Урок в 11 академическом классе по теме:

От показательных уравнений - к показательным не

"Что значит решить задачу? Это значит свести ее к уже ре

С.А. Яновска

- Какие из данных уравнений являются показательными?

1) $100^2(0{,}01)^2=10^x$

9) $\sqrt[x]{3}\cdot\sqrt[x]{5}=225$

2) $(x+1)^5=25$

10) $x^2+3x-4=0$

3) $(\sqrt{3})^{2x}=(tg\,\frac{\pi}{3})^{x+1}$ $\longrightarrow$ 3) $(\sqrt{3})^{2x}=(\sqrt{3})^{x+1}$

4) $6^{\sqrt{x}}+8^{\sqrt{x}}=10^{\sqrt{x}}$

5) $2^x=3-x$

11) $(2x+1)^{x^2}=(2x+1)^x$

6) $2^{\cos^2 x}-8^{\sin^2 x}=0$

12) $5^{2x+12}=\sin 210^\circ$

7) $\cos(3\pi\cdot 5^x)-\cos(\pi\cdot 5^x)=\sin(\pi\cdot 5^x)$

8) $\sqrt{3^{\frac{1}{x}}+7}=4$

Определение.

Показательное

уравнение –
это уравнение,

неравенство –
это неравенство,

содержащее переменную
в показателе степени

- Каков общий вид простейших показательных уравнений?

- Метод решения?

1. $$a^{f(x)} = a^{g(x)},\ a > 0, a \neq 1,$$

равносильно уравнению $\underline{f(x) = g(x)}$

(уравнивание показателей)

Обоснование: *1) Если степени с равными основаниями, отличными от единицы и большими нуля, равны, то показатели равны;*

2) функция монотонна на R, поэтому каждое свое значение она принимает при единственном значении аргумента.

---

2. $$a^{f(x)} = b,\quad a > 0, a \neq 1, b > 0$$

- Каков общий вид простейших показательных неравенств?

- Метод решения?

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}, a > 0, a \neq 1,$$

1) Равносильно неравенству ***f(x) > g(x), a>1***

2) Равносильно неравенству ***f(x) < g(x), 0<a<1.***

(сравнение показателей)

<u>Обоснование:</u> ***а) Показательная функция монотонно возрастает (убывает) на R, поэтому большему (меньшему) значению функции соответствует большее значение аргумента.***

б) Если a>1, то из неравенства $a^u > a^v \Rightarrow u > v$

если 0<a<1, то из неравенства $a^u > a^v \Rightarrow u < v.$

Работаем устно:

Сравните *x* и *y*: $\left(\frac{2}{3}\right)^x < \left(\frac{2}{3}\right)^y$ $\qquad \pi^x < \pi^y$

Сравните основание *a* с единицей: $a^{\frac{2}{5}} > a^{\frac{3}{5}}, \quad a^{-5,7} > a^{-6},$

1. $5^x < 125$ **2.** $4^x > 1$ **3.** $0,2^x > \left(\frac{1}{5}\right)^2$

4. $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x} < -12$ **5.** $3^x > -1$

6. $100^{3-x} > \cos\frac{2\pi}{3}$ **7.** $0,1^{3x} > 0,01$

8. $\left(\frac{1}{2}\right)^{x(x-2)} > 1$

Решите двойные неравенства:

$$1 < 5^x < 125$$

Решение. $1 < 5^x < 125$

$$5^0 < 5^x < 5^3$$

т.к. показательная функция с основанием *а* =5, *а*>1 возрастает на R, то большему значению функции соответствует большее значение аргумента, имеем

$$0 < x < 3$$

Ответ: (0;3)

$$3 < \left(\frac{1}{3}\right)^x \le 27$$

Решение.

$$3 < \left(\frac{1}{3}\right)^x \le 27$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} < \left(\frac{1}{3}\right)^x \le \left(\frac{1}{3}\right)^{-3}$$

т.к. основание степени *а* = 1/3, 0<*а*<1, то из неравенства

$$a^u < a^t < a^v \Rightarrow \text{неравенство}$$

$$v < t < u$$

Имеем

$$-1 > x \ge -3$$

$$-3 \le x < -1$$

$$\text{Ответ}: [-3;-1)$$

Функционально-графический метод решения неравенства $f(x) < g(x)$

1. Подбором найдем корень уравнения $f(x)=g(x)$, используя свойства монотонных функций;

2. Построим схематически графики обеих функций, проходящие через точку с найденной абсциссой;

3. Выберем решение неравенства, соответствующее знаку неравенства;

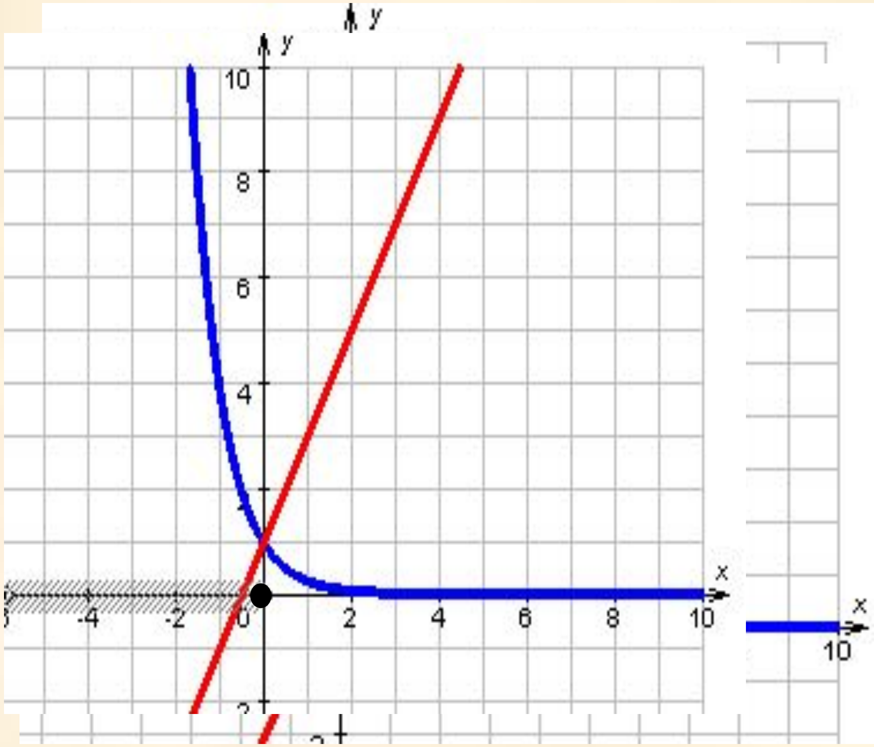
4. Запишем ответ.

Решить неравенства, используя функционально-графический метод

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 2x+1$ 2) $2^x \leq 3-\sqrt{x}$

1) Решение.

1. $f(x)=\left(\frac{1}{4}\right)^x$ убывает на R
2. $g(x)=2x+1$ возрастает на R
3. Уравнение ***f(x)=g(x)*** *имеет* не более одного корня
4. Подбором x=0
5. Строим схематически графики через точку (0, 1)
6. Неравенство выполняется при $x \leq 0$
7. $Ответ: (-\infty;0]$



Решить неравенства, используя функционально-графический метод

1) $\left(\frac{1}{4}\right)^x \geq 2x+1$ 2) $2^x \leq 3-\sqrt{x}$

2) Решение.

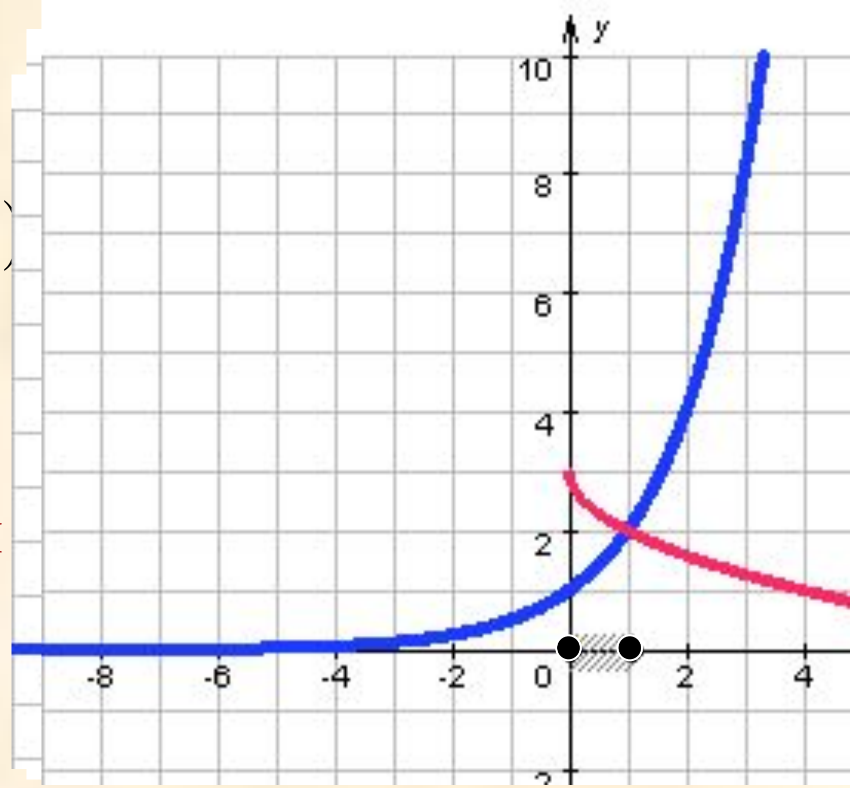
1. $f(x) = 2^x$ **возраст. на R**

2. $g(x) = 3-\sqrt{x}$ **убывает на** $[0;+\infty)$

3. Уравнение ***f(x)=g(x) имеет*** **не более одного корня**

4. Подбором x=1

5. Строим схематически графики через точку (1, 2)



6. Неравенство выполняется при

$0 \leq x \leq 1$

7. *Ответ*: $[0;1]$

- Каков общий вид простейших показательных неравенств?

- Метод решения?

$$a^{f(x)} > a^{g(x)}, a > 0, a \neq 1,$$

1) Равносильно неравенству ***f(x) > g(x), a>1***

2) Равносильно неравенству ***f(x) < g(x), 0<a<1.***

(сравнение показателей)

Обоснование: ***а) Показательная функция монотонно возрастает (убывает) на R, поэтому большему (меньшему) значению функции соответствует большее значение аргумента.***

б) Если a>1, то из неравенства $a^u > a^v \Rightarrow u > v$

если 0<a<1, то из неравенства $a^u > a^v \Rightarrow u < v.$

«Ключ»

Вариант – 1	Вариант - 2
-1	1
Б	В
2	2
$\left(-1;+\infty\right)$	$\left[2;+\infty\right)$

Задания группам:

1 группа $\frac{1}{2^x-1}+2^x=3$ **(>)**

2 группа $(\sqrt{7}-\sqrt{6})^{\frac{x-1}{x-3}}=\sqrt[x]{(\sqrt{7}+\sqrt{6})^2}$ **(≥)**

3 группа $9^x+6^x=4^{x+0,5};$ **(>)**

4 группа $\sqrt{2^x-1}+\sqrt{2^x+2}=3;$ **(≤)**

5 группа $(\frac{1}{5})^x+125\cdot(\frac{1}{5})^{-x}=30$ **(<)**

В каждом уравнении замените знак равенства на указанный знак неравенства и решите полученное неравенство. (Используйте при необходимости метод интервалов).

Спасибо всем за уро