Алгебраические дроби.
(обобщение и повторение 9 класс)

Семибратова О.П.

Алгебраическая сумма.

- Алгебраическая сумма – это запись, состоящая из нескольких алгебраических выражений, соединенных знаком «+» или «-».

Найдите числовое значение выражения, предварительно упростив его

- (3x-5y) – (-x+2y-3) при x=-3/8, y=1/14

Выберите верный вариант ответа

А) 5;

В) -5;

Г) -1;

Д) 1.

Степень с натуральным и целым показателем.

- Степень числа а с натуральным показателем n, большим единицы, - это произведение n множителей, равных а:

Если n = 1, то по определению считают, что $a^1 = a$. Число а называется основанием степени, число n – показателем степени

Степень с натуральным и целым показателем.

- По определению полагают, что $a^0 = 1$ для любого $a \neq 0$. Нулевая степень числа нуль не определена.
- По определению полагают, что если $a \neq 0$ n − натуральное число, то

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}. \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n.$$

Свойства степени с целым показателем

1. $a^n \cdot a^k = a^{n+k}$.
2. $a^n : a^k = a^{n-k}$, если $n > k$.
3. $(a^n)^k = a^{nk}$.
4. $a^n \cdot b^n = (ab)^n$.
5. $$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, b \neq 0.$$

- Чтобы возвести рациональную дробь в натуральную степень, нужно отдельно возвести в эту степень числитель, и отдельно – знаменатель:

$$\left(\frac{P}{Q}\right)^n = \frac{P^n}{Q^n}.$$

- Возведение рациональной дроби в отрицательную степень происходит по следующей формуле:

$$\left(\frac{P}{Q}\right)^{-n} = \left(\frac{Q}{P}\right)^{n}.$$

Проверьте, верно, ли выполнено действие. Если неверно, исправьте ошибку

$-2^4 = 16$

$(-1)^7 = -7$

$2 \cdot 3^2 = 36$

$2^x \cdot 2^2 = 2^{2x}$

$2^{-1} + 3^{-1} = 5^{-1}$

$0^{-5} = 0$

$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -8$

$\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{4}{9}$

Вычислить значение выражений

$$\frac{2^{-2}\cdot 5^{3}\cdot 10^{-4}}{2^{-3}\cdot 5^{2}\cdot 10^{-5}};$$

$$\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\cdot 3{,}375^{-1}}{2{,}25^{-2}\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}};$$

$$\frac{0{,}04^{-2}\cdot 125^{4}\cdot 0{,}2^{-1}}{4\cdot 25^{8}}.$$

Стандартный вид числа.

- **Определение.** Стандартным видом числа a называют его запись в виде $a \cdot 10^n$, где $1 \le a < 10$ и n— целое число. Число n называется *порядком числа a*

Запишите в стандартном виде:

а) $45*10^3$; б) $117*10^5$; в) $0{,}74*10^6$;

г) $0{,}06*10^5$.

Одночлены и многочлены.

- **Одночленом** называется выражение, которое содержит числа, натуральные степени переменных и их произведения, и при этом не содержит никаких других действий с этими числами и переменными.

5a(74a3)4xy2(−3xz) - одночлены, а выражения a+bcd - не одночлены

Одночлены и многочлены.

- **Определение.** Одночлен называется представленным в **стандартном виде** , если он представлен в виде произведения числового множителя на первом месте и степеней различных переменных. Числовой множитель у одночлена стандартного вида называется **коэффициентом одночлена**, сумму показателей степени переменных называют **степенью одночлена** .

Выполните устно.

1. Привести к стандартному виду одночлен $3a(25a^3)$.

2. Выполнить умножение одночленов
   $4ab\ 2cd^3$ и $3a^2 2b^3c$.

3. Возвести одночлен $(-3ab^2c^3)$ в четвертую степень.

Одночлены и многочлены.

- **Многочленом** называется сумма одночленов. Если все одночлены в многочлене приведены к стандартному виду, то говорят, что это многочлен стандартного вида . Алгебраическое выражение, не содержащее операции деления и извлечения корня (такое выражение называется **целым**), всегда может быть приведено к многочлену стандартного вида. **Степенью многочлена** называется наибольшая из степеней его слагаемых.

- Привести к многочлену стандартного вида

$(a^2 - ab) - (3ab - 2a^2 - 5b(a + b^2))$.

Формулы сокращённого умножения.

- **Формулы для квадратов**

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

- $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$
- $(a + b - c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2ac - 2bc$

- **Формулы для кубов**

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$$

Способы разложения многочлена на множители

- Вынесение общего множителя за скобки.
- С помощью формул сокращённого умножения.
- Способ группировки.

Самостоятельная работа

- $5a^3 – 125ав^2$
- $a^2 – 2ав + в^2 – ac + вc$
- $(c – a)(c + a) – в(в – 2a)$
- $x^2 – 3x + 2$
- $63ав^3 – 7a^2в$
- $m^2 + 6mn + 9n^2 – m – 3n$
- $(в – c)(в + c) – a(a + 2c)$
- $x^2 + 4x + 3$

Алгебраические дроби.

- ***Алгебраическая дробь*** – это выражение вида *A / B*, где *A* и *B* могут быть числом, одночленом, многочленом. Как и в арифметике, *A* называется *числителем*, *B – знаменателем*. Арифметическая дробь является частным случаем алгебраической

Действия с алгебраическими дробями

- Сокращение дробей.
- Сложение и вычитание дробей.
- Умножение и деление дробей.

Выполните действия:

$$\left(\frac{2a^{x+1}}{b^{x-2}}\right)\cdot\left(0,25a^{3-2x}b^{2x+1}\right)^{3};$$

Выполните деление:

$$\frac{27a^3-64b^3}{b^2-4}:\frac{9a^2+12ab+16b^2}{b^2+4b+4};$$

$$\frac{6c\left(a^6-b^{12}\right)}{a^2+ab^2+b^4}:\left(c^3\left(2a+2b^2\right)\left(3a^2-3ab^2+3b^4\right)\right)$$

Самостоятельная работа

$$-\frac{17m^5n^4p}{12a^6b^5}\cdot\frac{27a^4b^6}{68m^7n^3p};$$

$$-\frac{25a^5b^4}{14c^3}\cdot\left(-\frac{28c^4d^3}{20a^4b^5}\right);$$

$$\frac{a^3+1}{4a^2-1}\cdot\frac{6a+3}{a^2+2a+1};$$

$$\frac{2m^2-18n^2}{m^3-27}\cdot\frac{m^2-6m+9}{5m+15n};$$

$$\frac{2x^3+2y^3}{4x^2-1}:\frac{2x^2-2xy+2y^2}{10x-5}.$$

$$\frac{2x^2-2y^2}{5x^3-5y^3}:\frac{4x+4y}{10x^2+10xy+10y^2}.$$