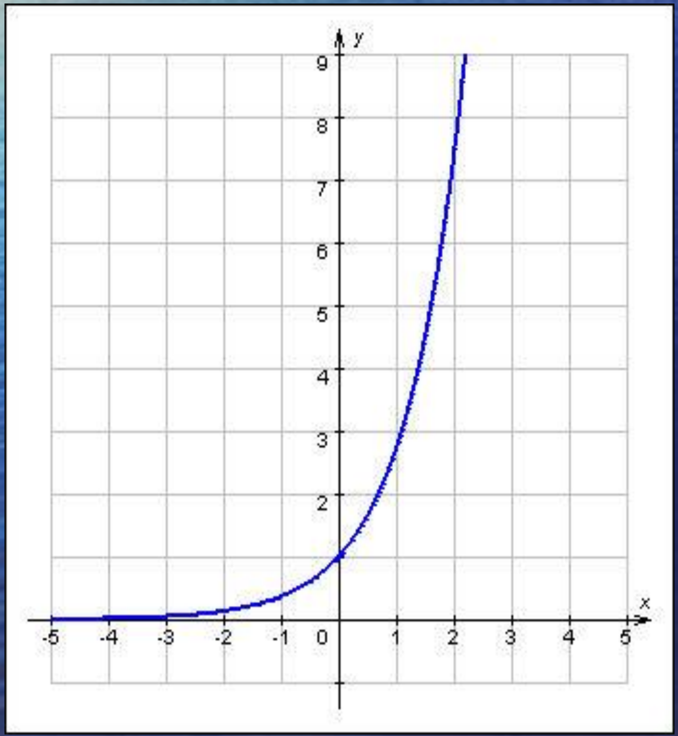
Показательная функция

- ***Определение.***

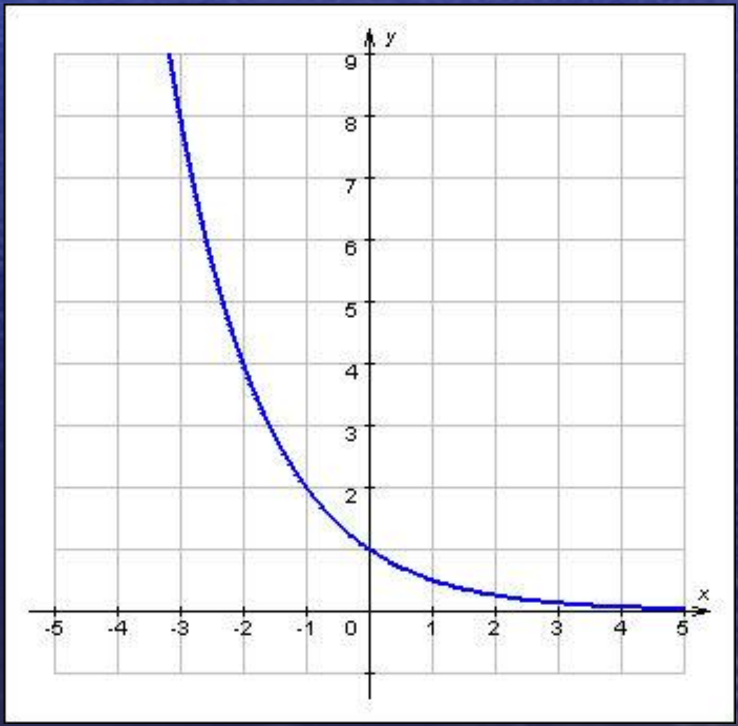
  Функция, заданная формулой **$y =$** a^x (где $a > 0$, $a \neq 1$, x – показатель степени), называется показательной функцией с основанием a.

График показательной функции.

При a > 0:



При 0 <a < 1:



Свойства показательной функции

при a>0:

- 1.Область определения – множество действительных чисел.
- 2.Область значений – множество положительных действительных чисел.
- 3.Функция возрастает на всей числовой прямой.
- 4.При x = 0, y = 1, график проходит через точку (0; 1)

при 0 < a < 1:

- 1. Область определения – множество действительных чисел.
- 2. Область значений – множество положительных действительных чисел.
- 3. Функция убывает на всей числовой прямой.
- 4. При x = 0, y = 1, график проходит через точку (0 ; 1).

Свойства функции

При $a > 1$, $0 < a < 1$ справедливы равенства:

- **1. $a^x \cdot a^y = a^{x+y}$**
- **2. $a^x : a^y = a^{x-y}$**
- **3. $(a \cdot в)^x = a^x \cdot в^x$**
  4. $(a/в)^x = a^x / в^x$
- **5. $(a^x)^y = a^{xy}$**

Выполни самостоятельно!

1. Постройте график функции

   $y = 3^x$

2. Сравните числа:

   1. **4^2 и 4^3**
   2. **$(0,3)^2$ и $(0,3)^{-3}$**

3. Вычислите:

   1. **$2^{1,3} \cdot 2^{-0,7} \cdot 4^{0,7}$**
   2. **$(27 \cdot 64)^{1/3}$**

Показательные уравнения

- ***Показательными уравнениями*** **называются уравнения вида $a^{f(x)} = a^{q(x)}$, где а – положительное число, отличное от 1, и уравнения, сводящиеся к этому уравнению.**

Способы решения показательных уравнений

Первый способ

Приведение обеих частей уравнения к одному и тому же основанию.

Пример:

$2^x = 32$,

так как $32 = 2^5$, то имеем:

$2^x = 2^5$

$x = 5$.

Второй способ

Путем введения новой переменной приводят уравнение к квадратному.

Пример: $4^x + 2^{x+1} - 24 = 0$

Решение:

Заметив , что $4^x=(2^2)^x=(2^x)^2$ и
$2^{x+1} = 2^x \times 2^1$, запишем уравнение в виде:

$(2^x)^2 + 2\times2^x - 24 = 0$,

Введем новую переменную $2^x = y$;
Тогда уравнение примет вид:

$y^2 + 2y - 24 = 0$
Д = $в^2 - 4ac = 2^2 - 4\times1\times(-24)$
$= 100 > 0$, находим $y_1 = 4$, $y_2 = -6$.
Получаем два уравнения:

$2^x = 4$ и $2^x = -6$
$2^2 = 2^2$ корней нет.
$x = 2$.

Третий способ

Вынесение общего множителя за скобки.

Пример:

$3^x — 3^{x+3} = –78$

$3^x –3^x \times 3^3 = –78$

$3^x (1 –3^3) = –78$

$3^x (– 26) = – 78$

$3^3 = – 78 : (–26)$

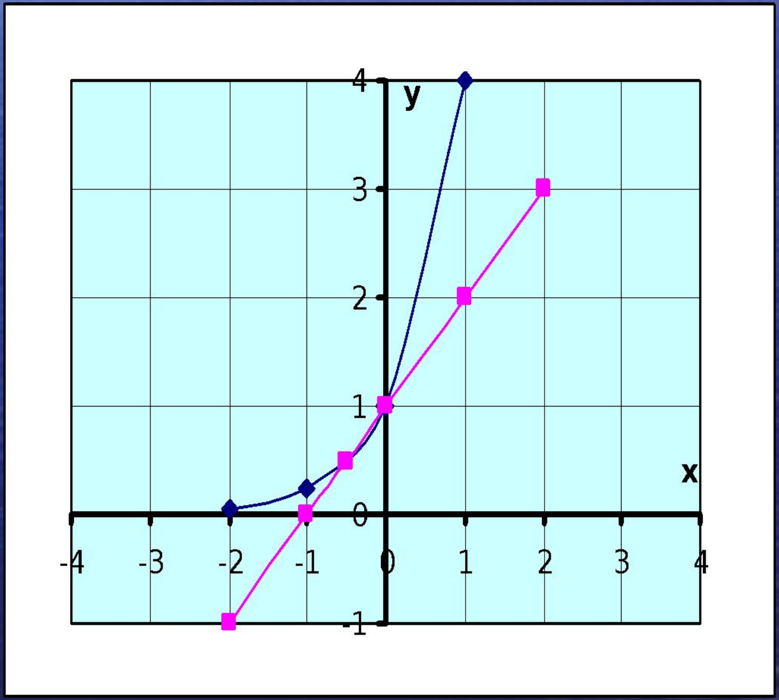
$3^x = 3$

$X = 1.$

Четвертый способ

Пример: $4^x = x + 1$

Графический: построение графиков функций в одной системе координат



Ответ: $x = -0{,}5$, $x = 0$.

Выполните самостоятельно!

Решите уравнения:

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} = 9$
2) $2^{x-1} = 1$
3) $2 \cdot 2^{2x} - 3 \cdot 2^{x} - 2 = 0$
4) $2^{x} = x + 3$
5) $4^{x+1} + 4^{x} = 320$

Показательные неравенства

- ***Показательными неравенствами*** называются неравенства вида $a^{f(x)} > a^{g(x)}$, где а – положительное число, отличное от нуля, и неравенства, сводящиеся к этому виду $f(x) > q(x)$.

Свойства показательной функции

- Если a > 0,
  то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству того же смысла
  $f(x) > q(x)$.
- Если $0 < a < 1$,
  то показательное неравенство $a^{f(x)} > a^{g(x)}$ равносильно неравенству противоположного смысла
  $f(x) < q(x)$.

Решение показательных неравенств

$2^{2x-4} > 64$

$2^{2x-4} > 2^6$

$2x - 4 > 6$

$2x > 10$

$x > 5$

Ответ: $x > 5$

$(0,2)^x \geq 0,04$

$(0,2)^x \geq (0,2)^2$

$x \leq$

Ответ: $x \leq 2$

Выполни самостоятельно!

1. $4^{5-2x} \le 0,25$
2. $0,3^{7+4x} > 0,027$
3. $2^{x} + 2^{x+2} < 20$
4. $11^{2x+3} \ge 121$
5. $5^{4x+2} \le 125$

А. Дистервег

- „Развитие и образование ни одному человеку не могут быть даны или сообщены. Всякий, кто желает к ним приобщиться, должен достигнуть этого собственной деятельностью, собственными силами, собственным напряжением”