

Алгебраические дроби. (обобщение и повторение 9 класс)

Семибратова О.П.

Алгебраическая сумма.

- Алгебраическая сумма – это запись, состоящая из нескольких алгебраических выражений, соединенных знаком «+» или «-».

Найдите числовое значение выражения, предварительно упростив его

- $(3x-5y) - (-x+2y-3)$ при $x=-3/8$, $y=1/14$

Выберите верный вариант ответа

А) 5;

В) -5;

Г) -1;

Д) 1.

Степень с натуральным и целым показателем.

- Степень числа a с натуральным показателем n , большим единицы, - это произведение n множителей, равных a :
Если $n = 1$, то по определению считают, что $a^1 = a$. Число a называется основанием степени, число n - показателем степени

Степень с натуральным и целым показателем.

- По определению полагают, что $a^0 = 1$ для любого $a \neq 0$. Нулевая степень числа нуль не определена.
- По определению полагают, что если $a \neq 0$ и n – натуральное число, то

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}.$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

Свойства степени с целым показателем

1. $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$.
2. $a^n : a^k = a^{n-k}$, если $n > k$.
3. $(a^n)^k = a^{nk}$.
4. $a^n \cdot b^n = (ab)^n$.
5. $\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0$.

- Чтобы возвести рациональную дробь в натуральную степень, нужно отдельно возвести в эту степень числитель, и отдельно – знаменатель:

$$\left(\frac{P}{Q}\right)^n = \frac{P^n}{Q^n}$$

- Возведение рациональной дроби в отрицательную степень происходит по следующей формуле:

$$\left(\frac{P}{Q}\right)^{-n} = \left(\frac{Q}{P}\right)^n.$$

Проверьте, верно, ли выполнено действие. Если неверно, исправьте ошибку

$$-2^4 = 16$$

$$(-1)^7 = -7$$

$$2 \cdot 3^2 = 36$$

$$2^n \cdot 2^2 = 2^{2n}$$

$$2^{-1} + 3^{-1} = 5^{-1}$$

$$0^{-5} = 0$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -8$$

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{4}{9}$$

Вычислить значение выражений

$$\frac{2^{-2} \cdot 5^3 \cdot 10^{-4}}{2^{-3} \cdot 5^2 \cdot 10^{-5}};$$

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-3} \cdot 3,375^{-1}}{2,25^{-2} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}};$$

$$\frac{0,04^{-2} \cdot 125^4 \cdot 0,2^{-1}}{4 \cdot 25^8}.$$

Стандартный вид числа.

- **Определение.** Стандартным видом числа a называют его запись в виде $a \cdot 10^n$, где $1 \leq a < 10$ и n — целое число. Число n называется *порядком числа a*

Запишите в стандартном виде:

- а) $45 \cdot 10^3$; б) $117 \cdot 10^5$; в) $0,74 \cdot 10^6$;
г) $0,06 \cdot 10^5$.

Одночлены и многочлены.

- **Одночленом** называется выражение, которое содержит числа, натуральные степени переменных и их произведения, и при этом не содержит никаких других действий с этими числами и переменными.

$5a(74a^3)4xy^2(-3xz)$ - одночлены, а
выражения $a+bcd$ - не одночлены

Одночлены и многочлены.

- **Определение.** Одночлен называется представленным в **стандартном виде** , если он представлен в виде произведения числового множителя на первом месте и степеней различных переменных. Числовой множитель у одночлена стандартного вида называется **коэффициентом одночлена**, сумму показателей степени переменных называют **степенью одночлена** .

Выполните устно.

1. Привести к стандартному виду одночлен $3a(25a^3)$.
2. Выполнить умножение одночленов $4ab^2cd^3$ и $3a^2b^3c$.
3. Возвести одночлен $(-3ab^2c^3)$ в четвертую степень.

Одночлены и многочлены.

- **Многочленом** называется сумма одночленов. Если все одночлены в многочлене приведены к стандартному виду, то говорят, что это многочлен стандартного вида. Алгебраическое выражение, не содержащее операции деления и извлечения корня (такое выражение называется **целым**), всегда может быть приведено к многочлену стандартного вида. **Степенью многочлена** называется наибольшая из степеней его слагаемых.

- Привести к многочлену стандартного вида $(a^2 - ab) - (3ab - 2a^2 - 5b(a + b^2))$.

Формулы сокращённого умножения.

- **Формулы для квадратов**

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

- $(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$

- **Формулы для кубов**

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

Способы разложения многочлена на множители

- Вынесение общего множителя за скобки.
- С помощью формул сокращённого умножения.
- Способ группировки.

Самостоятельная работа

- $5a^3 - 125av^2$
- $a^2 - 2av + v^2 - ac + bc$
- $(c - a)(c + a) - v(v - 2a)$
- $x^2 - 3x + 2$
- $63av^3 - 7a^2v$
- $m^2 + 6mn + 9n^2 - m - 3n$
- $(b - c)(b + c) - a(a + 2c)$
- $x^2 + 4x + 3$

Алгебраические дроби.

- **Алгебраическая дробь** – это выражение вида A/B , где A и B могут быть числом, одночленом, многочленом. Как и в арифметике, A называется *числителем*, B – *знаменателем*. Арифметическая дробь является частным случаем алгебраической

Действия с алгебраическими дробями

- Сокращение дробей.
- Сложение и вычитание дробей.
- Умножение и деление дробей.

Выполните действия:

$$\left(\frac{2a^{n+1}}{b^{n-2}}\right) \cdot (0,25a^{3-2n}b^{2n+1})^3;$$

Выполните деление:

$$\frac{27a^3 - 64b^3}{b^2 - 4} : \frac{9a^2 + 12ab + 16b^2}{b^2 + 4b + 4};$$

$$\frac{6c(a^6 - b^{12})}{a^2 + ab^2 + b^4} : (c^3(2a + 2b^2)(3a^2 - 3ab^2 + 3b^4))$$

Самостоятельная работа

$$-\frac{17m^5n^4p}{12a^6b^5} \cdot \frac{27a^4b^6}{68m^7n^3p};$$

$$-\frac{25a^5b^4}{14c^3} \cdot \left(-\frac{28c^4d^3}{20a^4b^5} \right);$$

$$\frac{a^3+1}{4a^2-1} \cdot \frac{6a+3}{a^2+2a+1};$$

$$\frac{2m^2-18n^2}{m^3-27} \cdot \frac{m^2-6m+9}{5m+15n};$$

$$\frac{2x^3+2y^3}{4x^2-1} \cdot \frac{2x^2-2xy+2y^2}{10x-5};$$

$$\frac{2x^3-2y^3}{5x^3-5y^3} \cdot \frac{4x+4y}{10x^2+10xy+10y^2};$$