



# ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

10 класс

а)  $1, 2, 3, \dots, n, \dots$

б)  $1, -1/2, 1/3, -1/4, \dots, (-1)^{n+1}/n$

в)  $\sin 1, \sin 2, \sin 3, \dots, \sin n, \dots$

Любое число в совокупности имеет номер в соответствии с тем местом, которое оно занимает и от него зависит.

Пример:  $n=12$

а)  $a_{12} = 12$

б)  $b_{12} = -1/12$

в)  $c_{12} = \sin 12$

**ОПР.** Совокупность чисел, каждое из которых имеет свой номер  $n \in \mathbb{N}$  и от него зависит, называется **числовой последовательностью**.

$$X_n = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$$

$$a_n = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$$

Задать числовую  
последовательность, значит  
указать как отыскивается любой  
ее член, если известен номер  
занимаемого им места.

## 1. Описание

$(X_n)$ -последовательность приближенных  
значений  $\sqrt{2}$  с недостатком с точностью до  
0,1; 0,01; 0,001...

$$\sqrt{2}=1,1421356\dots$$

$$(X_n)=\{1,1; 1,14; 1,142; 1,1421;\dots\}$$

## 2. Формула n-го члена.

Формула, позволяющая найти  
любой **член**  
последовательности по его  
**номеру**

*Назовите первые 5 членов  
последовательности  $(X_n) = n^2$*

# 3. Рекуррентные соотношения

Заданы несколько первых членов,  
остальные члены  
последовательности определяются  
через предыдущие по некоторому  
правилу

$$\text{АП: } a_n = a_{n-1} + d \quad \text{ГП: } b_n = b_{n-1} * q$$

0,1,1,2,3,5,8,13,21,..-числа Фибоначчи

# Виды последовательностей

Конечные,  
бесконечные,  
монотонно убывающие,  
монотонно возрастающие,  
знакопеременные.



Рассмотрим последовательность площадей правильных многоугольников, вписанных в окружность:

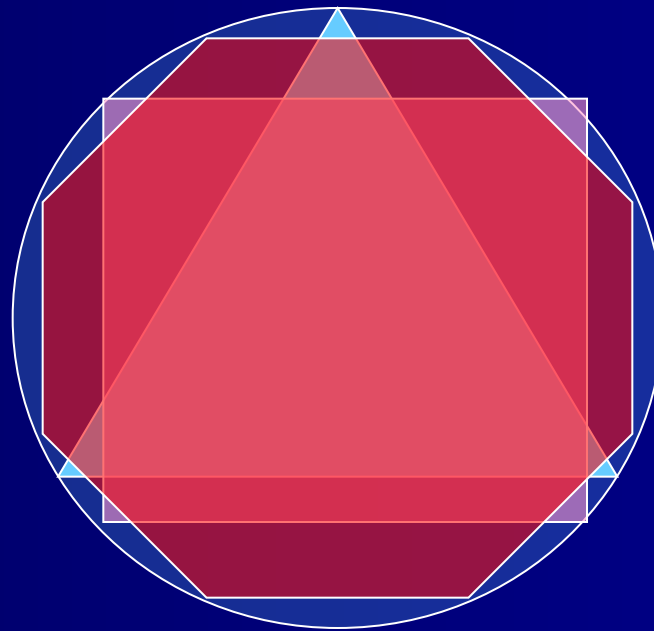
$S_3$

$S_4$

$S_5$

$S_6$

$S_8$



**lim**

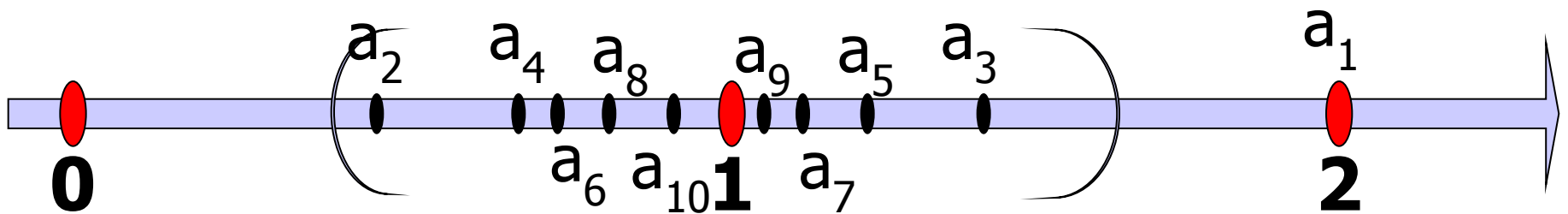
$$S_n = S_{кр} = \pi r^2$$



$1+1/2; 1-1/2; 1+1/3; 1-1/4; \dots$

$$a_n = 1 + (-1)^{n+1}/n$$

$2; 1/2; 1 \ 1/3; 3/4; 1 \ 1/5; 5/6; 1 \ 1/7; 7/8;$



$$|a_n - 1| \rightarrow 0 \text{ при } n \rightarrow \infty$$

**Опр.** Окрестность числа  $a$  – это окружность  $(a, r=\varepsilon)$  ( $\varepsilon$ -достаточно мало) отсекающая на числовой прямой интервал

$$(a-\varepsilon; a+\varepsilon)$$



Выберем некоторую окрестность точки  $a$ , начиная с некоторого номера  $N$ , конечное число членов числовой последовательности остается за пределами интервала  $(a-\varepsilon;$

$a+\varepsilon)$ ,



**ОПР.** Число **a** называется пределом числовой последовательности, если для любого положительного числа  $\varepsilon$  существует номер  $N$ , такой что все члены последовательности, начиная с  $N$  попадают в интервал  $(a-\varepsilon; a+\varepsilon)$

$$a = \lim_{n \rightarrow \infty} a_n \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, n_0 \mid \exists N > n_0 \\ |a_n - a| < \varepsilon$$