

ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

10 класс

а) $1, 2, 3, \dots, n, \dots$

б) $1, -1/2, 1/3, -1/4, \dots, (-1)^{n+1}/n$

в) $\sin 1, \sin 2, \sin 3, \dots, \sin n, \dots$

Любое число в совокупности имеет номер в соответствии с тем местом, которое оно занимает и от него зависит.

Пример: $n=12$

а) $a_{12} = 12$

б) $b_{12} = -1/12$

в) $c_{12} = \sin 12$

ОПР. Совокупность чисел, каждое из которых имеет свой номер $n \in \mathbb{N}$ и от него зависит, называется **числовой последовательностью**.

$$X_n = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

$$a_n = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Задать числовую
последовательность, значит
указать как отыскивается любой
ее член, если известен номер
занимаемого им места.

1. Описание

(X_n) -последовательность приближенных
значений $\sqrt{2}$ с недостатком с точностью до
0,1; 0,01; 0,001...

$$\sqrt{2}=1,1421356\dots$$

$$(X_n)=\{1,1; 1,14; 1,142; 1,1421;\dots\}$$

2. Формула n-го члена.

Формула, позволяющая найти
любой **член**
последовательности по его
номеру

*Назовите первые 5 членов
последовательности $(X_n) = n^2$*

3. Рекуррентные соотношения

Заданы несколько первых членов,
остальные члены
последовательности определяются
через предыдущие по некоторому
правилу

$$\text{АП: } a_n = a_{n-1} + d \quad \text{ГП: } b_n = b_{n-1} * q$$

0,1,1,2,3,5,8,13,21,..-числа Фибоначчи

Виды последовательностей

Конечные,
бесконечные,
монотонно убывающие,
монотонно возрастающие,
знакопеременные.

Рассмотрим последовательность площадей правильных многоугольников, вписанных в окружность:

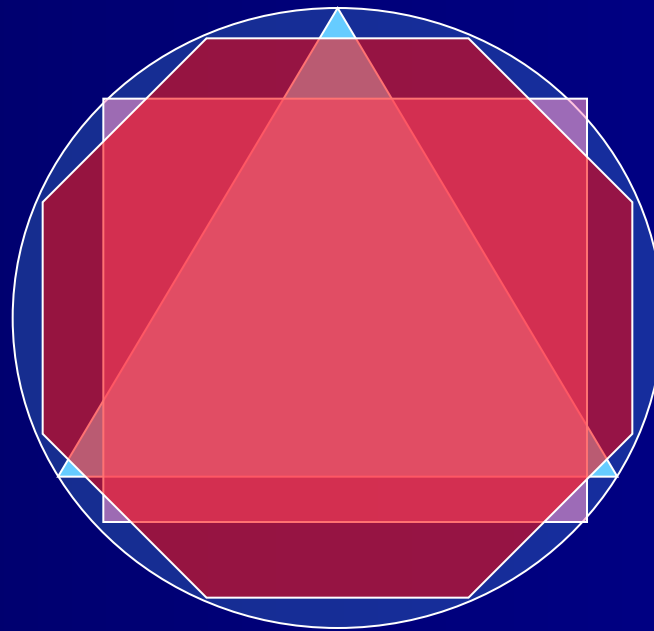
S_3

S_4

S_5

S_6

S_8



lim

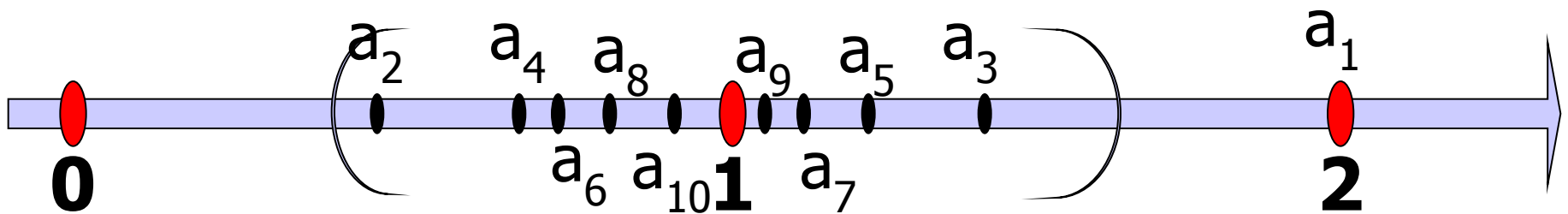
$$S_n = S_{кр} = \pi r^2$$



$1+1/2; 1-1/2; 1+1/3; 1-1/4; \dots$

$$a_n = 1 + (-1)^{n+1}/n$$

$2; 1/2; 1 \ 1/3; 3/4; 1 \ 1/5; 5/6; 1 \ 1/7; 7/8;$



$$|a_n - 1| \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty$$

Опр. Окрестность числа a – это окружность $(a, r=\varepsilon)$ (ε -достаточно мало) отсекающая на числовой прямой интервал

$$(a-\varepsilon; a+\varepsilon)$$



Выберем некоторую окрестность точки a , начиная с некоторого номера N , конечное число членов числовой последовательности остается за пределами интервала $(a-\varepsilon;$

$a+\varepsilon)$,



ОПР. Число **a** называется пределом числовой последовательности, если для любого положительного числа ε существует номер N , такой что все члены последовательности, начиная с N попадают в интервал $(a-\varepsilon; a+\varepsilon)$

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, n_0 \mid \exists N > n_0$$
$$|a_n - a| < \varepsilon$$