

9.4. НАИБОЛЬШЕЕ И НАИМЕНЬШЕЕ ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ

Согласно теореме Вейерштрасса, если функция непрерывна на отрезке $[a;b]$, то она достигает на нем наибольшего и наименьшего значений, Эти значения могут быть достигнуты на концах отрезка или в точках экстремума.

*схема нахождения наибольшего
и наименьшего значения
функции на отрезке:*



Найти производную функции.



Найти критические точки, в которых производная равна нулю или не существует.



Найти значения функции в критических точках и на концах отрезка, и выбрать из них наибольшее и наименьшее значения.

Пример.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$$y = (x - 2)^2 \cdot e^{-x}$$

на отрезке

$$[0 ; 5]$$

решение:

1

Находим производную функции:

$$\begin{aligned}y' &= \left((x-2)^2 \cdot e^{-x} \right)' = 2(x-2) \cdot e^{-x} - (x-2)^2 \cdot e^{-x} = \\ &= e^{-x} \cdot (x-2) \cdot (x-4)\end{aligned}$$

2

Находим критические точки:

$$y' = e^{-x} \cdot (x-2) \cdot (x-4) = 0$$

$$x_1 = 2$$

$$x_2 = 4$$

*критические
точки*



Находим значения функций в критических точках и на концах отрезка:

$$f(2) = 0 \quad f(4) = \frac{4}{e^4} \quad f(0) = 4 \quad f(5) = \frac{9}{e^5}$$

$$f_{\text{наиб}}(0) = 4$$

$$f_{\text{наим}}(2) = 0$$

ЗАМЕЧАНИЕ

Если функция непрерывна на интервале $(a; b)$, то она может не принимать на нем наибольшее и наименьшее значения. В частности, если дифференцируемая функция $y=f(x)$ на интервале $(a; b)$ имеет лишь одну точку максимума (или минимума), то наибольшее (или наименьшее) значение функции совпадает с максимумом (минимумом) этой функции.