МБОУ "Среднекибечская СОШ
Канашского района ЧР

Проектно-исследовательская
работа на тему:

Комбинаторика

Выполнил: Прокопьев Кирилл
Руководитель: Тимофеева Г.Ф.

2012 год

План

- Цели и задачи
- Актуальнос ть
  - Введение
- Что такое Комбинатори ка
  - Основные понятия комбинатори ки
- Основные понятия И правила комбинатори ки
  - 9 правил комбинатори ки
- Вывод

Цели и задачи

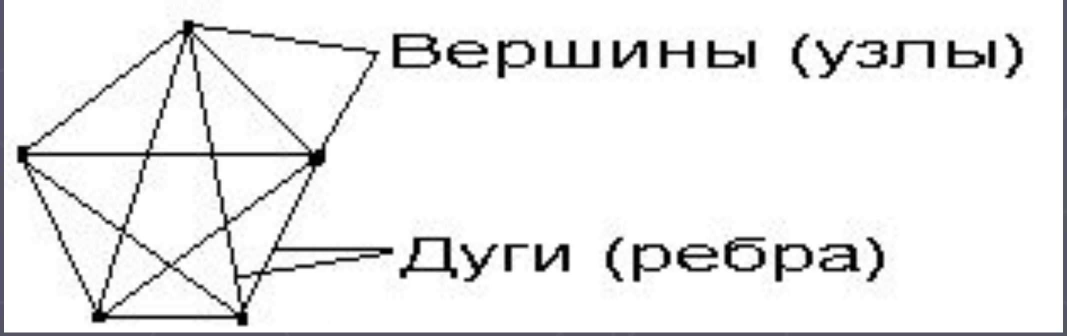
- Знакомство с новым разделом математики
- Рассмотреть все тонкости этого раздела
- Научиться решать задачи по комбинаторике

Актуальность

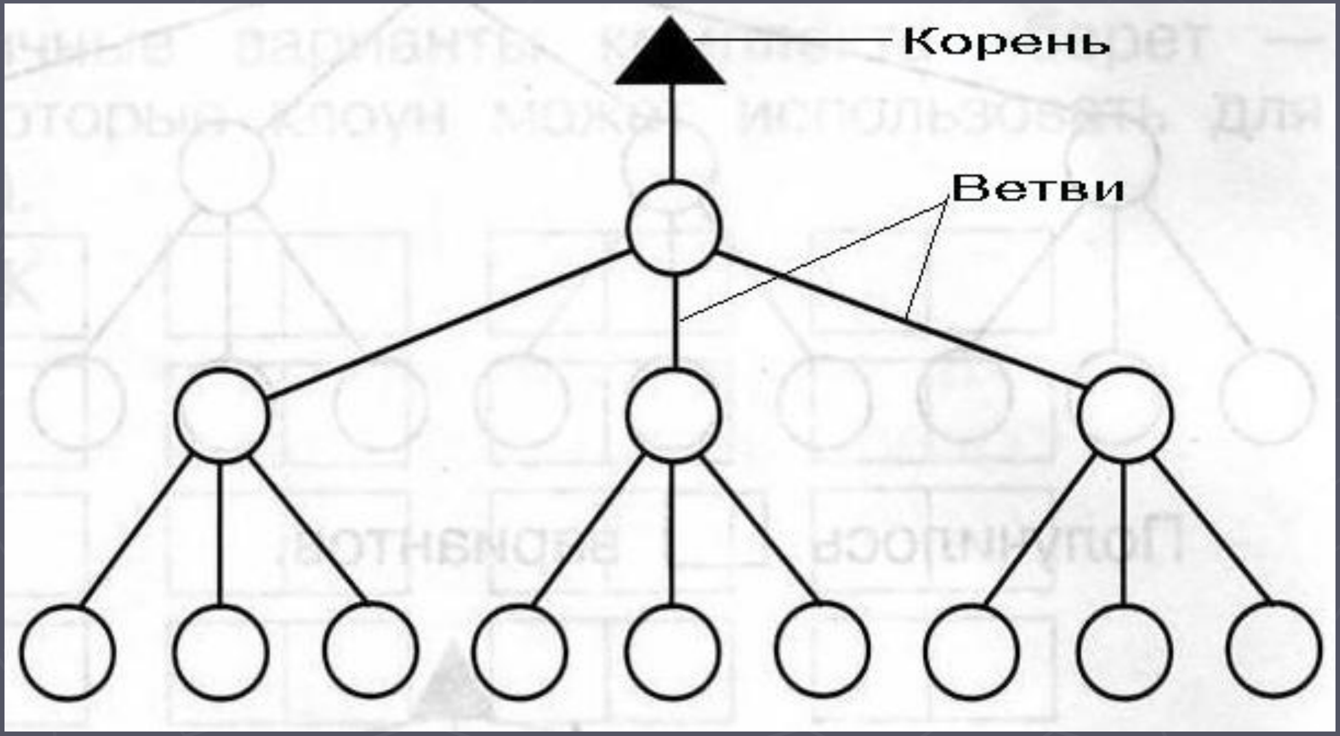
- Комбинаторика очень нужный и сложный раздел математики. Он учит рассуждать, перебирая различные варианты решения задачи, учит мыслить нестандартно. Плюс к тому в заданиях ЕГЭ 2012 по математике будут задачи на комбинирование. Т.е. для хорошей сдачи экзаменов мы кроме всего остального должны знать и комбинаторику. К тому же, в жизни встречается масса задач связанных с комбинаторикой(мы их рассмотрим чуть позже)

КОМБИНАТОРИКА – область математики, в которой изучаются вопросы о том, сколько различных комбинаций, подчиненных тем или иным условиям, можно составить из заданных объектов.

ГРАФ – совокупность объектов со связями между ними. Объекты представляются как *вершины*, или *узлы графа*, а связи – как *дуги*, или *ребра*. Исследование графов ведется **комбинаторными методами** математики.



ДЕРЕВО ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТОВ – граф, схема, отражающая структуру задачи, упорядочения многошагового процесса принятия решений. *Ветви* дерева отображают различные события, которые могут иметь место, а *корень* дерева – состояние, в котором возникает необходимость выбора.



КОМБИНАТОРНАЯ ЗАДАЧА – задача, требующая осуществления перебора всех возможных вариантов или подсчета их числа.

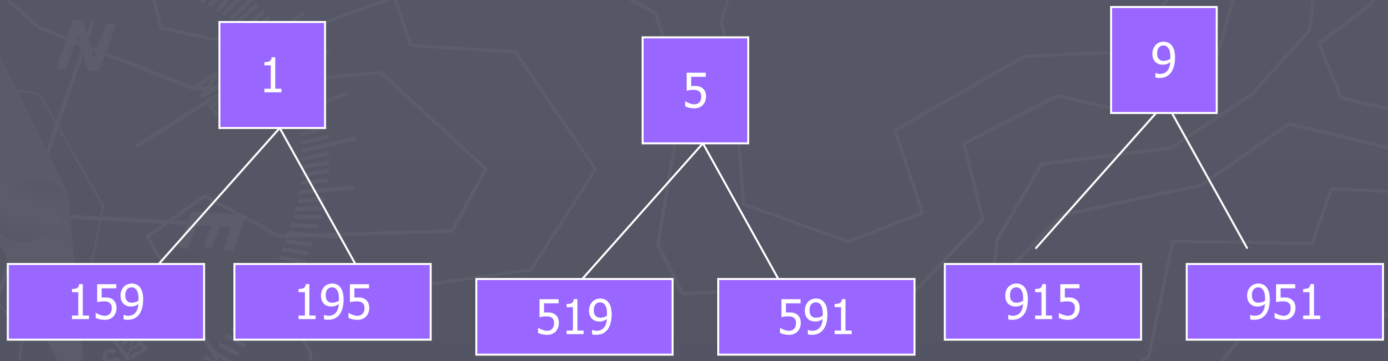
ОРГАНИЗОВАННЫЙ ПЕРЕБОР – строгий порядок разбора всех случаев, возможных решений.

Решение элементарных задач

Из чисел 1, 5, 9 составить трёхзначное число без повторяющихся цифр

Решение: (воспользуемся деревом возможных вариантов)

Дерево возможных вариантов



Ответ: 6 комбинаций

Пример 2

- Сколько двузначных чисел можно составить, используя цифры 1,4,7

Решение: сначала запишем числа начинающиеся с цифры 1,затем 4 и 7

11	14	17
41	44	47
71	74	77

Ответ:9

9 Правил комбинаторики

1 Правило суммы:

n(AuB)=n(A)+n(B), n-мощность множеств

n(A) - число элементов во множестве

Пример: На одной полке книжного шкафа стоит *45* различных книг, а на другой – *55* различных книг (и не таких, как на первой полке), сколькими способами можно выбрать одну книгу из стоящих на этих полках? Решение:

n(A)=45(книги первой полки)

n(B)=55(книги второй полки)

n(AuB)=n(A)+n(B)=45+55=100

Ответ:100 вариантов

2. Правило произведения

$n(A*B)=n(A)*n(B)$

На столе лежат 5 груш, 7 яблок и 6 мандаринов. Сколькими способами ребёнок может выбрать для себя набор из этих фруктов(притом размеры каждого фрукта различны)

А-множество груш

В-множество яблок

С-множество мандаринов

$N(A*B*C)=n(A)*n(B)*n(C)=5*7*6=210$

Овет:210 вариантов

3. Формула включений и исключений

$$n(A \cup B)=n(A)+n(B)-n(A \cap B)$$

В сентябре было 12 дождливых дней, 8 ветряных,10 холодных, 6 и дождливых, и ветреных; 7 и дождливых, и холодных; 5 и ветреных, и холодных; з дня и дождливых, и ветреных и холодных. Сколько дней в сентябре была хорошая погода?

Решение

А-мн.важдл. Дней $n(A)=12$

В-мн. Ветреных $n(B)=8$

С-мн. Холодных $n(C)=10$

D-мн.хороших дней

$n(AB)=6$, $n(AC)=7$, $n(BC)=5$, $n(ABC)=3$

$n(A \cup B \cup C)=n(A)+n(B)+n(C)-n(AB)-n(AC)-n(BC)+n(ABC)=12+8+10-6-7-5+3=15$

$D=30-15=15$

Ответ:15 дней

Правило размещения

$$\bar{A}_{m}^{n}=n^{m}$$

Где:

«-»-элемент повторения

m-количество используемых элементов

n- из скольких элементов состоит

Если порядок важен используется А, если нет, то С (познакомимся чуть позже)

Задача

На вокзальных путях стоит 6 светофоров, имеющих три разных цвета. Сколькими способами можно дать различные сигналы на этих путях

Решение:

В данном случае важен порядок и есть повторение, то

$$A_3^6 = 3^6 = 729$$

Ответ:729

Размещение без повторения

$$A_m^n = \frac{n!}{(n-m)!}$$

Абонент набирая номер знакомого по телефону забыл последние 2 цифры и помня лишь, что они различны, набрал его наугад. Сколько возможных вариантов существует для абонента набрать верный номер

$$A_{10}^{2} = \frac{10!}{(10-8)!} = \frac{10*9*8*....*1}{8*7*6*5*4*3*2*1} = 90$$

Ответ:90

Правило перестановки

$P_n = n!$

Сколько всего четырёхзначных чисел(в которых цифры не повторяются) можно написать используя числа 2,3,4,9

$P_4 = 4! = 4*3*2 = 24$

Ответ: 24

Сочетание без повторения

- $$C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

- Ежедневно из 30-ти учеников для дежурства выделяются 2 ученика по списку. Можно ли составить график на весь учебный год, чтобы никакие 2 ученика не дежурили вместе дважды в течение учебного года(уч. год 210 дн)

Решение

$$C_{30}^{2} = \frac{30!}{2!(30-2)!} = \frac{30*29*28*27\ldots*2}{2(28*27*\ldots*2)} =$$

$$= 435$$

Ответ:435

Сочетание с повторением

$$\overline{C}_{n}^{m} = C_{n+m-1}^{n}$$

В магазине есть 5 белых роз, 6 чайных, 4 жёлтых, 2 бордовых. Сколькими способами можно составить букет из этих роз?

$$\overline{C}_{17}^{9} = C_{17+9-1}^{17} = \frac{25!}{17!*8!}$$

$$\frac{25*24*23*22*21*20*19*18}{8*7*6*5*4*3*2} = 360525$$

Вывод

Итак, мы научились решать комбинаторные задачи. Но то, что мы посмотрели, это лишь капля в море. Для того, чтобы уметь хорошо решать комбинаторные и иные задачи надо прежде всего много сидеть самому.

Литература

- Свободная энциклопедия Википедия
- Журнал «Математика в школе»