Формулы

## МНОГОГРАННИКИ

ОБЪЁМЫ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 $V = a^3$ $a$ – ребро куба куб	$S = 6a^2$ $d = a\sqrt{3}$ длина диагонали
 $V = S_{\text{осн}} \cdot h$ параллелепипед	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$ $S_{\text{осн}}$ – площадь основания $h$ – высота
 $V = a \cdot b \cdot c$ прямоугольный параллелепипед	$S = 2ab + 2ac + 2bc$ $d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$
 $V = S_{\text{осн}} \cdot h$ призма	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$ $S_{\text{осн}}$ – площадь основания $h$ – высота
 $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$ пирамида	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}}$

## ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ

ОБЪЁМ	ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ
 $V = \pi R^2 h$ $R$ – радиус основания $h$ – высота цилиндр	$S = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} =$ $= 2\pi R^2 + 2\pi Rh$
 $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot h$ конус	$S = S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = \pi R^2 + \pi RL$ $L$ – образующая $L = \sqrt{R^2 + h^2}$
 $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ шар	$S = 4\pi R^2$

# Источники ресурса

- [https://png.pngtree.com/element\\_our/sm/20180625/sm\\_5b310c4101401.png](https://png.pngtree.com/element_our/sm/20180625/sm_5b310c4101401.png)
- <https://www.pngarts.com/files/2/Blood-Red-Abstract-Lines-Transparent-Images.png>
- Автор шаблона презентации: Буркина Эрика Владимировна, учитель русского языка и литературы
- [https://ds05.infourok.ru/uploads/ex/03b9/000de668-424e9010/1/hello\\_html\\_m6c04b005.jpg](https://ds05.infourok.ru/uploads/ex/03b9/000de668-424e9010/1/hello_html_m6c04b005.jpg)
- <http://900igr.net/up/datas/169901/007.jpg>
- Призма / <https://ds02.infourok.ru/uploads/ex/0246/00070725-3f40c356/img3.jpg>
- <https://i.ytimg.com/vi/E7iEBHPWqK8/maxresdefault.jpg>
- <https://belmathematics.by/images/teorija/prizma1.jpg>
- <https://ds02.infourok.ru/uploads/ex/0cd0/000786df-88b7edcb/img6.jpg>
- <https://uslide.ru/images/4/10772/960/img8.jpg>
- <https://ds04.infourok.ru/uploads/ex/0337/00060a2e-ccfee9b9/img21.jpg>
- <https://ds04.infourok.ru/uploads/ex/0337/00060a2e-ccfee9b9/img24.jpg>
- Пирамида / <https://ds04.infourok.ru/uploads/ex/00f6/000c497d-059e7d64/img3.jpg>
- <https://ds03.infourok.ru/uploads/ex/01ff/000322c6-80afc4c0/img3.jpg>
- <https://www.onlinemathlearning.com/image-files/polyhedra-pyramids-summary4.png>
- <http://900igr.net/up/datas/87330/006.jpg>
- <https://img.favpng.com/0/3/25/triangle-pyramid-shape-mathematics-geometry-png-favpng-KYG4r8QMFir6n825C5B7gnFfv.jpg>
- <http://900igr.net/up/datai/186640/0035-024-.jpg>
- <https://cf.ppt-online.org/files1/slide/h/hRxC1QAj64Wgu3JsGB08zE9pkMtSKUdDN2TXHqaP7b/slide-11.jpg>
- <https://cloud.prezentacii.org/18/10/91097/images/screen6.jpg>
- Тетраэдр / <https://cloud.prezentacii.org/19/06/155133/images/screen8.jpg>
- Октаэдр / <https://ds05.infourok.ru/uploads/ex/0606/000f0dad-afde52e9/img7.jpg>

# Источники ресурса

- <https://w7.pngwing.com/pngs/606/843/png-transparent-truncated-octahedron-geometry-platonic-solid-truncation-mathematics-angle-rectangle-triangle.png>
- <https://ds02.infourok.ru/uploads/ex/11f3/00059032-5ce06d54/img10.jpg>
- <http://900igr.net/up/datas/153495/010.jpg>
- **Цилиндр** / [https://cdn.pixabay.com/photo/2017/05/18/07/34/database-2322738\\_1280.png](https://cdn.pixabay.com/photo/2017/05/18/07/34/database-2322738_1280.png)
- <https://cf2.ppt-online.org/files2/slide/r/rXOUiKIWMdcGqykpxD6S3HYfJPIhw80Aa9tVCR/slide-2.jpg>
- <https://ds04.infourok.ru/uploads/ex/05f2/000bc5c1-b9b8c18b/img4.jpg>
- <http://900igr.net/up/datas/135098/007.jpg>
- [https://fhd.multiurok.ru/e/1/a/e1a3ca962fe105ec1686f687f9753dc06ff875ae/mietodichieskaia-razrabotka-kombinirovannogho-zaniatiia-dlia-priepodavatielia-po-tiemie-4-7-tsilindr\\_8.png](https://fhd.multiurok.ru/e/1/a/e1a3ca962fe105ec1686f687f9753dc06ff875ae/mietodichieskaia-razrabotka-kombinirovannogho-zaniatiia-dlia-priepodavatielia-po-tiemie-4-7-tsilindr_8.png)
- <http://dachnaya-zhizn.ru/images/dacha/poverhnost-cilindra-500x300.png>
- **Конус** / <https://for-teacher.ru/edu/data/img/pic-023lg8avp6-001.png>
- <https://cf2.ppt-online.org/files2/slide/u/UGxWhoH6V7kNwdB5IQ1qnOg34I8C9yMapYvEmP/slide-6.jpg>
- [https://sun9-21.userapi.com/bmVL1\\_AALRYs6D70w08bOed-NqIQMLuehTtN2Q/4o6ekWsEkCQ.jpg](https://sun9-21.userapi.com/bmVL1_AALRYs6D70w08bOed-NqIQMLuehTtN2Q/4o6ekWsEkCQ.jpg)
- <http://900igr.net/up/datai/72543/0012-009-.png>
- [https://s0.slide-share.ru/s\\_slide/7f46106d5ccfdb196e8d423afa84d3a2/8b8c7611-4731-4928-b836-47539cb05fd7.jpeg](https://s0.slide-share.ru/s_slide/7f46106d5ccfdb196e8d423afa84d3a2/8b8c7611-4731-4928-b836-47539cb05fd7.jpeg)
- <http://900igr.net/datai/geometrija/Objomy-i-ploschadi-geometricheskikh-tel/0026-002-Sfera.jpg> - шар
- [https://cknow.ru/uploads/posts/2017-07/1500232610\\_sphere-56a131b05f9b58b7d0bcef1e.png](https://cknow.ru/uploads/posts/2017-07/1500232610_sphere-56a131b05f9b58b7d0bcef1e.png)
- [http://znakka4estva.ru/uploads/category\\_items/sources/ed892ef348a75f7237e4cb810504f5c5.jpg](http://znakka4estva.ru/uploads/category_items/sources/ed892ef348a75f7237e4cb810504f5c5.jpg)
- <https://w7.pngwing.com/pngs/24/931/png-transparent-drawing-sphere-coloring-book-surface-sfera-del-drago-angle-white-color.png>
- <https://ds04.infourok.ru/uploads/ex/0bb9/00105f68-33f9cbdb/img20.jpg>
- <https://ds05.infourok.ru/uploads/ex/0f7a/0003f391-f1e88f7d/img18.jpg>

# Источники ресурса

- <https://cf.ppt-online.org/files2/slide/j/jUopSK7ZDzV6TCiJQGsWAF0rLu8ebYE2F41Omd/slide-1.jpg> - вопрос
- <https://cf.ppt-online.org/files1/slide//letdkrB7qoXicZEADpfYzNCuL9VW5Ggj4KO60nHbmQ/slide-6.jpg> - формулы
- **Формулы тел вращения /** <https://egemaximum.ru/wp-content/uploads/2013/05/90.jpg>
- [https://lh3.googleusercontent.com/6yL33MPKosw4tK8GtGVxE\\_6jAdaQoJYHTpaRQWf\\_PM1ZsV3qrfY6pjuvHQogdiRZA\\_Q](https://lh3.googleusercontent.com/6yL33MPKosw4tK8GtGVxE_6jAdaQoJYHTpaRQWf_PM1ZsV3qrfY6pjuvHQogdiRZA_Q)
- [https://iconizer.net/files/Real\\_Vista\\_2/orig/objects.png](https://iconizer.net/files/Real_Vista_2/orig/objects.png)
- [https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b8/Heptagonal\\_pyramid1.png](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/b/b8/Heptagonal_pyramid1.png)
- <http://fiction-books.ru/img/1019210959.jpg>
- <https://ds01.infourok.ru/uploads/ex/00ca/00004ee9-384d08e6/img0.jpg>