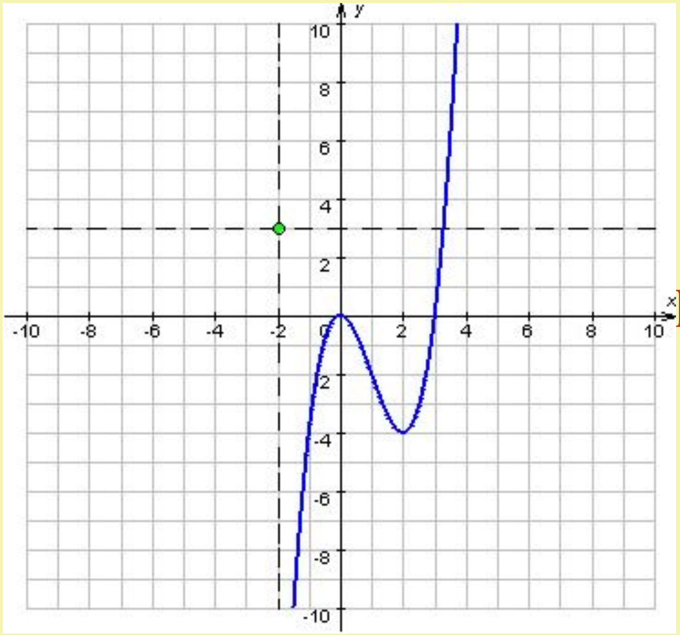
Определение производной от функции

(К учебнику Колмогорова А.Н. «Алгебра и начала анализа 10-11»)

Цель презентации – обеспечить максимальную наглядность изучения темы.

Определение производной функции
(Содержание)



I. Геометрический смысл $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ отношения Слайд 3

II. Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$ Слайды 4,5

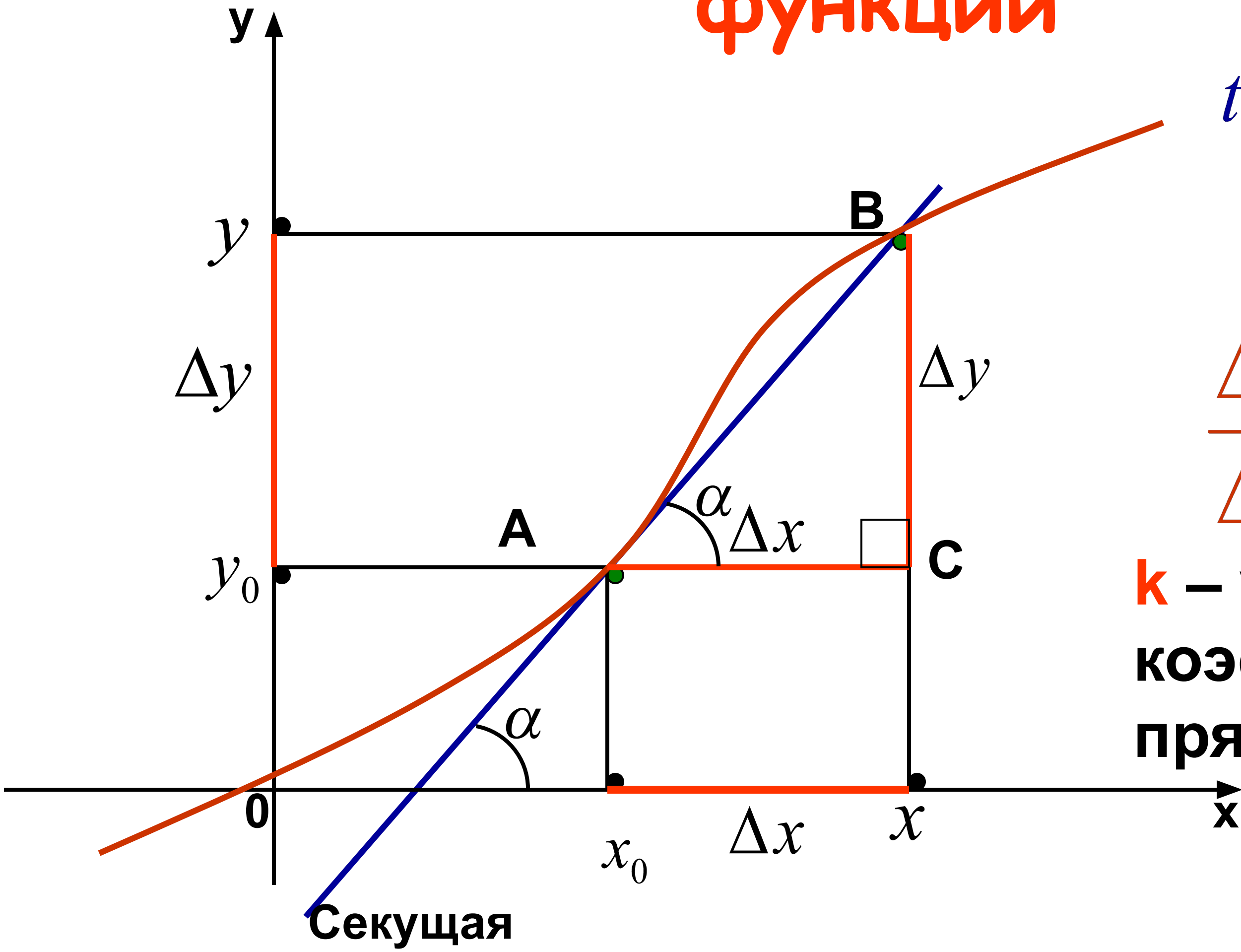
III. Геометрический смысл производной функции Слайды 7,8

IV. Определение производной функции Слайд 6

V. Физический смысл производной функции Слайд 9

VI. Примеры вычисления производной функции Слайд 10

Геометрический смысл приращения функции



$$tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Итак,

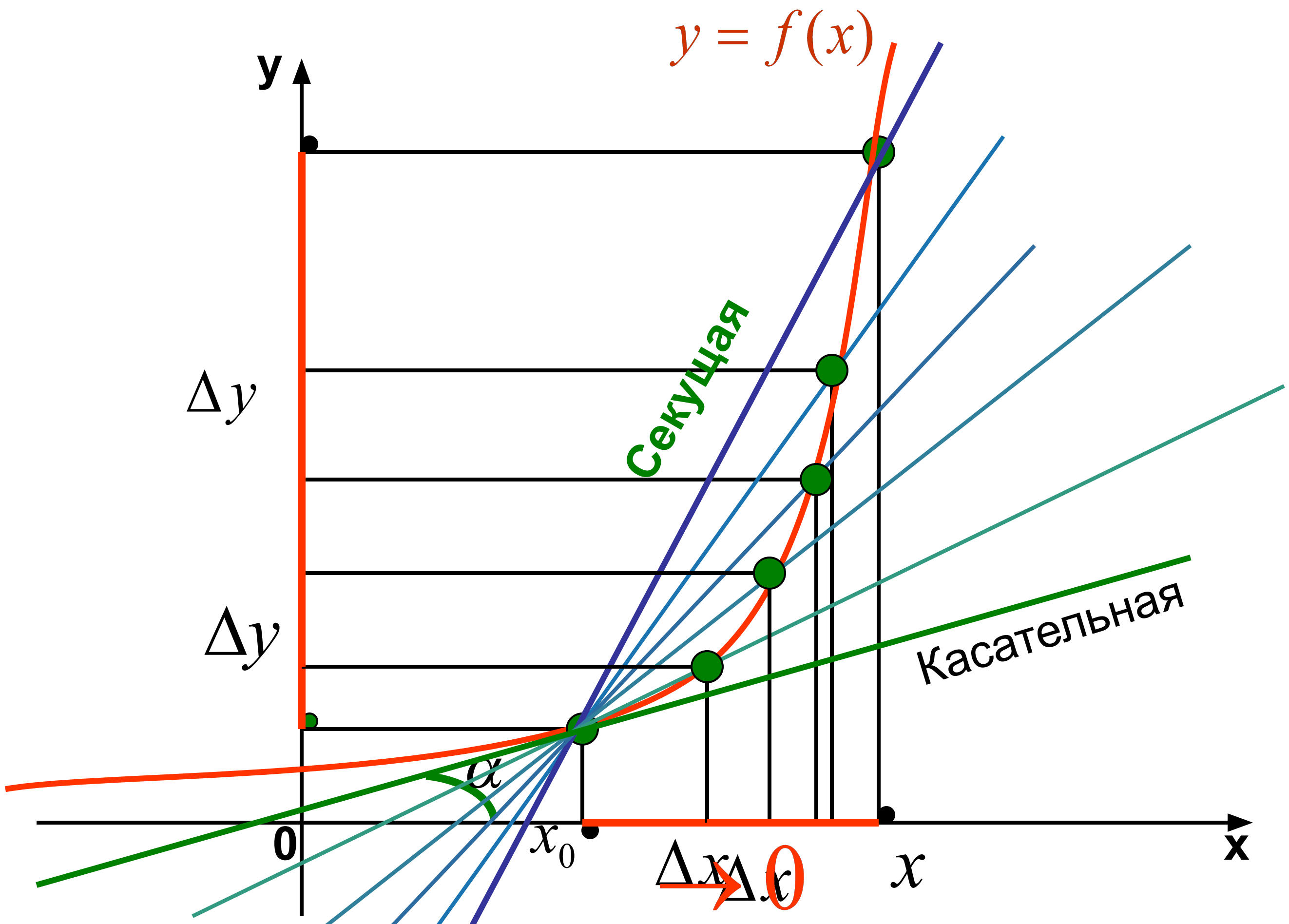
$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(секущей)

$$y = kx + b$$

Геометрический смысл отношения $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$

Автоматический показ. Щелкните 1 раз.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

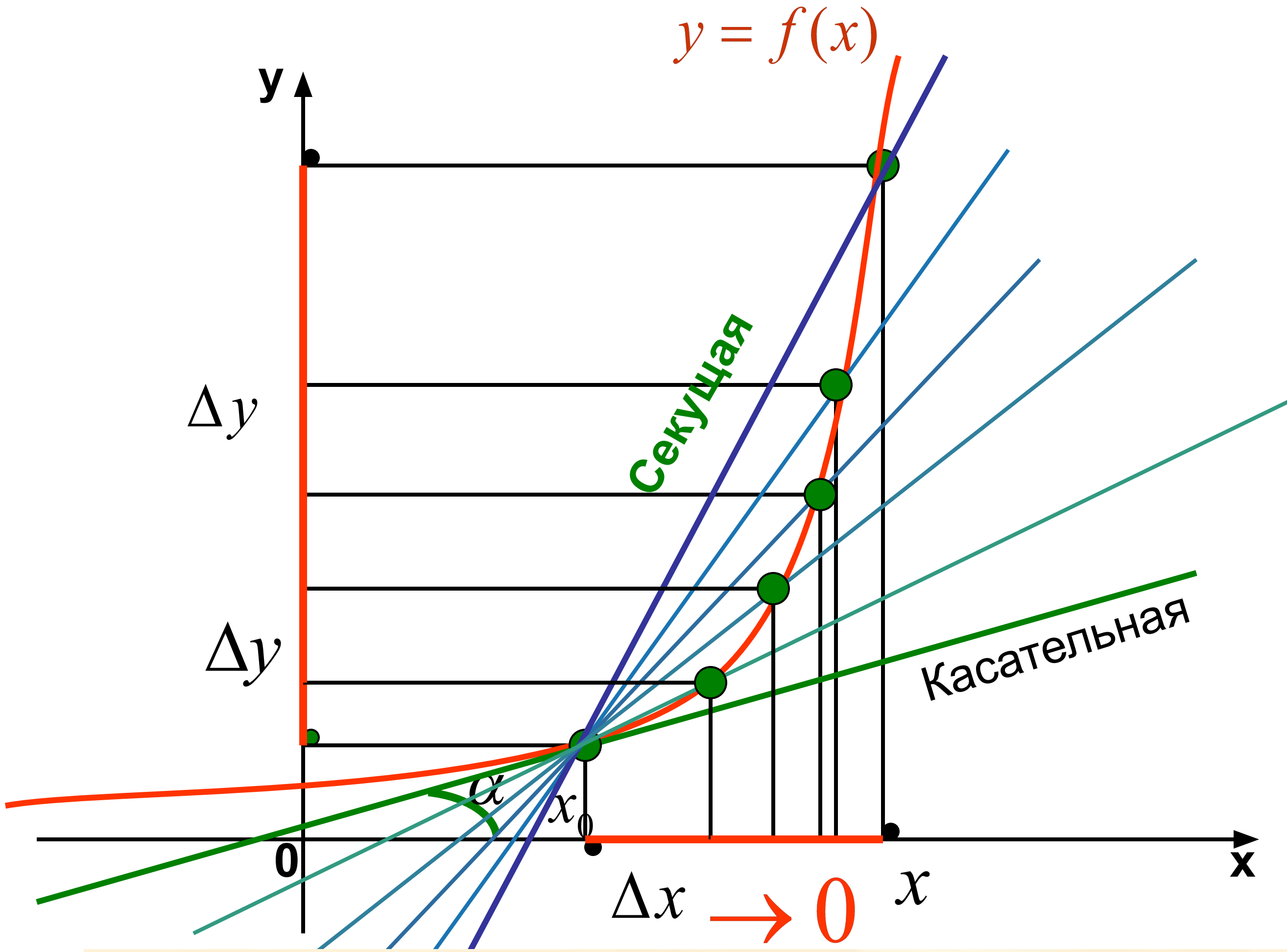
k – угловой коэффициент прямой(секущей)

$$y = kx + b$$

При $\Delta x \to 0$ угловой коэффициент секущей $\to$ к угловому коэффициенту касательной.

Секущая стремится занять положение касательной. То есть, касательная есть предельное положение секущей.

Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(секущей)

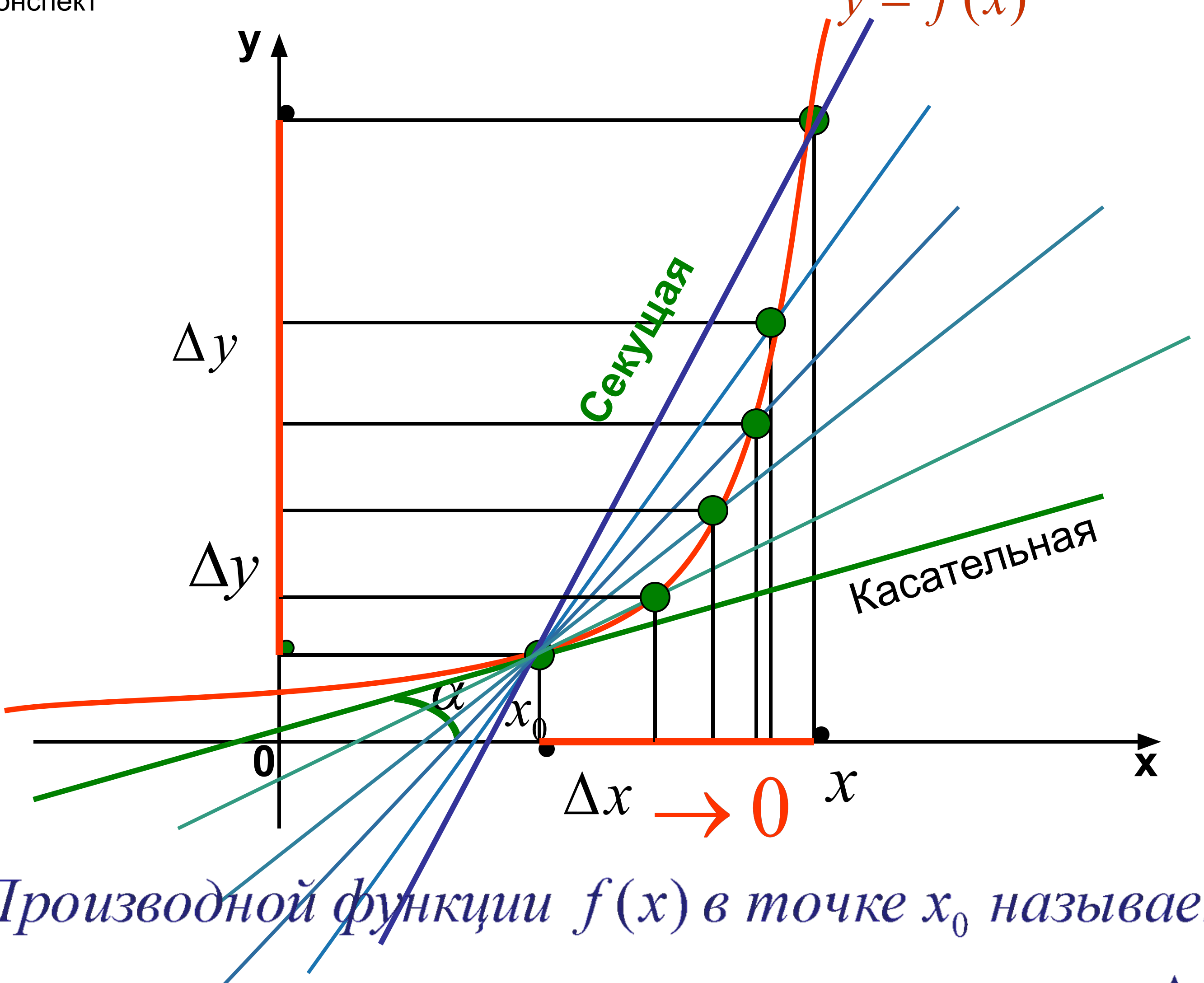
$$y = kx + b$$

Секущая стремится занять положение касательной. То есть, касательная есть предельное положение секущей.

При $\Delta x \to 0$ угловой коэффициент секущей $\to$ к угловому коэффициенту касательной.

Определение производной от функции в данной точке.

Конспект



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

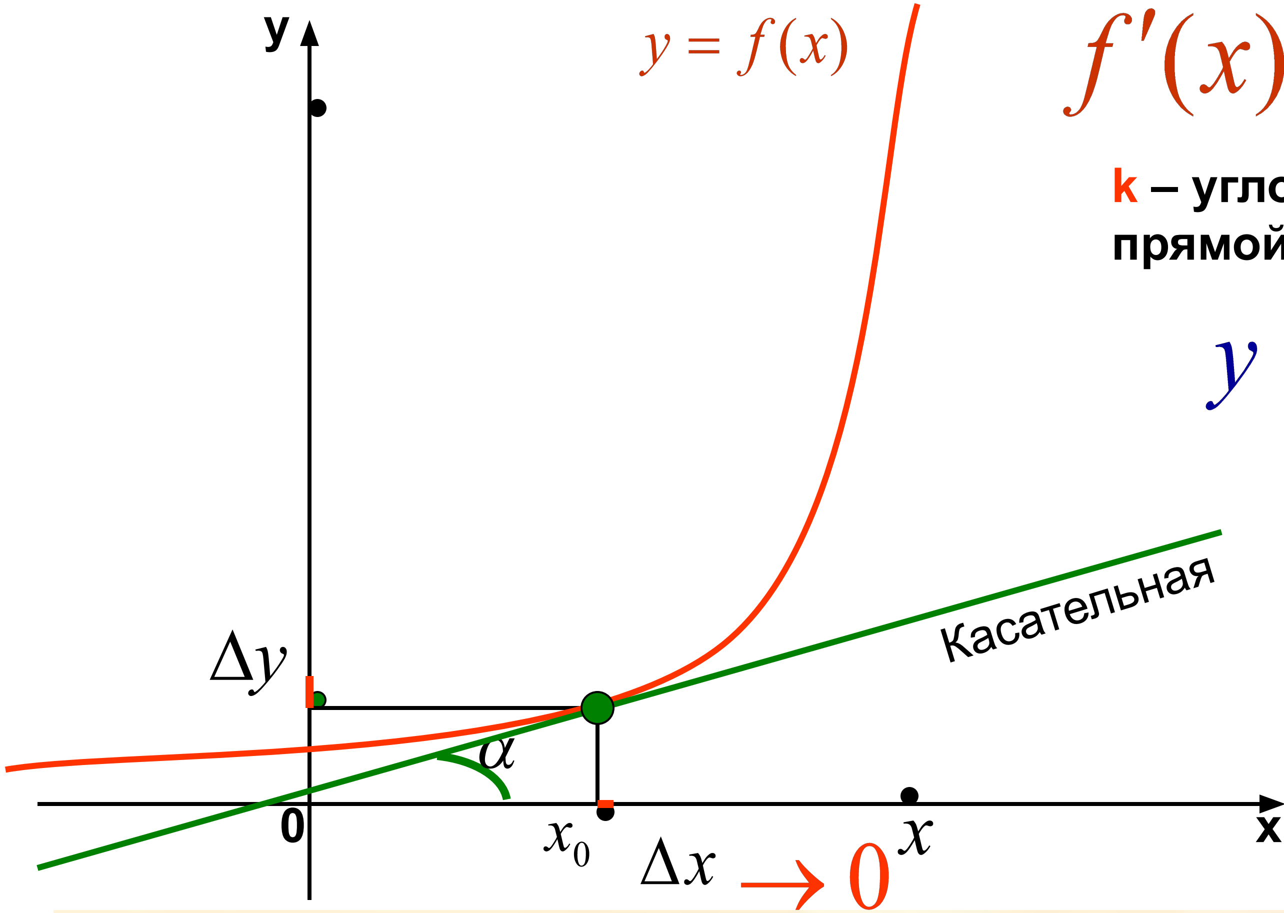
k – угловой коэффициент прямой(секущей)

$$y = kx + b$$

Обозначение:

$$f'(x)$$

Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется число, к которому стремится отношение $\dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ при $\Delta x \to 0$.



$$f'(x) = tg\alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(касательной)

$$y = kx + b$$

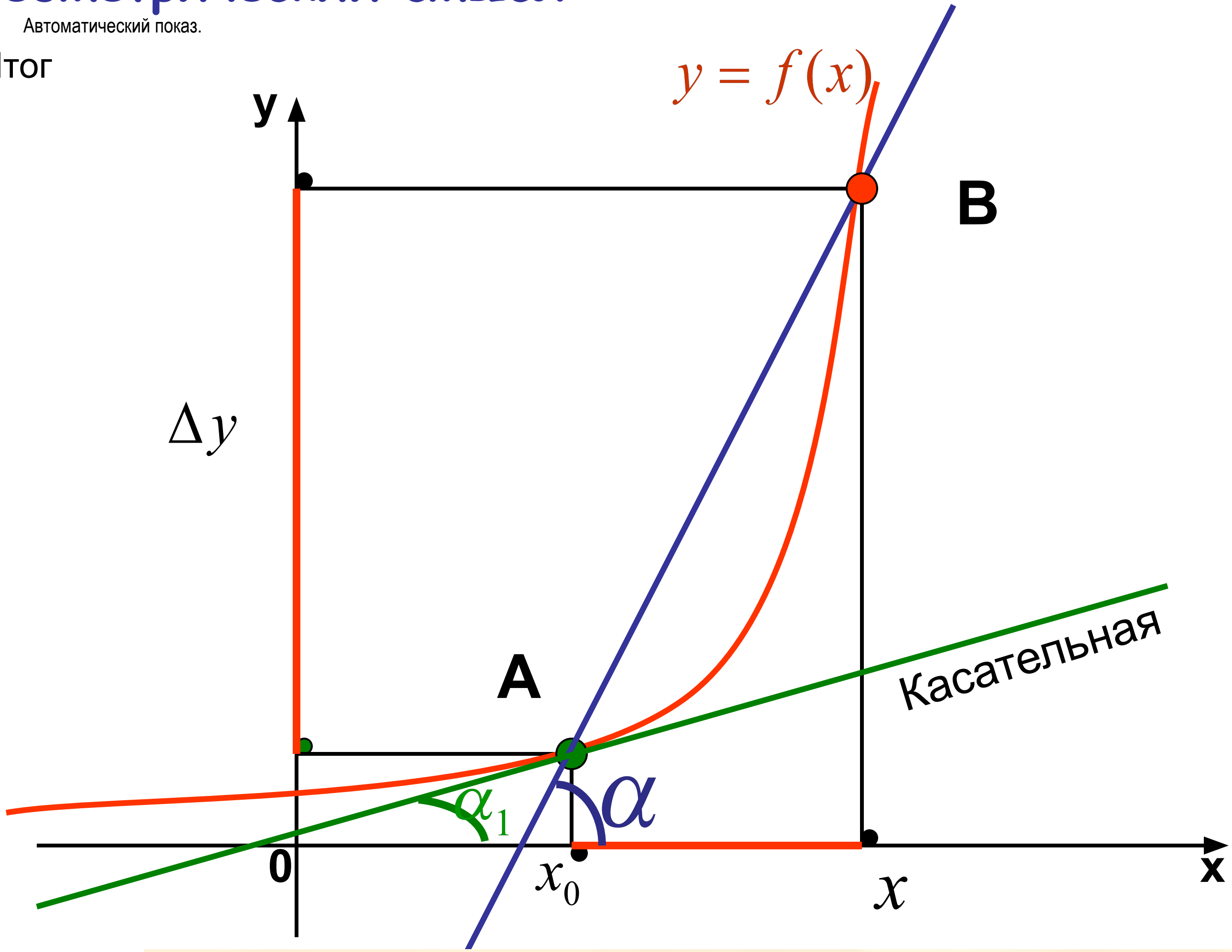
Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

Определение производной от функции в данной точке. Ее геометрический смысл

Автоматический показ.

Итог



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(секущей)

$$y = kx + b$$

$$f'(x_0) = tg\alpha_1$$

$\Delta x \to$

Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

$\Delta x \to 0.$

Физический смысл производной функции в данной точке

$$V_{ср.} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Или, если Δx *– перемещение тела, а* Δt *– промежуток времени, в течении которого выполнялось движение, то* $\frac{\Delta x}{\Delta t}$ *– средняя скорость движения на промежутке времени* t.

При $\Delta t \to 0$ $V_{ср.} \to$ *к мгновенной скорости* $V(t)$, *следовательно,* $V(t) = S'(t)$.

$$S'(t) = V(t) \quad \text{или} \quad x'(t) = V(t)$$

Производная от функции в данной точке – это скорость изменения функции. $f'(x) = V(x)$

Конспект

Пример вычисления производной

Дано: $f(x) = x^2 + 1.$

Найдем $f'(x)$ *в точке* $x_0 = -2$, *то есть* $f'(-2).$

Решение

$$\Delta f(x) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

$$f(x_0 + \Delta x) = f(-2 + \Delta x) = (-2 + \Delta x)^2 + 1 =$$

$$= 4 - 4\Delta x + \Delta x^2 + 1 = 5 - 4\Delta x + \Delta x^2$$

$$f(x_0) = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$\Delta f(x) = 5 - 4\Delta x + \Delta x^2 - 5 = -4\Delta x + \Delta x^2$$

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{-4\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = -4 + \Delta x$$

Если $\Delta x \to 0$, *то* $\dfrac{\Delta f(x)}{\Delta x} \to -4$, *то есть* $f'(x) = -4.$

Ответ: $f'(x) = -4$