

Определение производной от функции

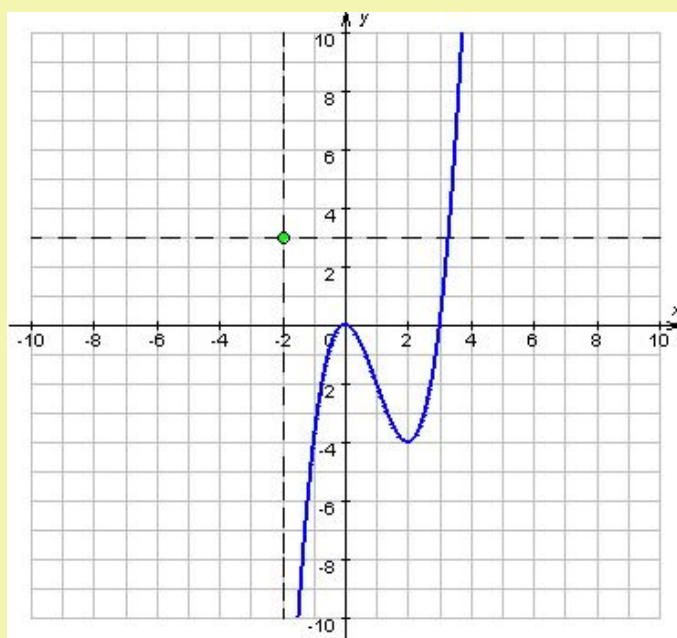
(К учебнику Колмогорова А.Н. «Алгебра и начала анализа 10-11»)

Цель презентации – обеспечить максимальную наглядность изучения темы.



Определение производной функции

(Содержание)



I. Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ Слайд 3

II. Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$ Слайды 4,5

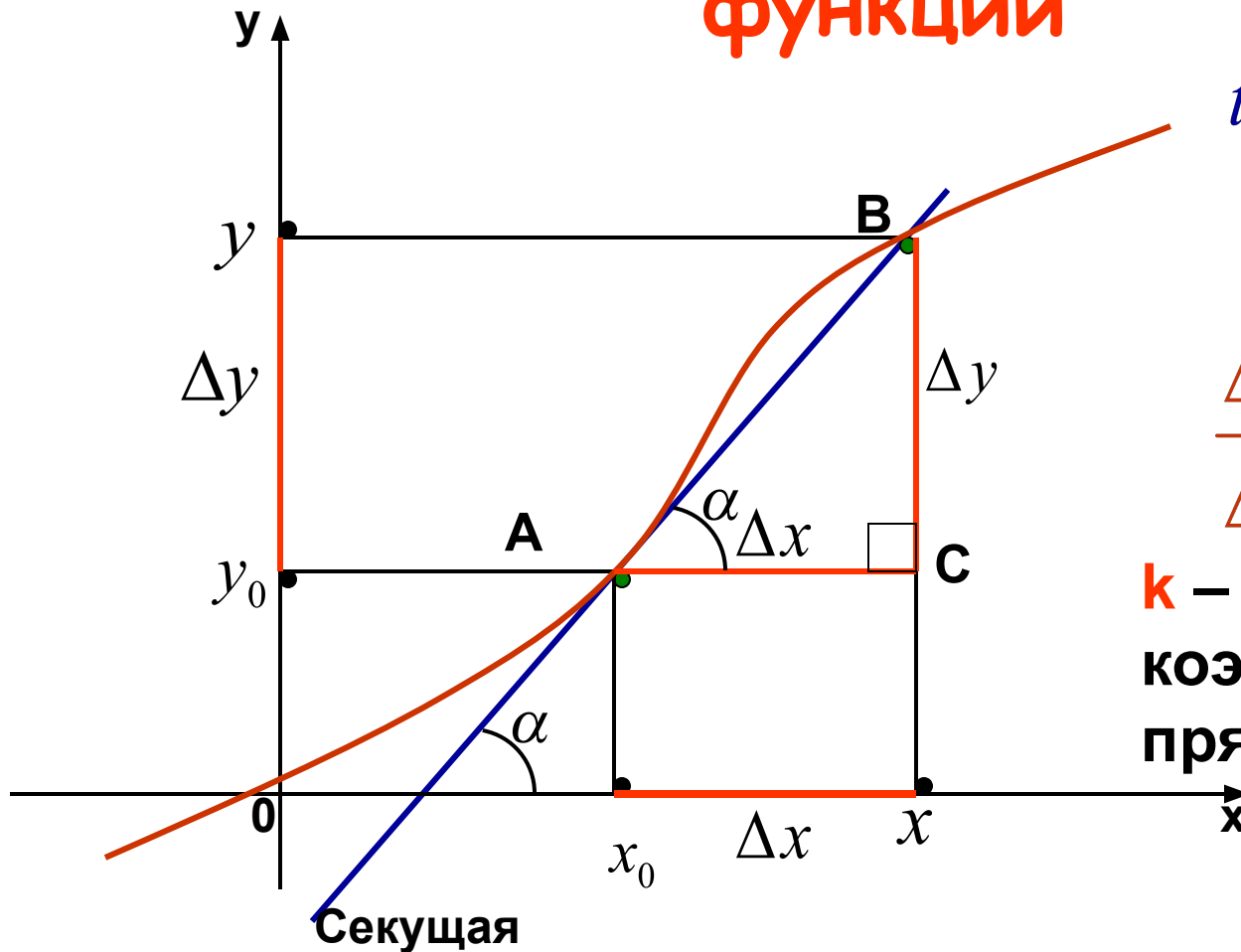
III. Геометрический смысл производной функции Слайды 7,8

IV. Определение производной функции Слайд 6

V. Физический смысл производной функции Слайд 9

VI. Примеры вычисления производной функции Слайд 10

Геометрический смысл приращения функции



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Итак,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

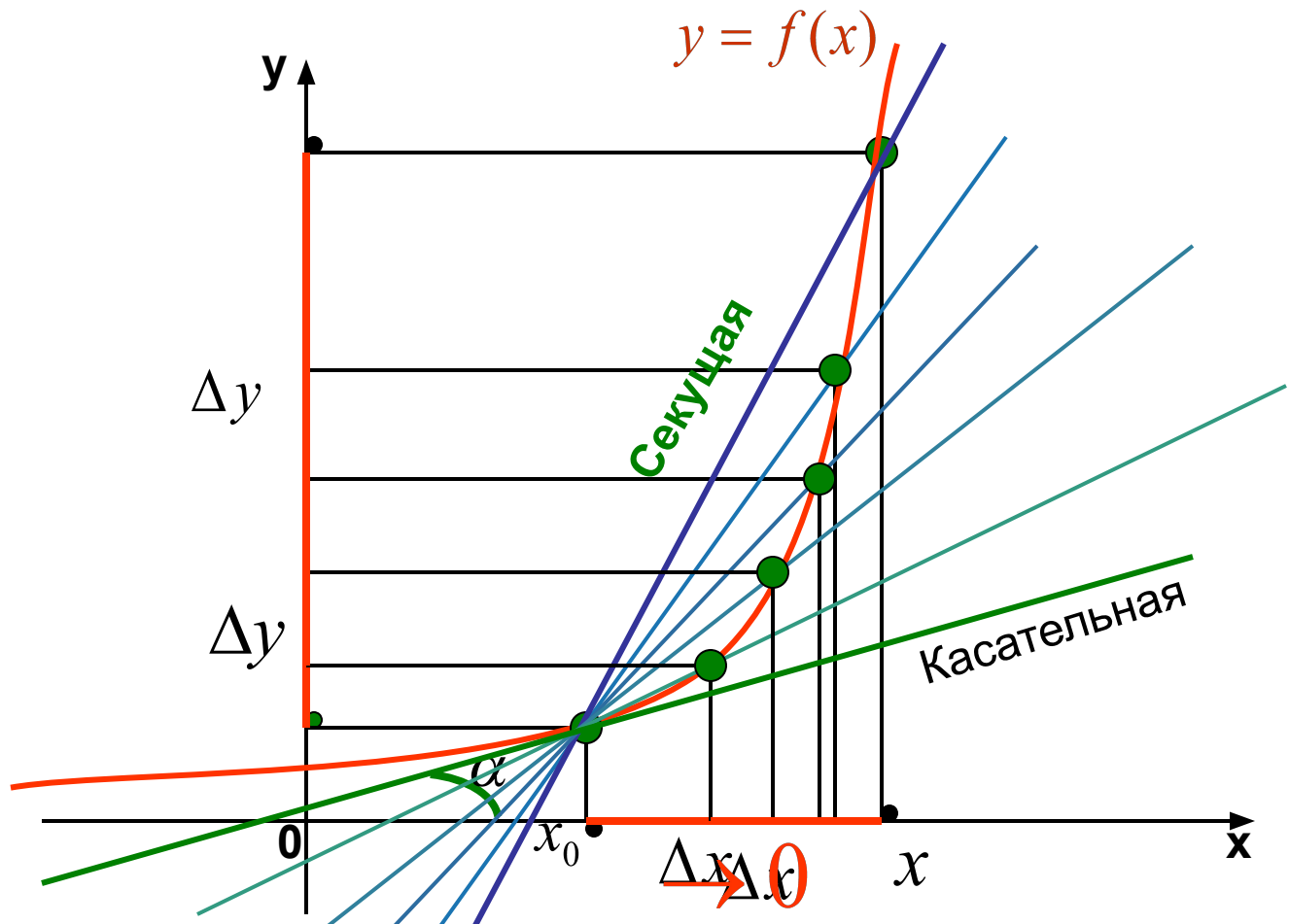
k – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$



Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$

Автоматический показ. Щелкните 1 раз.



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

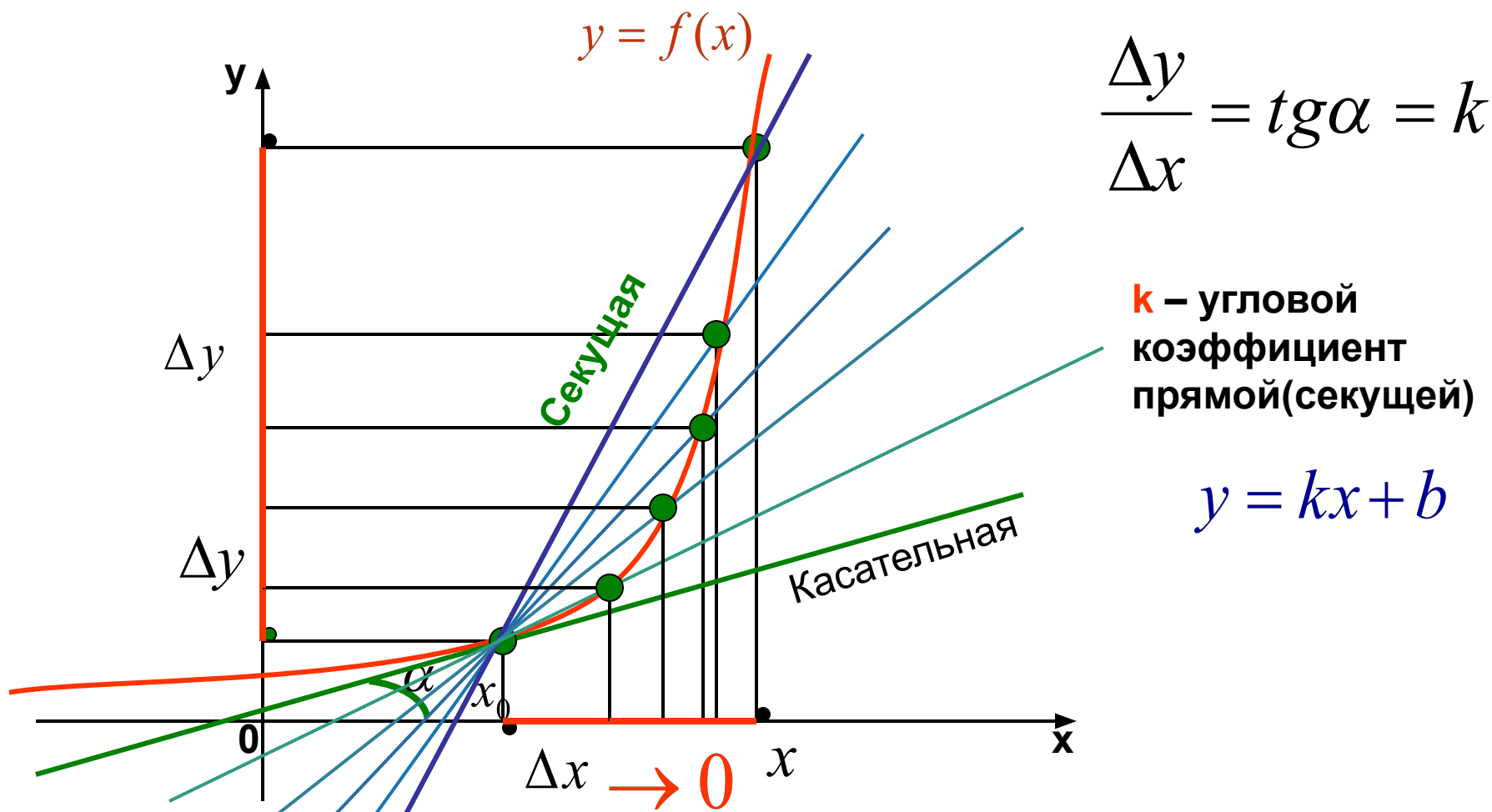
k – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$

При $\Delta x \rightarrow 0$ угловой коэффициент секущей $\rightarrow k$ угловому коэффициенту касательной. То есть, касательная есть предельное положение секущей.



Геометрический смысл отношения $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$



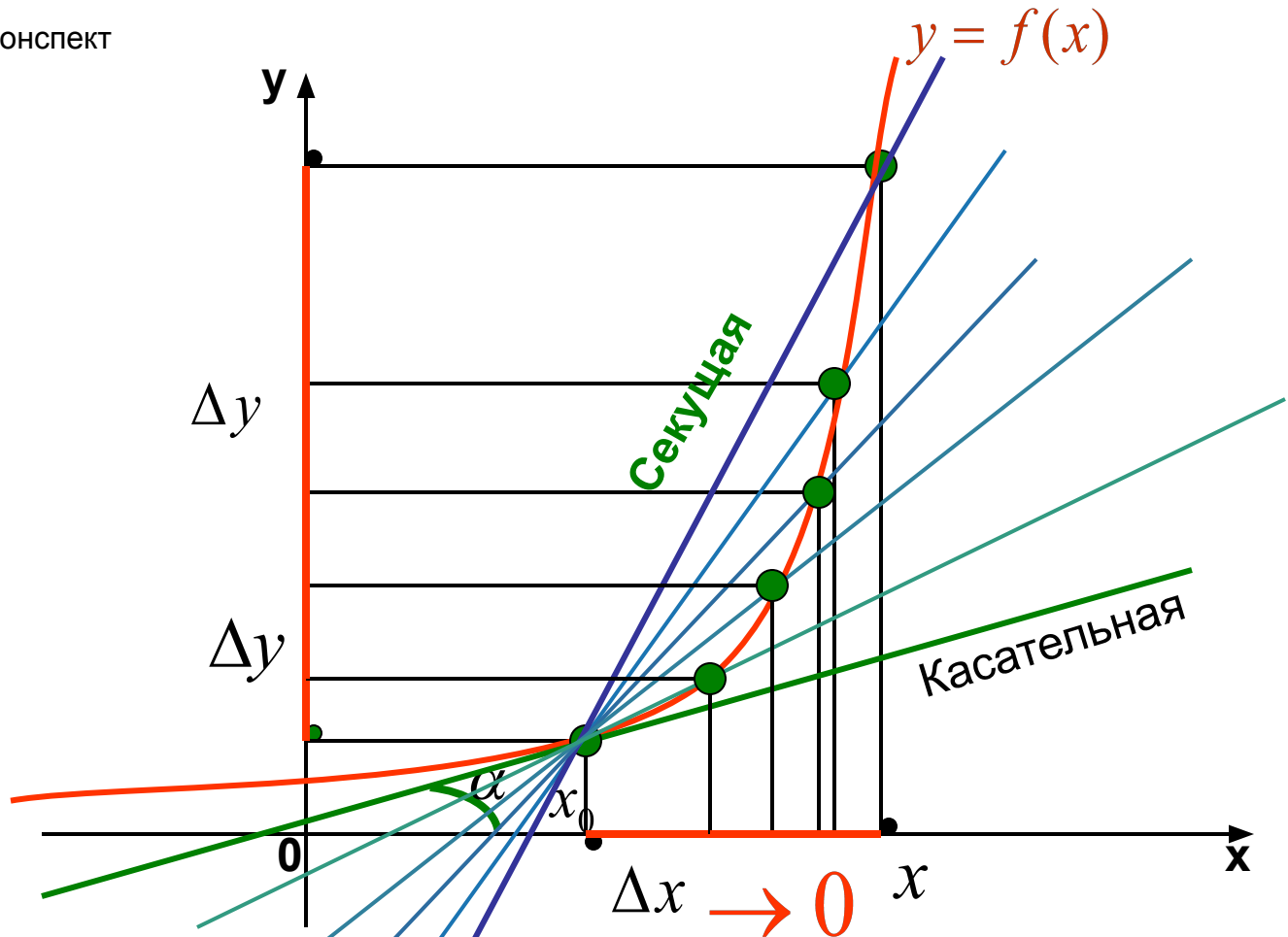
Секущая стремится занять положение касательной. То есть, касательная есть предельное положение секущей.

При $\Delta x \rightarrow 0$ угловой коэффициент секущей \rightarrow к угловому коэффициенту касательной.



Определение производной от функции в данной точке.

Конспект



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(секущей)

$$y = kx + b$$

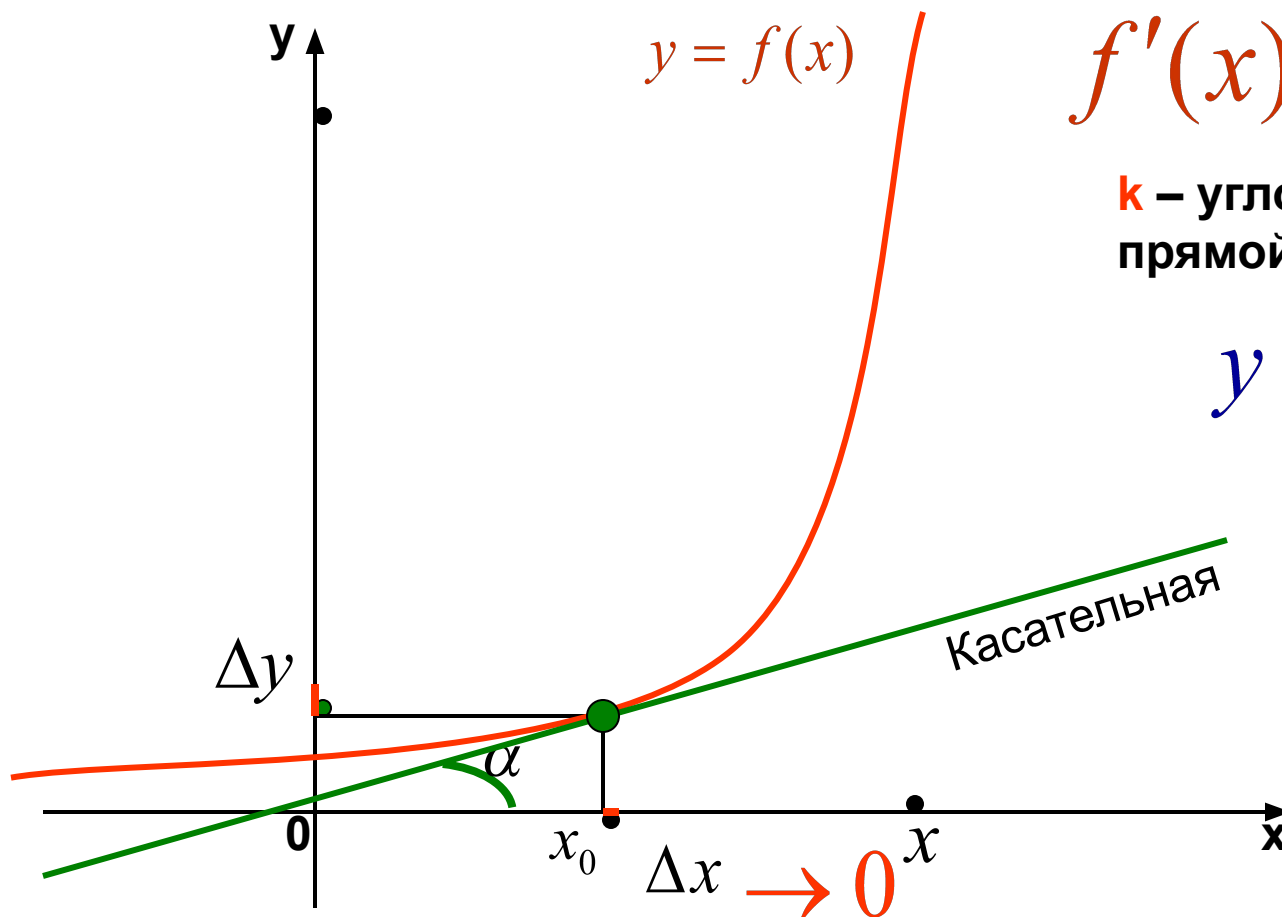
Обозначение:

$$f'(x)$$

Производной функции $f(x)$ в точке x_0 называется

число, к которому стремится отношение $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ при $\Delta x \rightarrow 0$.





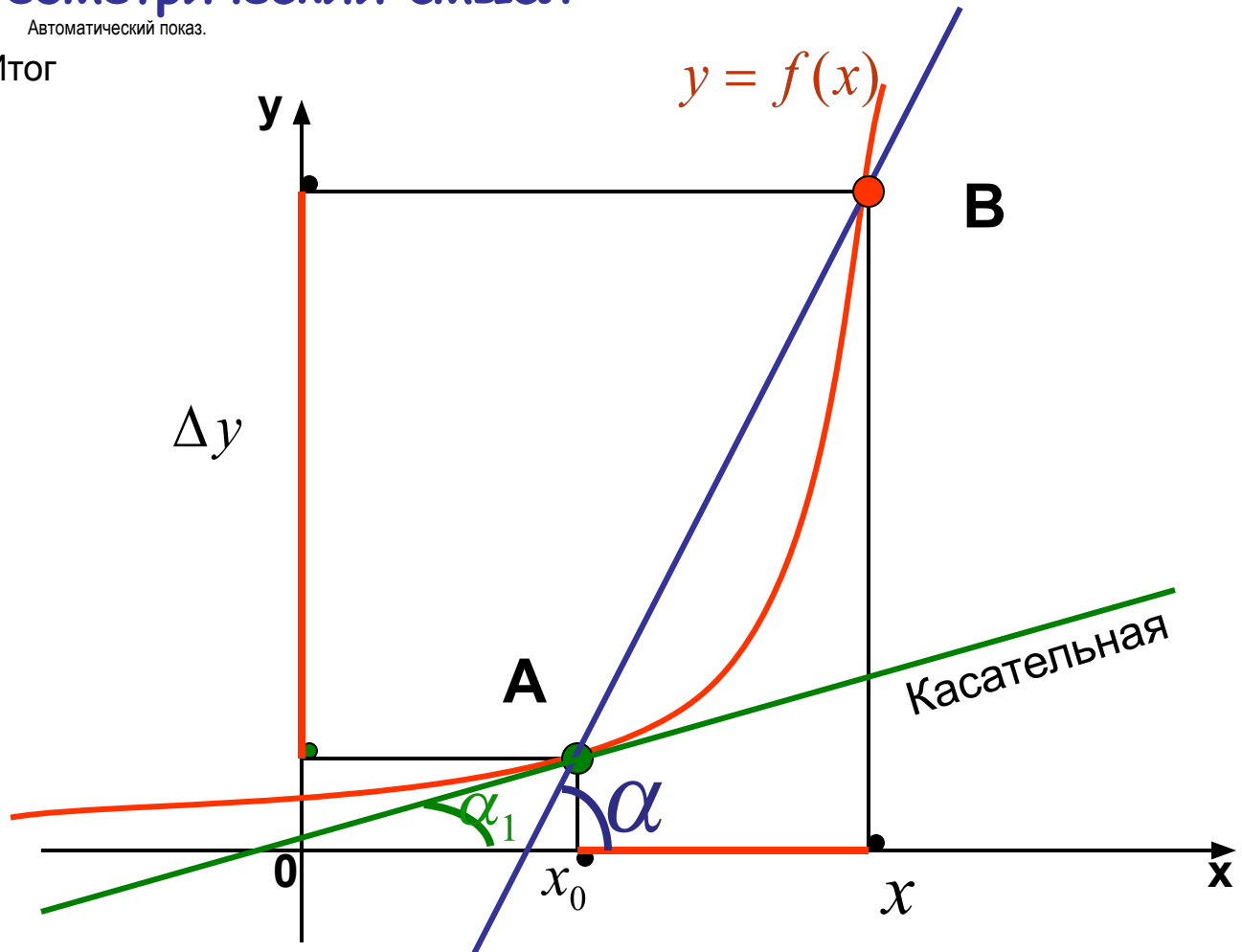
Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

Определение производной от функции в данной точке. Ее геометрический смысл

Автоматический показ.

Итого



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha_1$$

Геометрический смысл производной

Производная от функции в данной точке равна угловому коэффициенту касательной, проведенной к графику функции в этой точке.

Пр
tg α
КС
чис

Δx

всему
x₀.

Δx → 0.



Физический смысл производной функции в данной точке

$$V_{\text{ср.}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Или, если Δx – перемещение тела, а Δt – промежуток времени, в течении которого выполнялось движение, то

$\frac{\Delta x}{\Delta t}$ – средняя скорость движения на промежутке времени t .

При $\Delta t \rightarrow 0$ $V_{\text{ср.}} \rightarrow$ к мгновенной скорости $V(t)$, следовательно, $V(t) = S'(t)$.

$$S'(t) = V(t) \quad \text{или} \quad x'(t) = V(t)$$

Производная от функции в данной точке – это скорость изменения функции. $f'(x) = V(x)$



Пример вычисления производной

Дано: $f(x) = x^2 + 1$.

Найдем $f'(x)$ в точке $x_0 = -2$, то есть $f'(-2)$.

Решени

$$\Delta f(x) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

$$f(x_0 + \Delta x) = f(-2 + \Delta x) = (-2 + \Delta x)^2 + 1 =$$

$$= 4 - 4\Delta x + \Delta x^2 + 1 = 5 - 4\Delta x + \Delta x^2$$

$$f(x_0) = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$\Delta f(x) = 5 - 4\Delta x + \Delta x^2 - 5 = -4\Delta x + \Delta x^2$$

$$\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{-4\Delta x + \Delta x^2}{\Delta x} = -4 + \Delta x$$

Если $\Delta x \rightarrow 0$, то $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \rightarrow -4$, то есть $f'(x) = -4$.

Ответ: $f'(x) = -4$