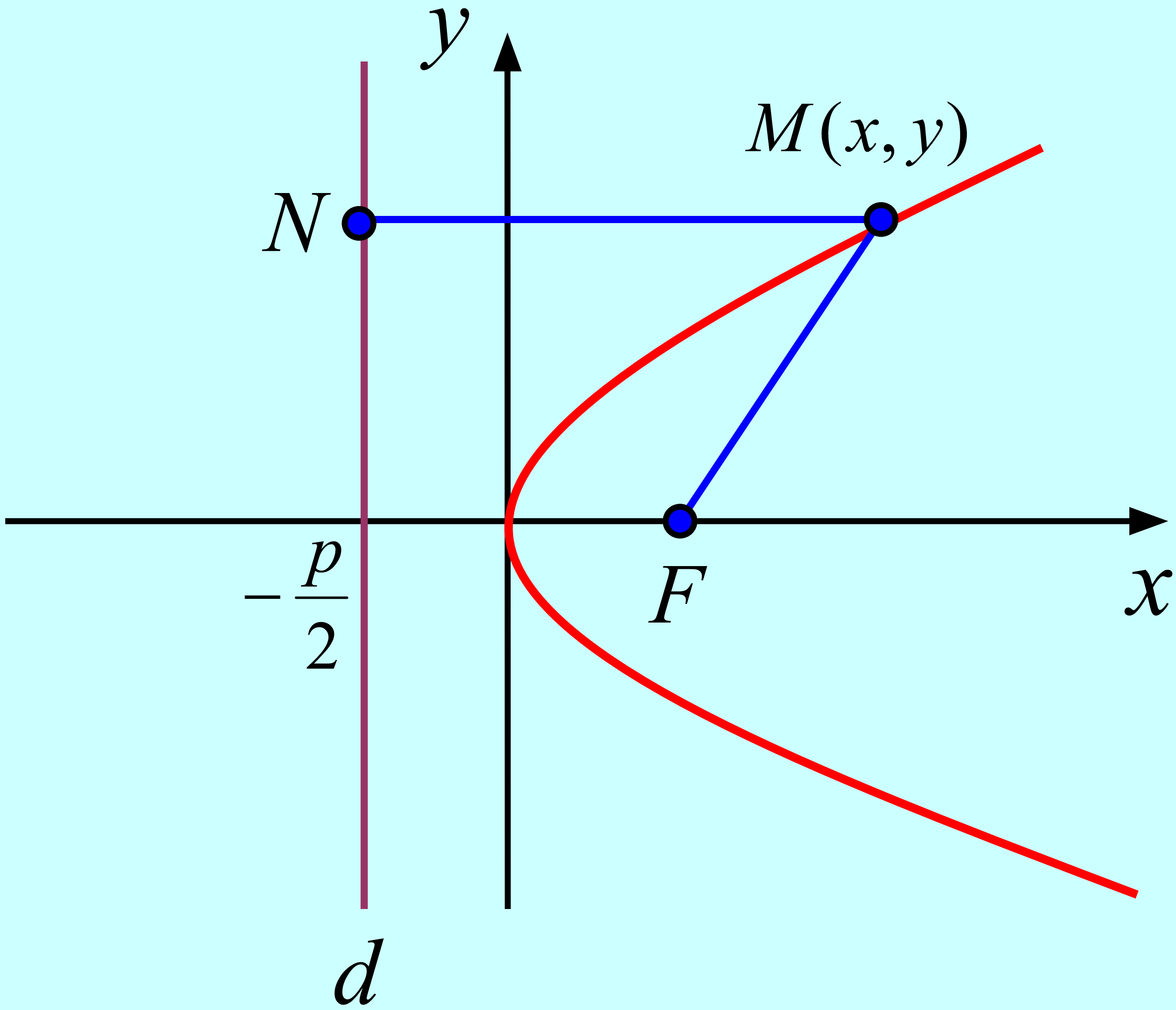
4.5. ПАРАБОЛА

***ПАРАБОЛОЙ** называется множество точек плоскости, каждая из которых находится на одинаковом расстоянии от данной точки, называемой фокусом параболы и данной прямой, называемой директрисой.*



y
M(x, y)
N
$-\frac{p}{2}$
F
x
d

Введем обозначения: $F\left(\frac{p}{2};0\right)$

Расстояние между фокусом и директрисой параболы равно *p*.

Для любой точки *M(x,y)*, принадлежащей параболе, по определению выполняется равенство:

$$|FM| = |NM|$$

Теорема

Для того, чтобы точка M(x,y) принадлежала параболе, необходимо и достаточно, чтобы ее координаты удовлетворяли уравнению

$$y^2 = 2px$$

3

Покажем, что координаты точки, принадлежащей параболе, удовлетворяют уравнению (3).

Т.к. точка *M(x,y)* принадлежит параболе, то по определению параболы, должно выполнятся условие

$$|FM| = |NM|$$

Выразим каждое расстояние по формуле расстояния между двумя точками:

$$\left.\begin{matrix} F\left(\frac{p}{2};0\right) \\ M(x;y) \end{matrix}\right] \Rightarrow |FM| = \sqrt{\left(x-\frac{p}{2}\right)^2 + y^2}$$

$$|NM| = \left|x + \frac{p}{2}\right|$$

Тогда:

$$\sqrt{\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2} = \left|x + \frac{p}{2}\right|$$

Возводим в квадрат обе части выражения:

$$\left(x - \frac{p}{2}\right)^2 + y^2 = x^2 + xp + \frac{p^2}{4}$$

$$\cancel{x^2} - xp + \cancel{\frac{p^2}{4}} + y^2 = \cancel{x^2} + xp + \cancel{\frac{p^2}{4}}$$

$$y^2 = 2px$$

канонические уравнение параболы

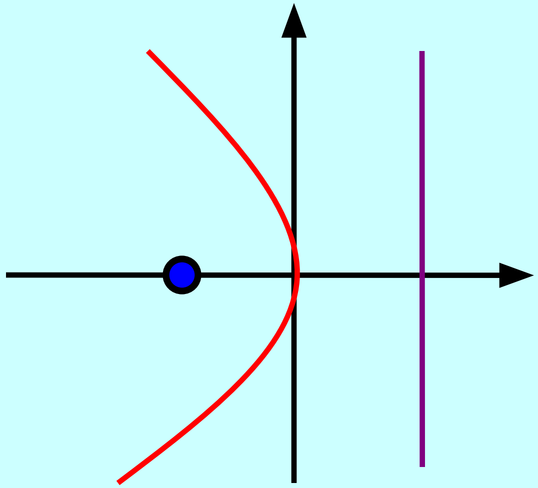
Уравнение директрисы параболы имеет вид:

$$x = -\frac{p}{2}$$

Расстояние $|FM|$

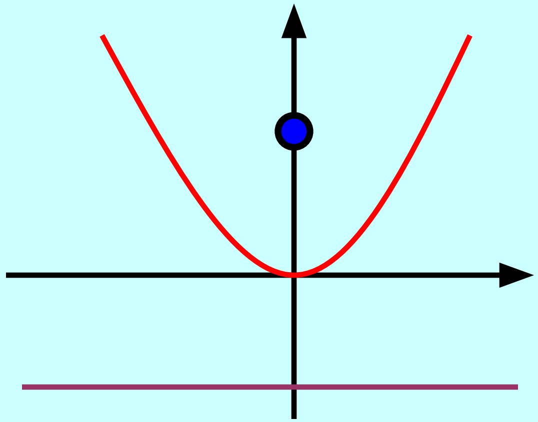
называется <u>фокальным радиусом</u> точки *M*, *p* называется <u>параметром</u> параболы.

В зависимости от значения этих параметров, возможны различные способы ориентации параболы на плоскости.



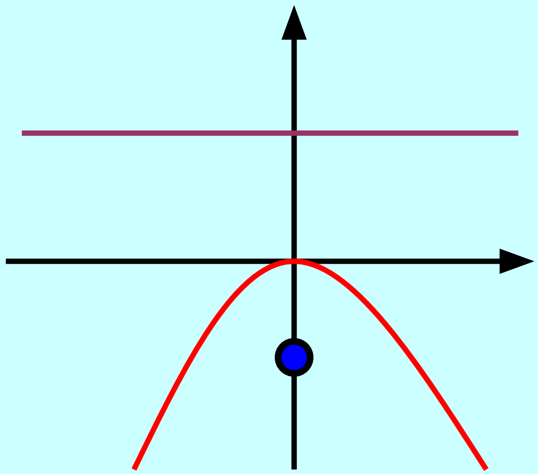
$$F\left(-\frac{p}{2};0\right) \qquad x=\frac{p}{2}$$

$$\boxed{y^2=-2px}$$



$$F\left(0;\frac{p}{2}\right) \qquad y=-\frac{p}{2}$$

$$\boxed{x^2=2py}$$



$$F\left(0;-\frac{p}{2}\right)$$

$$y=\frac{p}{2}$$

$$\boxed{x^2=-2py}$$