ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

10 класс

а) 1, 2, 3,...,n,....

б) 1, -1/2, 1/3, -1/4,..., $(-1)^{n+1}/n$

в) sin 1, sin 2, sin 3,..., sin n,...

Любое число в совокупности имеет номер в соответствии с тем местом, которое оно занимает и от него зависит.

Пример: n=12

а) $a_{12}=12$

б) $b_{12}=-1/12$

в) $c_{12}=\sin 12$

ОПР. Совокупность чисел, каждое из которых имеет свой номер $n \in N$ и от него зависит, называется числовой последовательностью.

$$X_n = \{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$$

$$a_n = \{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$$

Задать числовую последовательность, значит указать как отыскивается любой ее член, если известен номер занимаемого им места.

1. Описание

(X_n)-последовательность приближенных значений √2 с недостатком с точностью до 0,1; 0,01; 0,001…

√2=1,1421356…

$(X_n)=\{1,1;\ 1,14;\ 1,142;\ 1,1421;\ldots\}$

2. Формула n-го члена.

Формула, позволяющая найти любой член последовательности по его номеру

Назовите первые 5 членов последовательности $(X_n) = n^2$

3. Рекуррентные соотношения

Заданы несколько первых членов, остальные члены последовательности определяются через предыдущие по некоторому правилу

АП: $a_n=a_{n-1}+d$ ГП: $b_n=b_{n-1}*q$

0,1,1,2,3,5,8,13,21,.-числа Фибоначчи

Виды последовательностей

Конечные,
бесконечные,
монотонно убывающие,
монотонно возрастающие,
знакочередующиеся.

Рассмотрим последовательность площадей правильных многоугольников, вписанных в окружность:

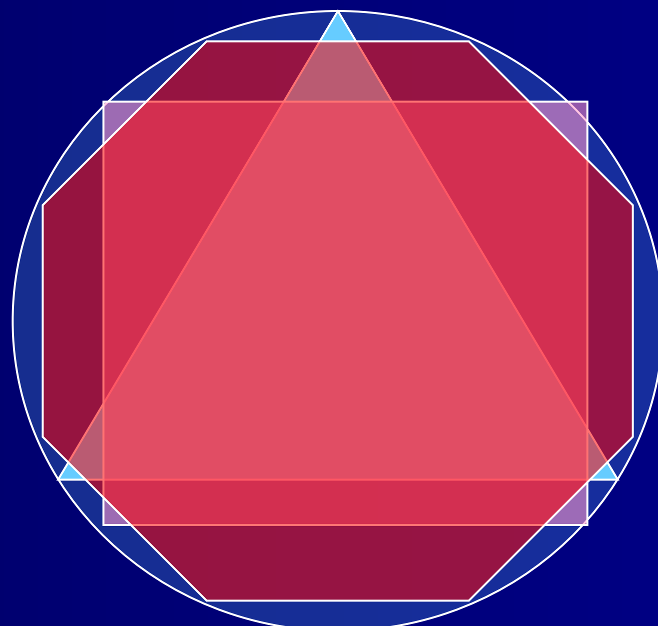
S_3

S_4

S_5

S_6

S_8



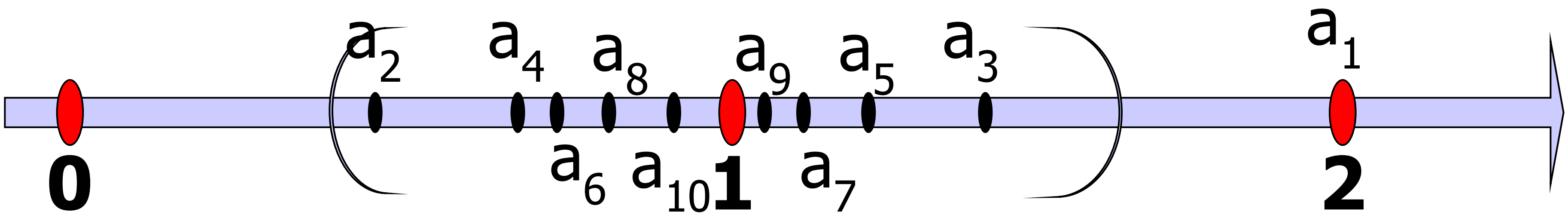
$$\lim_{n \to \infty} S_n = S_{кр} = \pi r^2$$


1/2
1/4
1/8
1/16
1/32

$1+1/2;\ 1-1/2;\ 1+1/3;\ 1-1/4;\ldots$

$a_n = 1 + (-1)^{n+1}/n$

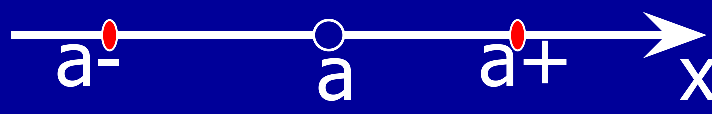
$2;\ 1/2;\ 1\,1/3;\ 3/4;\ 1\,1/5;\ 5/6;\ 1\,1/7;\ 7/8;$



$|a_n - 1| \to 0$ при $n \to \infty$

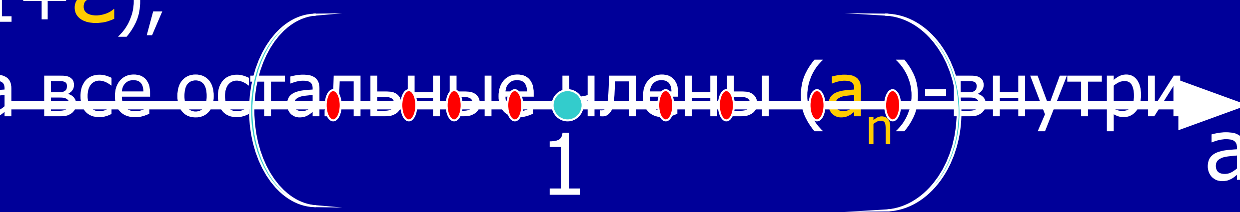
Опр. Окрестность числа а – это окружность (а, r=Е) (Е-достаточно мало) отсекающая на числовой прямой интервал

(а-ε; а+ε)



Выберем некоторую окрестность точки 1, начиная с некоторого номера N, конечное число членов числовой последовательности остается за пределами интервала (1-ε; 1+ε),

а все остальные члены (a_n)-внутри



ОПР. Число a называется пределом числовой последовательности, если для любого положительного числа Е существует номер N, такой что все члены последовательности, начиная с N попадают в интервал $(a-\varepsilon;\ a+\varepsilon)$

$$a = \lim_{n\to\infty} a_n \Longleftrightarrow \forall\ \varepsilon>0,\ n_0 \mid \exists\ N>n_0\ |a_n-a|<\varepsilon$$