

Тема:

**Показательная функция.
Показательные уравнения.**

Автор: Кашина Галина Васильевна, преподаватель математики

Тип урока: урок обобщения, систематизации знаний.

Цели урока:

Образовательные:

Обобщить и систематизировать знания учащихся по данной теме.

Закрепить знания и навыки учащихся по решению показательных уравнений, предупредить появление типичных ошибок.

Предоставить каждому обучающемуся возможность проверить свои знания и повысить их уровень.

Активизировать работу класса через разнообразные формы работы

Развивающие:

Работать над развитием понятийного аппарата.

Развивать навыки самоконтроля.

Воспитательные:

Воспитывать ответственное отношение к труду.

Воспитывать волю и настойчивость для достижения конечных результатов.

Цели:

- Повторить свойства показательной функции
- Уметь применять их при решении показательных уравнений
- Предоставить каждому ученику возможность проверить свои знания и повысить их уровень

Вспомним

- Какая функция называется показательной?
- Будут ли показательными функции:

$$y = 4,3^x$$

$$y = \left(\frac{6}{15}\right)^x$$

$$y = (-7)^x$$

Вспомним

- Область определения показательной функции.
- Область значения показательной функции.
- Характер монотонности показательной функции.
- Какое уравнение называется показательным?

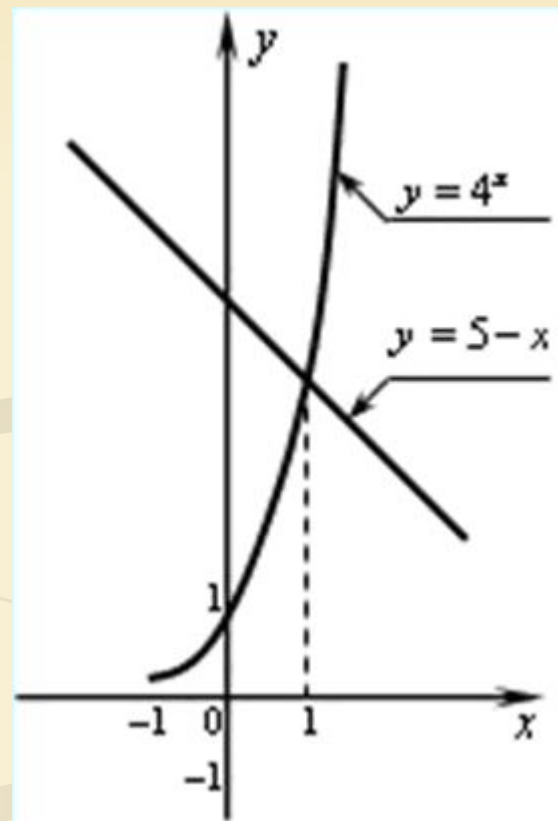
Проверим домашнюю работу

1) Решить уравнение:

$$4^x = 5 - x$$

Решением является абсцисса точки пересечения графиков функций

$$y = 4^x \quad y = 5 - x$$



Ответ: $x = 1$

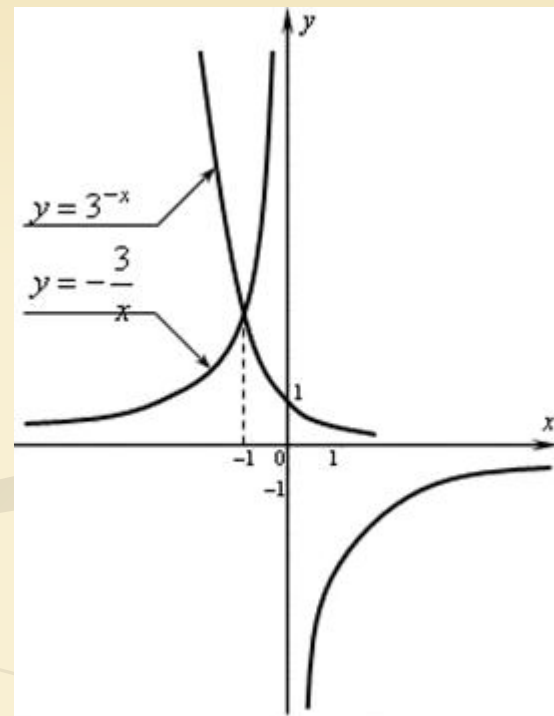
Проверим домашнюю работу

2) Решить уравнение:

$$3^{-x} = -\frac{3}{x}$$

Решением является абсцисса точки пересечения графиков функций

$$y = 3^{-x} \quad y = -\frac{3}{x}$$



Ответ: $x = -1$

Проверим домашнюю работу

3) Решить уравнение:

$$16 \cdot 9^x - 25 \cdot 12^x + 9 \cdot 16^x = 0$$

$$16 \cdot 3^{2x} - 25 \cdot 3^x \cdot 4^x + 9 \cdot 4^{2x} = 0 / : 4^{2x}$$

$$16 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{2x} - 25 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^x + 9 = 0,$$

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = t,$$

$$16t^2 - 25t + 9 = 0$$

$$t_1 = 1, t_2 = \frac{9}{16}$$

$$1) \left(\frac{3}{4}\right)^x = 1, x = 0$$

$$2) \left(\frac{3}{4}\right)^x = \frac{9}{16}, x = 2$$

Ответ: $x = 0, x = 2$

Проверим домашнюю работу

$$9^x - 3^x - 6 = 0$$

$$3^{2x} - 3^x - 6 = 0$$

$$3^x = t, \quad (t > 0)?$$

$$t^2 - t - 6 = 0$$

$$t_1 = -2, \quad t_2 = 3$$

-2 не удовлетворяет условию $t > 0$

$$3^x = 3$$

$$x = 1$$

Ответ: $x = 1$

Вычисляем устно

1. Найти возрастающую показательную функцию:

$$y = \left(\frac{1}{2}\right)^x, \quad y = 6^{-x}, \quad y = \left(\frac{8}{5}\right)^x, \quad y = 0,24^x.$$

2. Указать множество значений функций:

$$y = 3^x + 7$$

Вычисляем устно

3. Сравнить m и n , если:

$$\left(\frac{2}{5}\right)^m > \left(\frac{2}{5}\right)^n$$

4. Найти промежуток, которому принадлежит корень уравнения:

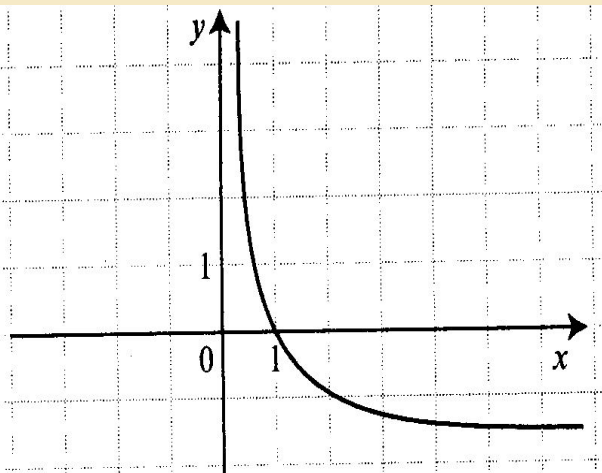
$$5^{3x-6} = 1$$

а) $(-4; -1)$; б) $(0; 3)$; в) $[3; 5)$; г) $(10; 15)$

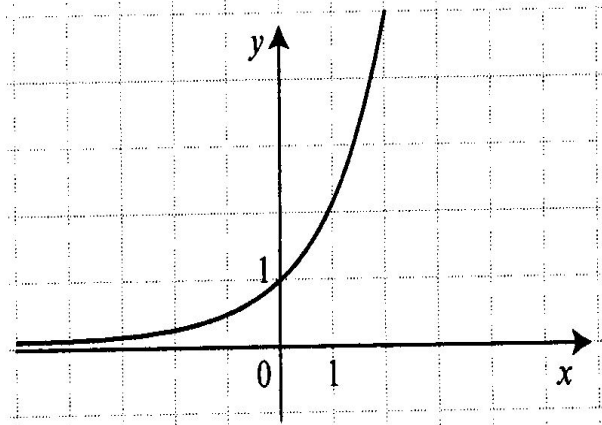
Вычисляем устно

5. Укажите график функций: $y = 0,5^x$

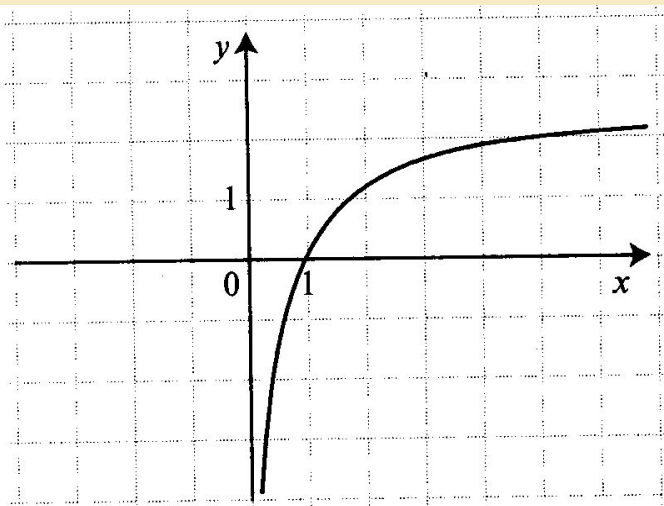
1)



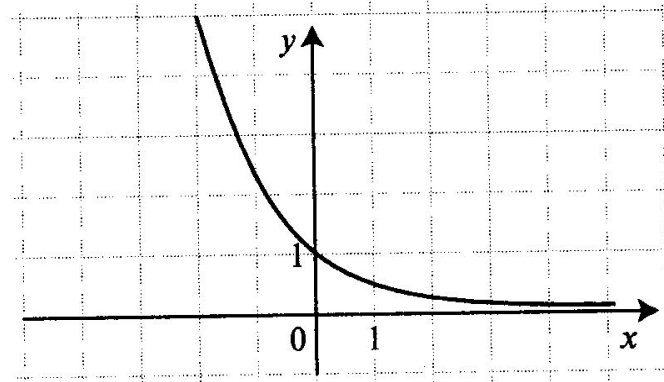
2)



3)



4)



Ответы устного счета

1) $y = \left(\frac{8}{5}\right)^x$,

2) $(7; \infty)$

3) $m < n$

4) б) $(0; 3)$

5) 4

Диагностика уровня формирования практических навыков

- Указать способы решения показательных уравнений.

$$1) 5^{x+1} + 5^x + 5^{x-1} = 31$$

$$2) 27^{1-x} = \frac{1}{81}$$

$$3) 9^x - 3^{x+1} = 54$$

$$4) 4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0$$

$$5) 36 \cdot 6^{3x+1} = 1$$

$$6) 3^{2x+1} - 8 \cdot 3^x = 3$$

$$7) 3^{x+2} - 5 \cdot 3^x = 36$$

$$8) 7^{x+5} = \sqrt[5]{49}$$

ОТВЕТЫ

Приведение к одному основанию	Вынесение общего множителя	Замена переменной (приведение к квадратному уравнению)
2, 5, 8	1, 7	3, 4, 6

Программированный контроль

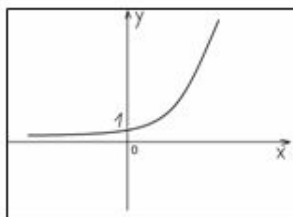
Вариант 1.

1. Сравните числа m и k , если верно неравенство $2^m < 2^k$

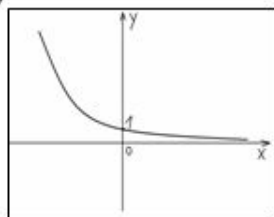
- 1) $m = k$ 2) $m > k$ 3) $m < k$ 4) нельзя определить

2. Какой из графиков является графиком функции $y = 8^x$?

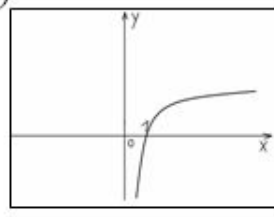
1)



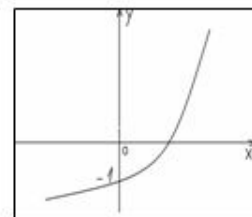
2)



3)



4)



3. Решите уравнение $5^{2x-4} = 25$

- 1) $x = 1$ 2) $x = -1$ 3) $x = 0$ 4) $x = 3$

4. Решите уравнение $6^{x-3} = \frac{1}{6}$

- 1) $x = 4$ 2) $x = -4$ 3) $x = 2$ 4) $x = -2$

5. Найти сумму корней уравнения $10^{x^2+x-2} = 1$

- 1) -1 2) 1 3) 3 4) -3

6. Решите уравнение $5^{2x} - 2 \cdot 5^x - 15 = 0$

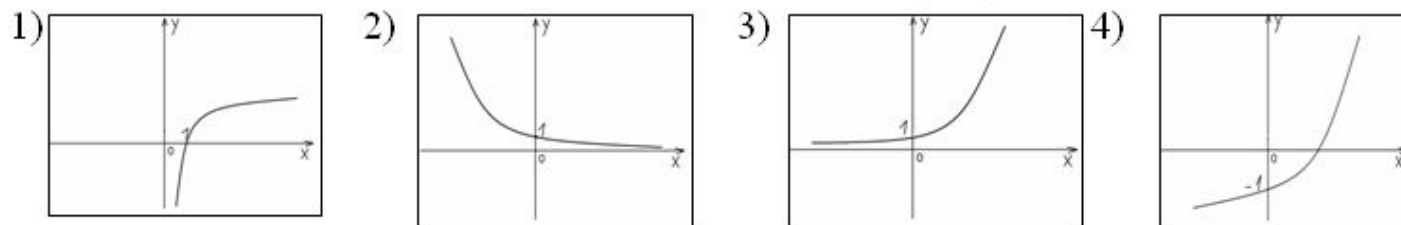
Программированный контроль

Вариант 2.

1. Сравните числа m и k , если верно неравенство $\left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^m < \left(\frac{\sqrt{11}}{3}\right)^k$

- 1) $m = k$ 2) $m > k$ 3) $m < k$ 4) нельзя определить

2. Какой из графиков является графиком функции $y = \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^x$?



3. Найти промежуток, которому принадлежит корень уравнения $4^{2x-3} = 64$

- 1) $(-5; -2)$ 2) $[-1; 3]$ 3) $(4; 6)$ 4) $(7; 10]$

4. Найти промежуток, которому принадлежит корень уравнения

$$5^{x+1} + 5^x + 5^{x+2} = 31$$

- 1) $[-4; -2]$ 2) $[-1,5; 2]$ 3) $[3; 5]$ 4) $[7; 11]$

5. Найти сумму корней уравнения $16^{x^2-x} = 1$

- 1) 2 2) 0 3) 1 4) -1

6. Решите уравнение $9^x - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$

Таблица ответов

Вариант 1.

№ задания	1	2	3	4	5	6
№ прав. ответа	3	1	4	3	1	X=1

Вариант 2.

№ задания	1	2	3	4	5	6
№ прав. ответа	3	3	X=3 2	X=0 2	X=1 x=0 3	X=2 X=0

Показательная функция в природе и технике



«Некоторые наиболее часто
встречающиеся виды
трансцендентных
функций, прежде всего
показательные,
открывают доступ ко
многим исследованиям»

Л. Эйлер



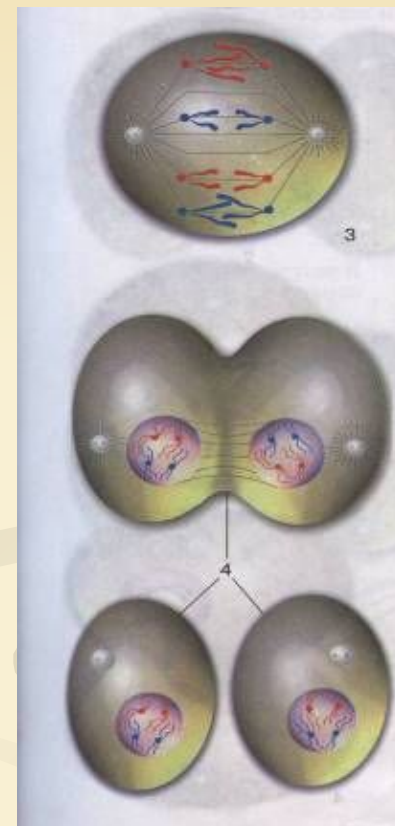
Органический рост

При искусственном выращивании каких-либо микроорганизмов размножение клеток идет так, что за некоторый определенный промежуток времени (длина митотического цикла) каждая клетка делится на две дочерние клетки.

Поэтому, когда время увеличивается **на** длину митотического цикла, число клеток увеличивается **в два** раза

Задание. Сделать аналитическую запись формулы размножения клеток.

$$y = 2^x$$



Радиоактивный распад

Количество распадающегося за единицу времени вещества всегда пропорционально имеющемуся количеству вещества.

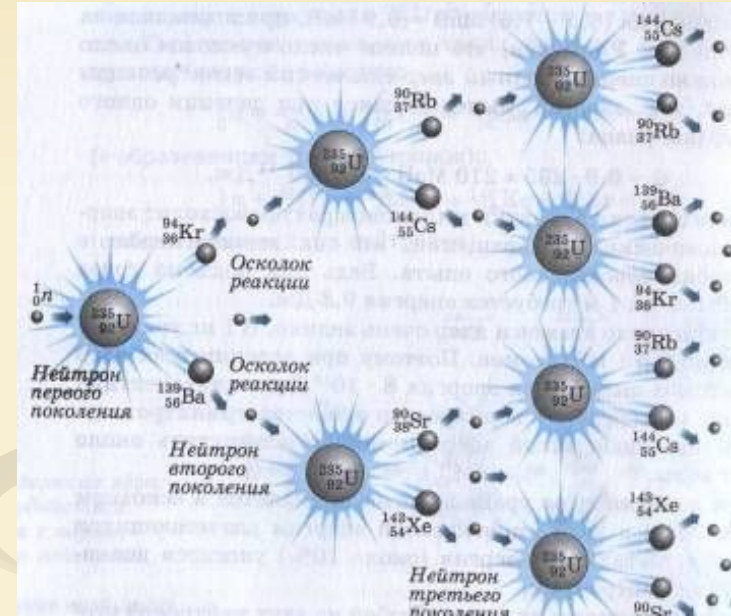
Промежуток времени, в течение которого распадается половина всех имеющихся атомов называется периодом полураспада данного вещества.

Этот период различен для разных веществ.

Например, за время равное $4,5 \cdot 10^9$ лет при распаде урана-238 распадается половина от начального числа атомов, т. е. при увеличении времени на 4,5 миллиарда лет число атомов уменьшается в 2 раза.

Задание. Сделать аналитическую запись формулы радиоактивного распада, обозначив начальную массу вещества M .

$$y = M \left(\frac{1}{2} \right)^n$$



Потери силы тока.

При передаче электроэнергии по подводному кабелю потери в силе тока за счет утечки в воду пропорциональны длине кабеля.

Например, на каждом километре сила тока уменьшается на 0,5%. Тогда при увеличении расстояния от источника энергии на 1 км сила тока будет изменяться в отношении 1: 0,995

Задание. Сделать аналитическую запись формулы, выражающей зависимость силы тока от расстояния.

$$y = 0,995^x$$

Органический рост

- Если однолетнее растение дает 100 семян и из них прорастает половина, то за каждый год, т.е. при увеличении времени на единицу, число растений увеличивается в 50 раз.
- *Задание.* Сделать аналитическую запись формулы размножения растений.



$$y = 50^x$$

Рост вклада в банке

В XIV-XV веках в Западной Европе появляются банки – учреждения, которые давали деньги в рост князьям и купцам, финансировали за большие проценты дальние путешествия и завоевательные походы. Чтобы облегчить расчеты сложных процентов, взимаемых по займам, составили таблицы, по которым сразу можно было узнать, какую сумму надо было уплатить через n лет, если была взята займы сумма a по $p\%$ годовых.

Эта сумма выражается формулой

$$s = a \left(1 + \frac{p}{100} \right)^n$$

Пример. Банк выплачивает вкладчикам проценты по вкладам в размере 4% в год, т.е. за **каждый год** вклад **увеличивается в 1,04 раза**.

Задание. Сделать аналитическую запись формулы, выражающей зависимость величины вклада от времени.

$$y = 1,04^x$$

Тренинг

$$1) 5^{2x+1} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0,$$

$$5 \cdot 5^{2x} - 26 \cdot 5^x + 5 = 0,$$

$$5^x = t, t > 0,$$

$$5t^2 - 26t + 5 = 0,$$

$$t_1 = 5, t_2 = \frac{1}{5},$$

$$5^x = 5, 5^x = \frac{1}{5},$$

$$x = 1, x = -1.$$

$$2) 0,6^x \cdot \left(\frac{25}{9}\right)^{x^2-12} = \left(\frac{27}{125}\right)^3,$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^x \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{-2(x^2-12)} = \left(\frac{3}{5}\right)^9,$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{x-2x^2+24} = \left(\frac{3}{5}\right)^9,$$

$$x - 2x^2 + 24 = 9,$$

$$2x^2 - x - 15 = 0,$$

$$x_1 = 3, x_2 = 2,5.$$

«Метод решения хорош,
если с самого начала
мы можем предвидеть
— и в последствии
подтвердить это, -
что, следуя этому
методу, мы достигнем
цели»

Лейбниц



Рефлексия

- На уроке я работал активно / пассивно.
- Своей работой на уроке я доволен / не доволен
- Урок для меня показался коротким / длинным
- За урок я не устал / устал
- Моё настроение стало лучше / стало хуже
- Материал урока мне был понятен / не понятен
- Материал урока мне был полезен / бесполезен
- Материал урока мне был интересен / скучен