

# Математика

## Всё о рациональных дробях

8

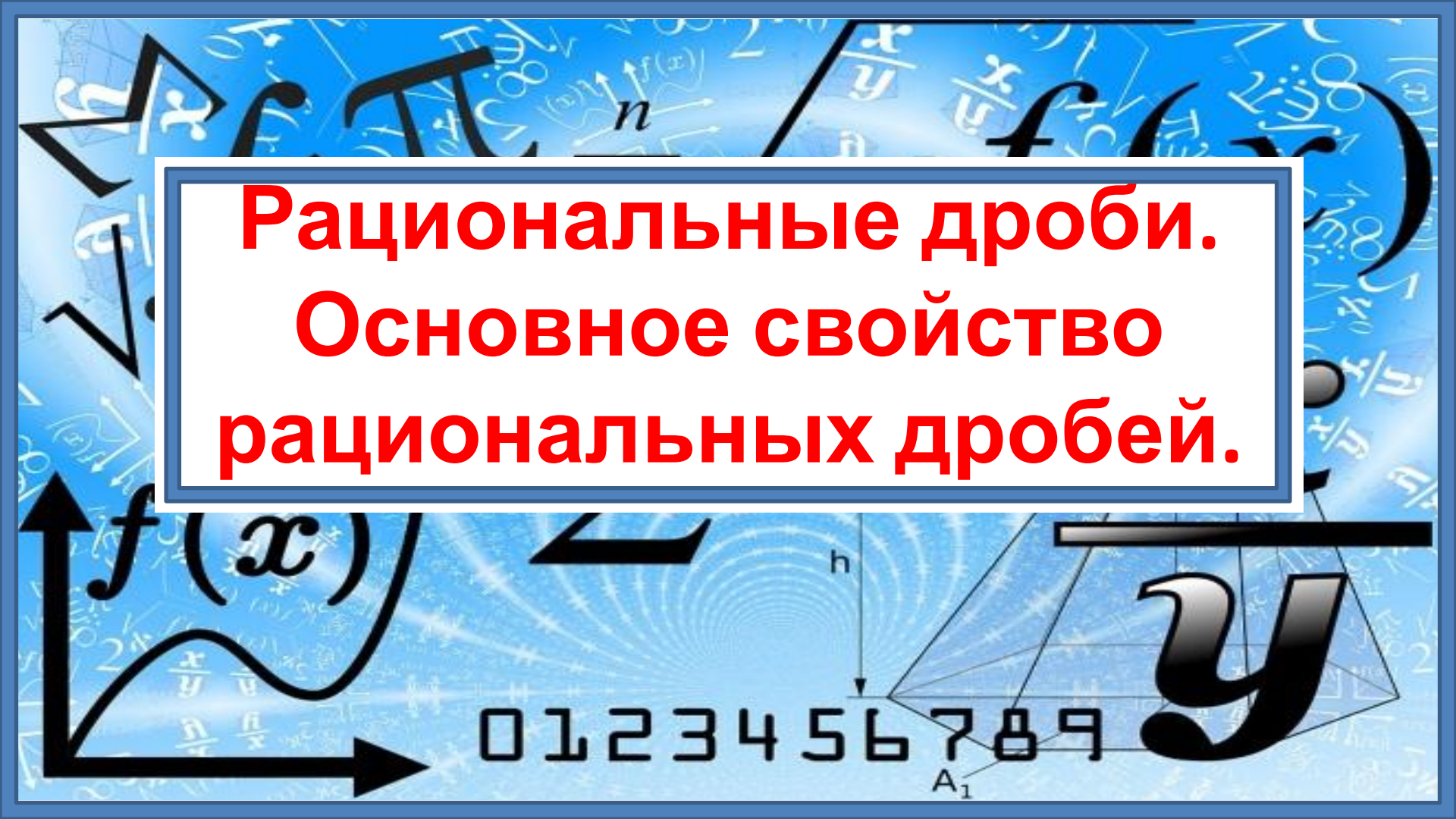
класс

УМК: А.Г. Мерзляк и  
др.

*Разработано учителем математики  
МОУ «СОШ» п. Аджером  
Корткеросского района Республики  
Коми  
Мишариной Альбиной Геннадьевной*

# Содержание

- Рациональные дроби. Основное свойство рациональных дробей.
- Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями
- Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями
- Умножение и деление рациональных дробей
- Возведение рациональной дроби в степень
- Тождественные преобразования рациональных выражений
- Рациональные уравнения



**Рациональные дроби.  
Основное свойство  
рациональных дробей.**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

$A_1$

# Определения

- **Целые выражения не содержат деление**  
*на выражение с переменной.*
- **Дробные выражения** – это выражения,  
**содержащие деление на выражение**  
*с переменной.*

# Например

## Целые выражения:

$$x - y; \frac{a+b}{5}; \frac{1}{3}x + 4; k^2 - 3y + y^3$$

## Дробные выражения:

$$2x + \frac{a}{b}; \frac{x-y}{x+y}; \frac{5}{x}; 2 + \frac{a+2}{a-1}$$

## К чему относятся выражения:

$$\frac{3a^2}{4b^3}; \frac{5x^2}{4} + \frac{x}{7}; \frac{8}{6k+1}; 3a + \frac{b^2}{c^3}; \frac{1}{6}m^3n^5; (y-4)^3 + \frac{1}{y}$$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

A<sub>1</sub>

# Определения

- Целые и дробные выражения называют **рациональными выражениями**
- **Рациональная дробь** – это дробь, числитель и знаменатель которой - **многочлены**

# Например

Рациональная дробь:

$$\frac{x}{7}; \frac{12}{a}; \frac{a+b}{5}; \frac{x-2}{x+2};$$

$$\frac{t^2 - 6t + 15}{2t}$$

Будет ли **рациональной дробью** выражение?

$$\frac{3a^2}{4b^3}; \frac{8}{6y+1}; \frac{1}{6}a^3b^5; \frac{x}{x - \frac{9}{x}}$$

# Определения

**Допустимым значением**

переменных, входящих в рациональное выражение, называются все значения переменных, при которых это выражение **имеет смысл**.



# Например

Выражение  $2 + \frac{a+2}{a-1}$

при  $a=1$  не имеет  
смысла, т.е. числового  
значения этого  
выражения при  $a=1$   
не существует.

Почему?

Найдём допустимые  
значения переменной в  
выражениях:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{x-5}; \frac{12}{a}; \frac{a^2-1}{a+5}; \frac{x-5}{9};$$

$$\frac{2+y}{1+y}; \frac{m-1}{m^2-9}; \frac{4}{x-8} + \frac{1}{x-1}$$

# Основное свойство рациональной дроби

Если числитель и знаменатель рациональной дроби **умножить** (или **разделить**) на один и тот же ненулевой многочлен, то получим дробь, **тождественно равную** *данной*.

# Определения


Деление числителя и знаменателя рациональной дроби на один и тот же ненулевой многочлен *называется*  
**сокращением дроби.**

# Например

$$\frac{6a^3b^2}{24a^2b^4} =$$
$$= \frac{6a^3b^2 : 6a^2b^2}{24a^2b^4 : 6a^2b^2} = \frac{a}{4b^2}$$

Сократите дроби:

$$\frac{3a^3b^2c^2}{15ab^3c^5}; \frac{x^2-1}{x-1}; \frac{7x-21y}{5x-15y}$$

The background is a vibrant blue field filled with various mathematical symbols and diagrams. Symbols include the Greek letter pi ( $\pi$ ), the letter 'n', the function notation  $f(x)$ , the fraction  $\frac{x}{y}$ , and the letter 'x'. Diagrams include a graph of a curve labeled  $f(x)$  on the left, a 3D pyramid with height 'h' and base 'A1' on the right, and a large stylized letter 'y' on the far right. At the bottom, a sequence of numbers from 0 to 9 is displayed.

**Работаем по  
учебнику:  
стр.7 № ???**

**Сложение и вычитание  
рациональных дробей с  
одинаковыми  
знаменателями**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9  
A<sub>1</sub>

# Правило

- $$\frac{A}{c} + \frac{B}{c} = \frac{A+B}{c}$$

$$\frac{A}{c} - \frac{B}{c} = \frac{A-B}{c}$$

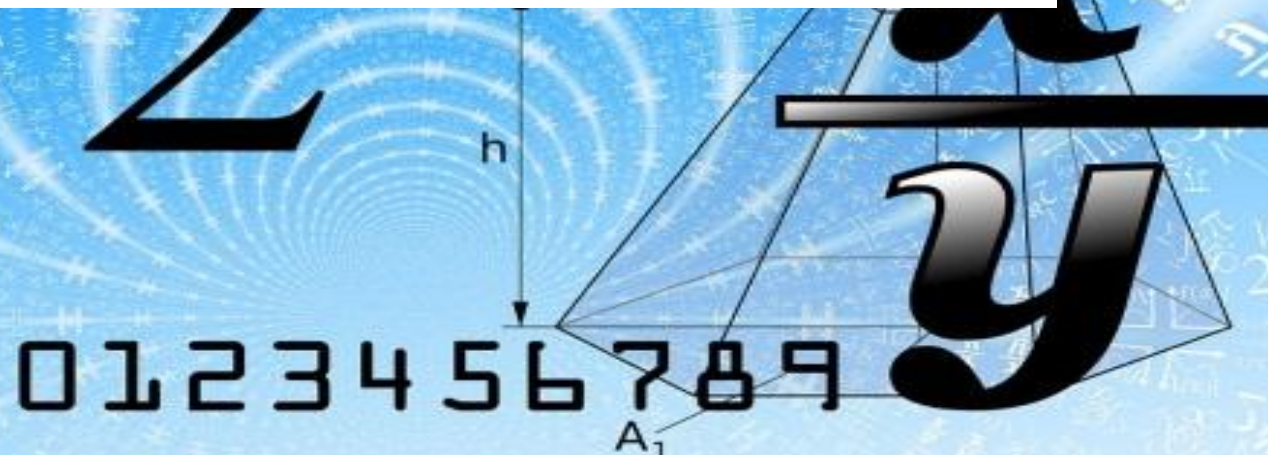
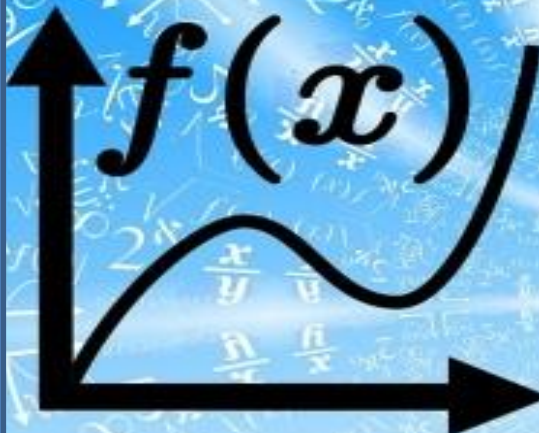
# Например

- $$\frac{B^2}{B+10} + \frac{20B+100}{B+10} =$$
$$= \frac{B^2+20B+100}{B+10} = \frac{(B+10)^2}{B+10} =$$
$$= ?$$

- $$\frac{7x-5}{8x^2} - \frac{3x-5}{8x^2} =$$
$$= \frac{7x-5-(3x-5)}{8x^2} =$$
$$= \frac{7x-5-3x+5}{8x^2} = \frac{?}{?} = \frac{?}{?}$$



**Работаем по учебнику:  
стр.???**    **№ ???**



**Сложение и вычитание  
рациональных дробей  
с разными  
знаменателями**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9  
A<sub>1</sub>

# Правило

- $$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D + C \cdot B}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D - C \cdot B}{B \cdot D}$$

# Например

$$\bullet \quad \frac{2}{x} + \frac{3x-2}{x+1} =$$

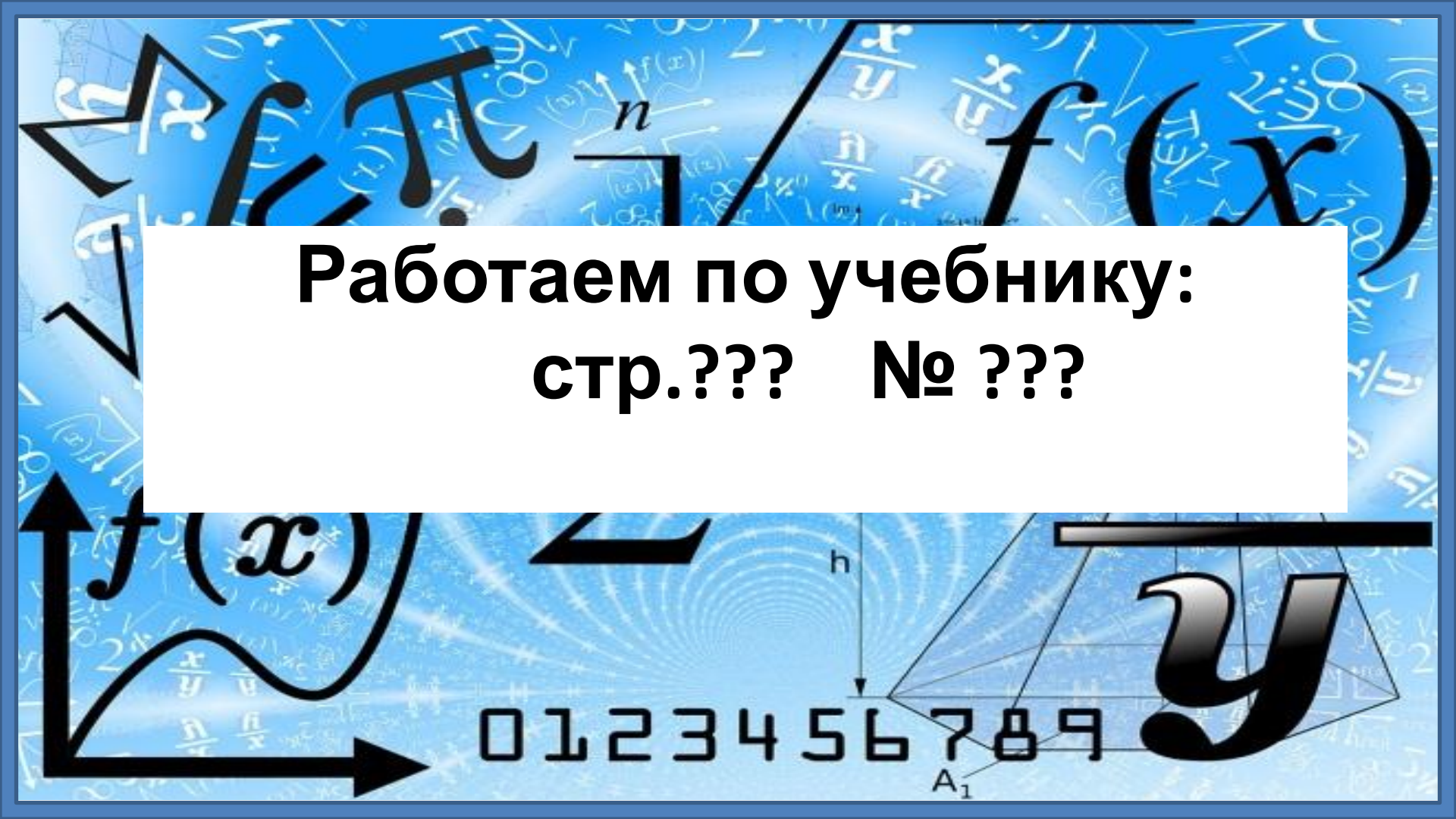
$$= \frac{2(x+1) + (3x-2)x}{x(x+1)} =$$

$$= \frac{?}{x(x+1)} = \frac{3x^2+2}{x(x+1)}$$


$$\bullet \quad \frac{x}{x-4} - \frac{x+2}{x-2} =$$

$$= \frac{x(x-2) - (x+2)(x-4)}{(x-4)(x-2)} =$$

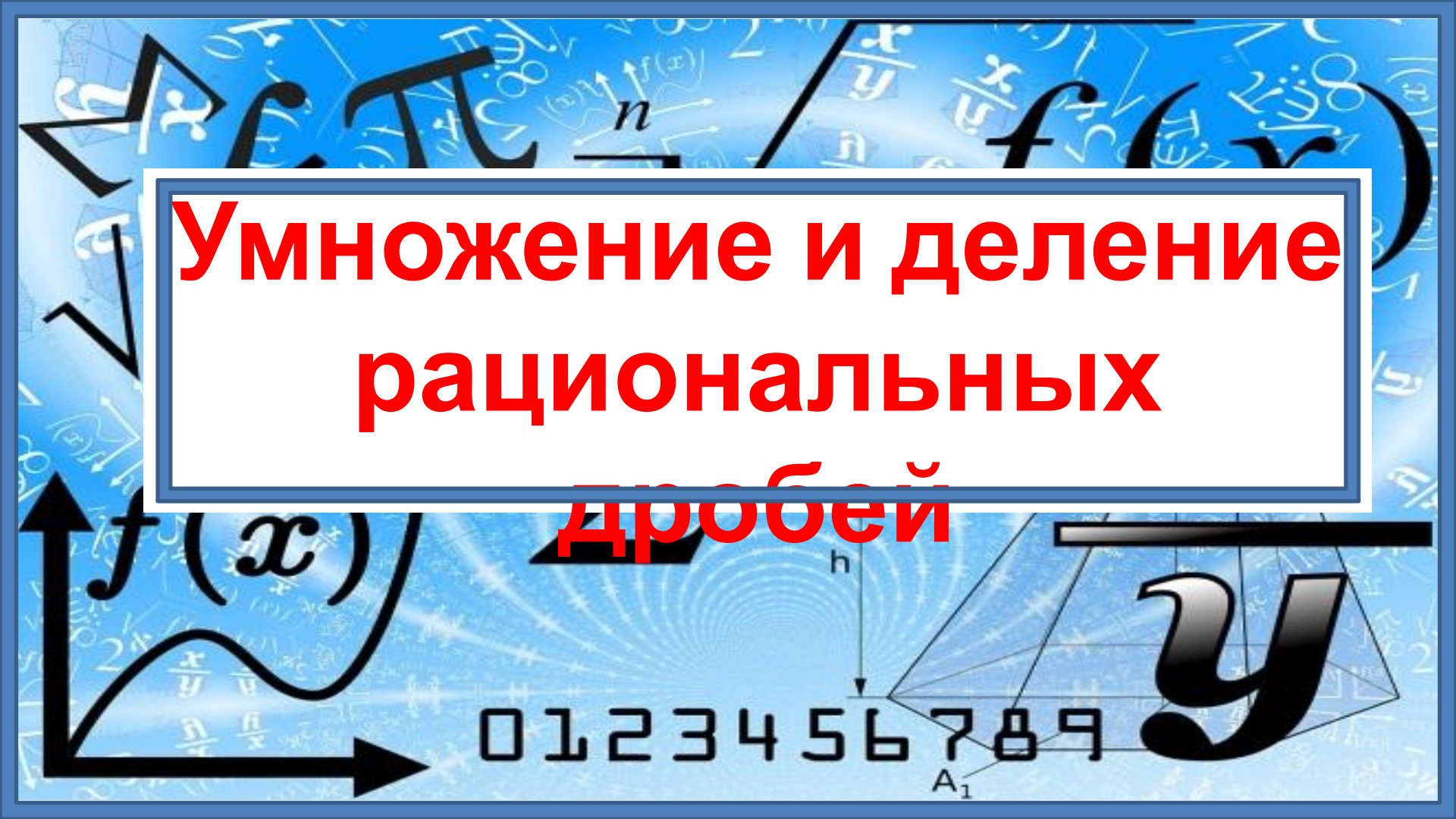
$$= \frac{?}{(x-4)(x-2)} = \frac{8}{(x-4)(x-2)}$$



**Работаем по учебнику:  
стр.???**    **№ ???**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



**Умножение и деление  
рациональных  
дробей**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

$A_1$

**y**

# Правило

- $$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

# Например

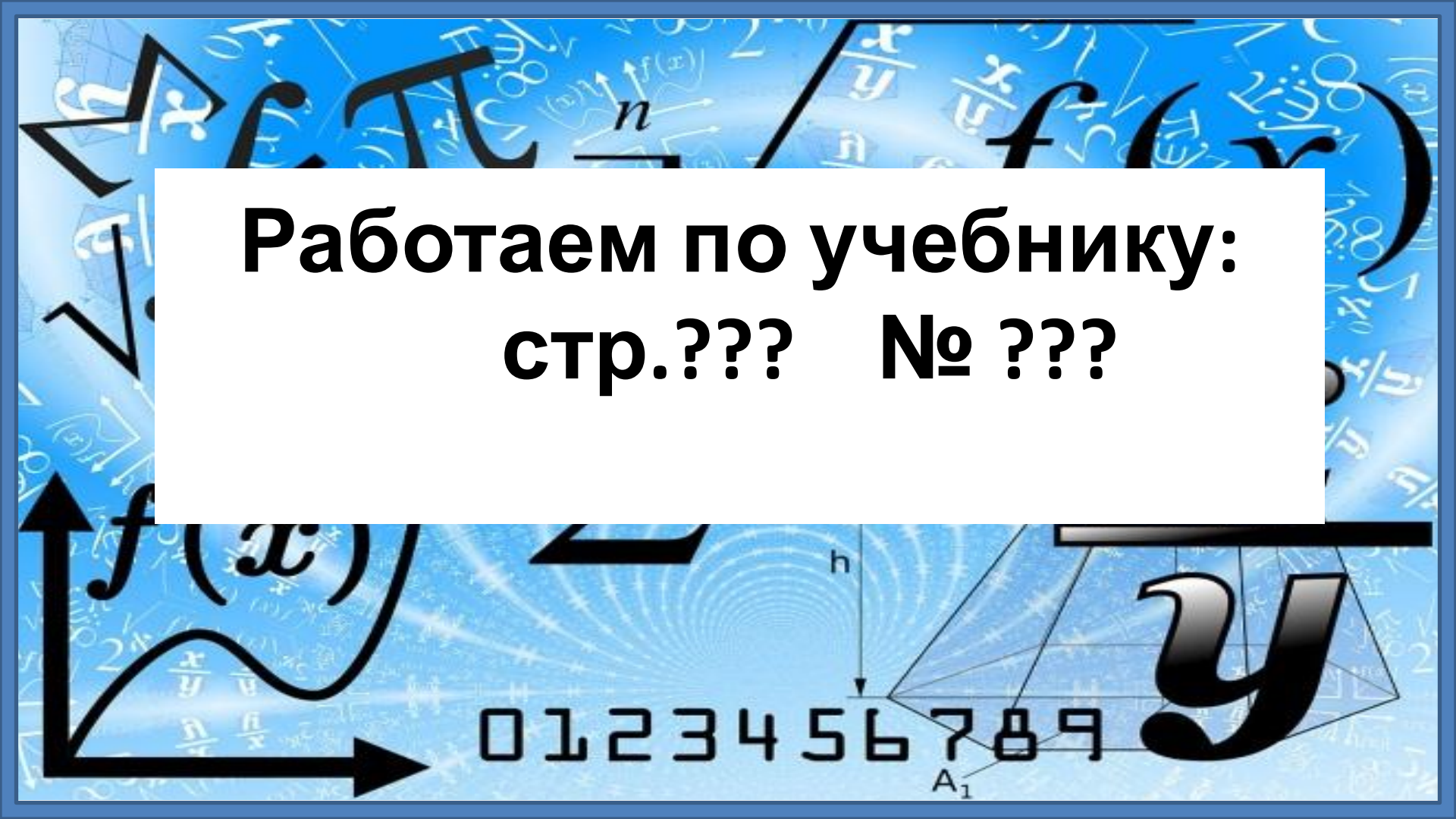
$$\frac{21c^6}{b^8} \cdot \frac{b^2}{14c^4} =$$
$$= \frac{21c^6 \cdot b^2}{b^8 \cdot 14c^4} = ? \frac{3c^2}{2b^6}$$

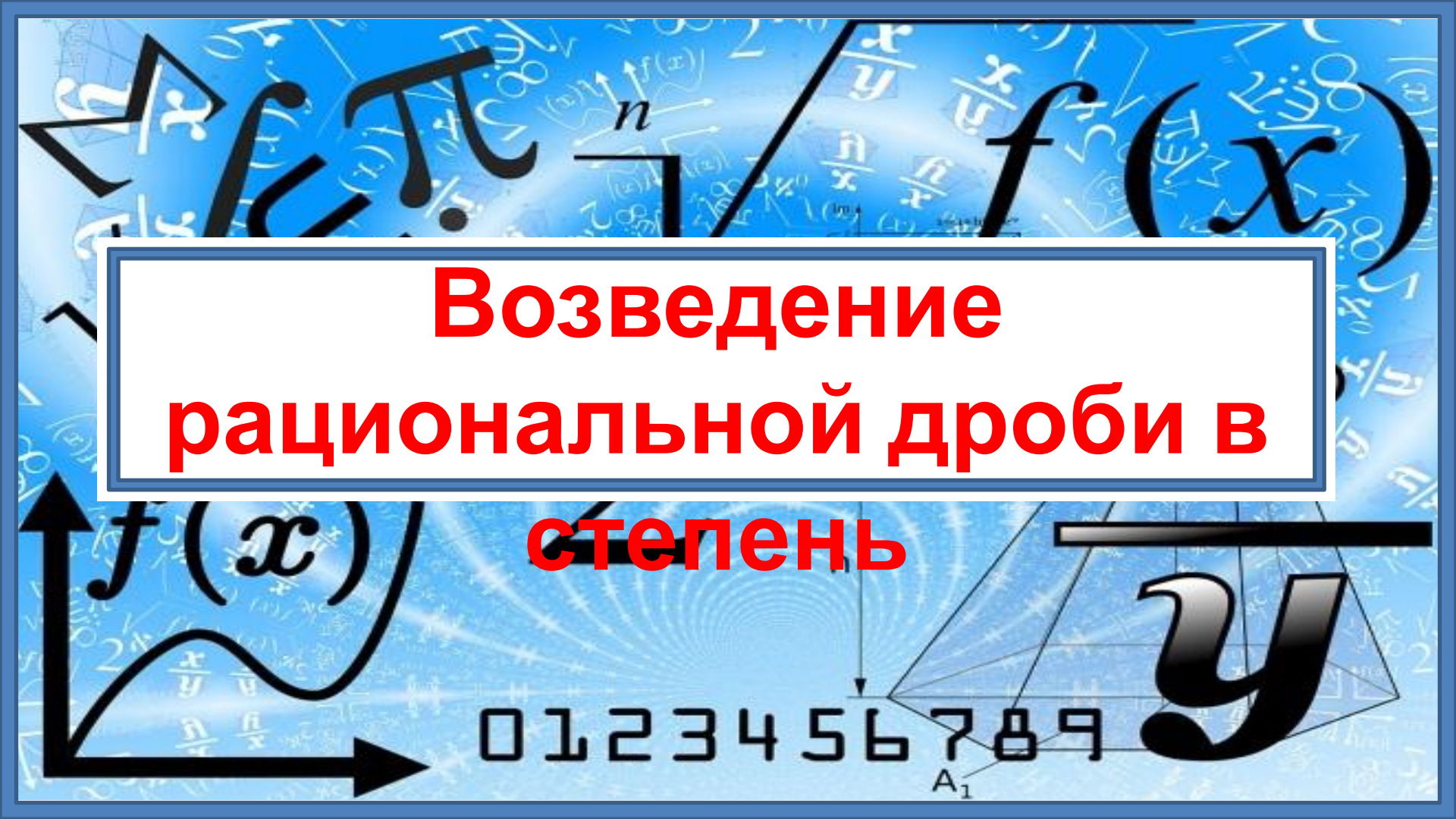
$$\bullet \frac{5c^2 - 35c}{c+2} : (c-7) =$$
$$= \frac{5c(c-7)}{c+2} : \frac{(c-7)}{1} =$$
$$= \frac{5c(c-7)}{c+2} \cdot \frac{?}{?} = \frac{?}{?} = \frac{5c}{c+2}$$



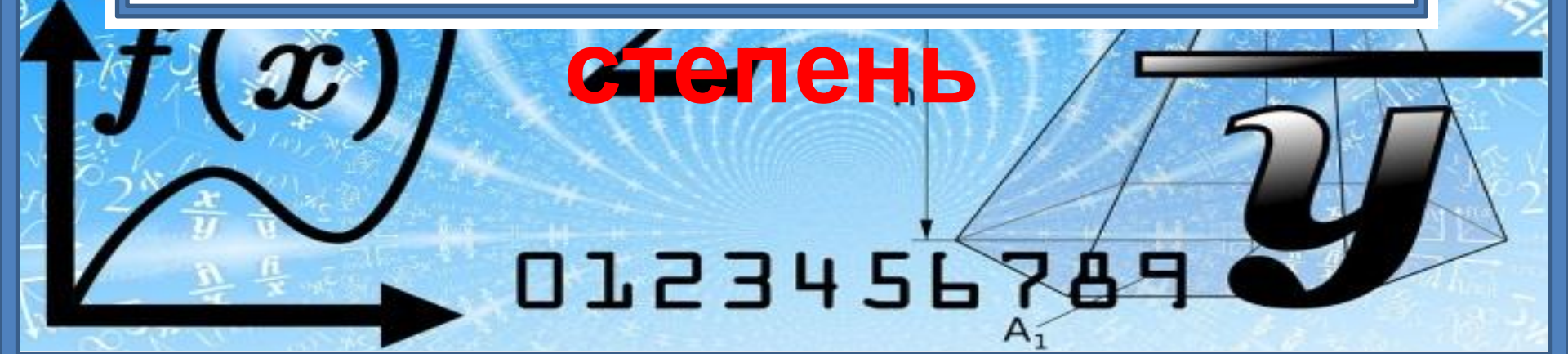
**Работаем по учебнику:  
стр.??? № ???**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9





**Возведение  
рациональной дроби в  
степень**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9  
 $A_1$

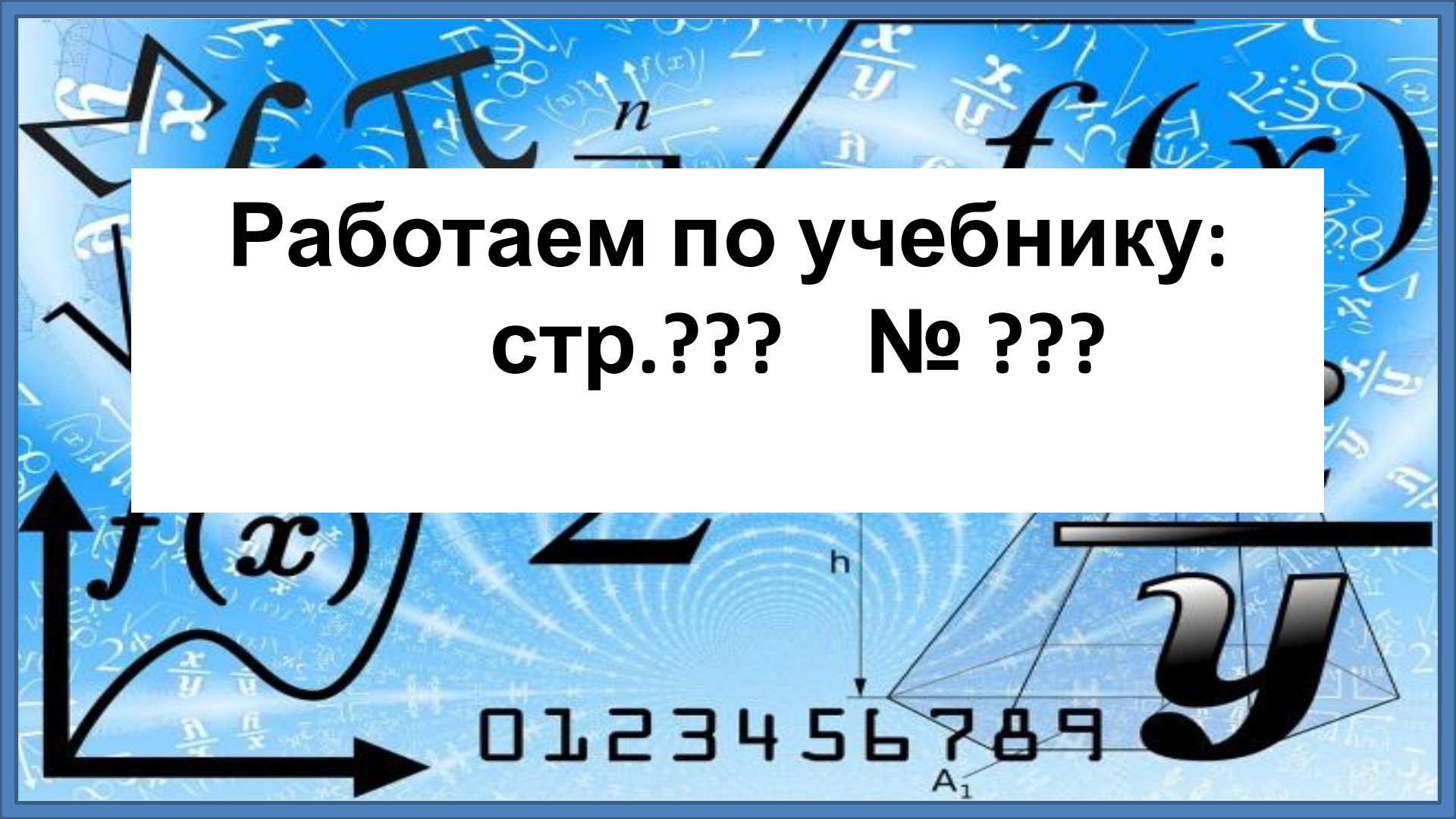
# Правило

- $$\begin{pmatrix} A \\ - \\ B \end{pmatrix}^n = \frac{A^n}{B^n}$$


# Например

- $$\left(\frac{m}{n^2}\right)^8 =$$
$$= \frac{m^8}{(n^2)^8} = \frac{m^8}{n^{16}}$$

- $$\left(-\frac{10c^7}{3f^5}\right)^3 =$$
$$= -\frac{(10c^7)^3}{(3f^5)^3} = -\frac{?}{?} = -\frac{1000c^{21}}{27f^{15}}$$




**Работаем по учебнику:  
стр.???**    **№ ???**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



**Тождественные  
преобразования  
рациональных выражений**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

# **Тождественное преобразование рациональных выражений** – это ...

выполнение действий входящих в рациональное выражение в соответствии с порядком выполнения арифметических действий: сначала...

# Например

Назовите порядок действий:

$$1). \frac{3a}{a-3} + \frac{a+5}{18-6a} \cdot \frac{54a}{5a+a^2}$$

$$2). \left( \frac{3a}{a-2} - \frac{6a}{a^2-4a+4} \right) : \frac{a-4}{a^2-4} - \frac{2a^2+8a}{a-2}$$



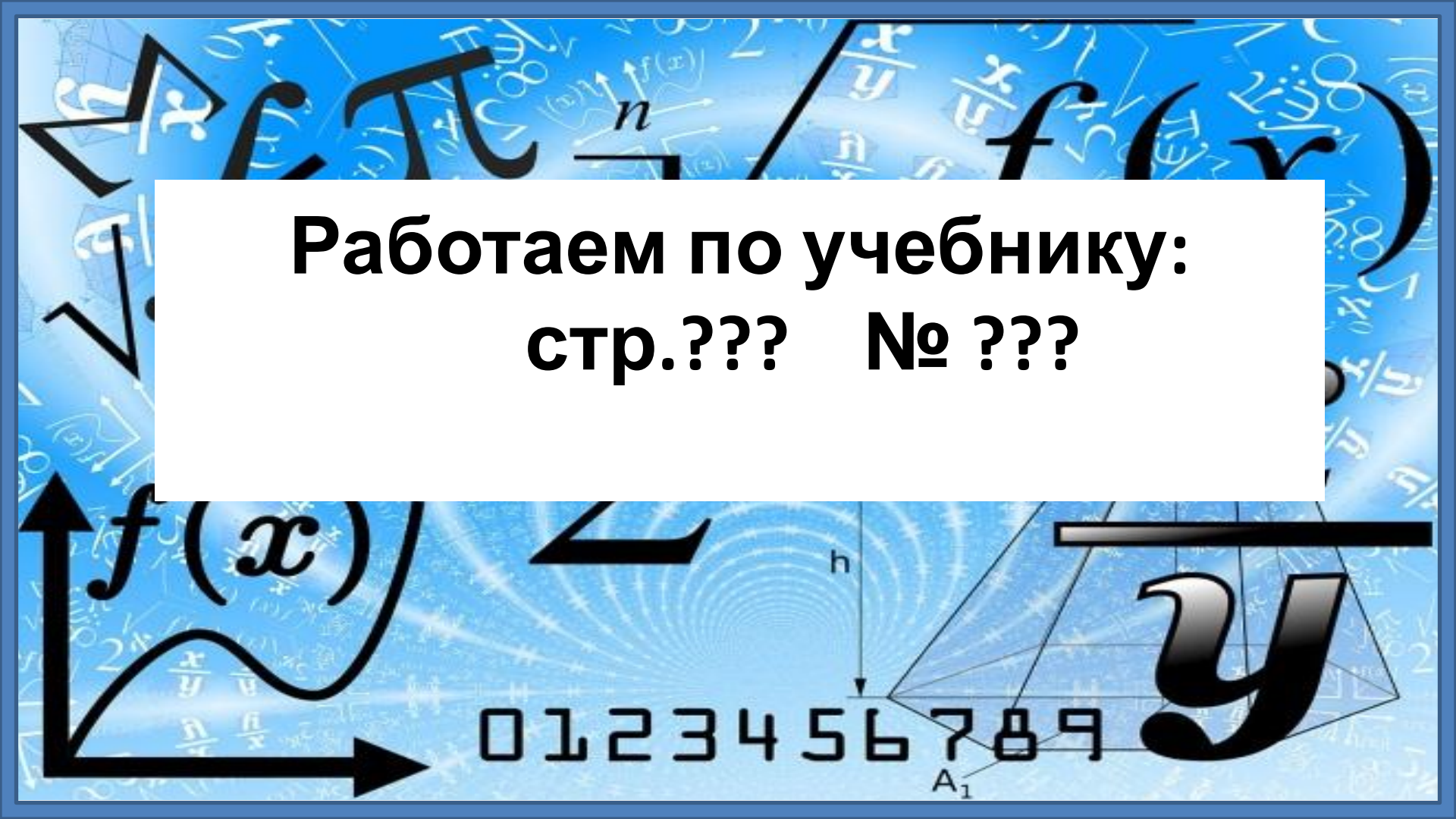
# Например

Назовите порядок действий:

$$3). \frac{b^2+9}{3b^2-b^3} + \left(\frac{b+3}{b-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{b-3} + \frac{6}{9-b^2} - \frac{3}{b^2+3b}\right)$$

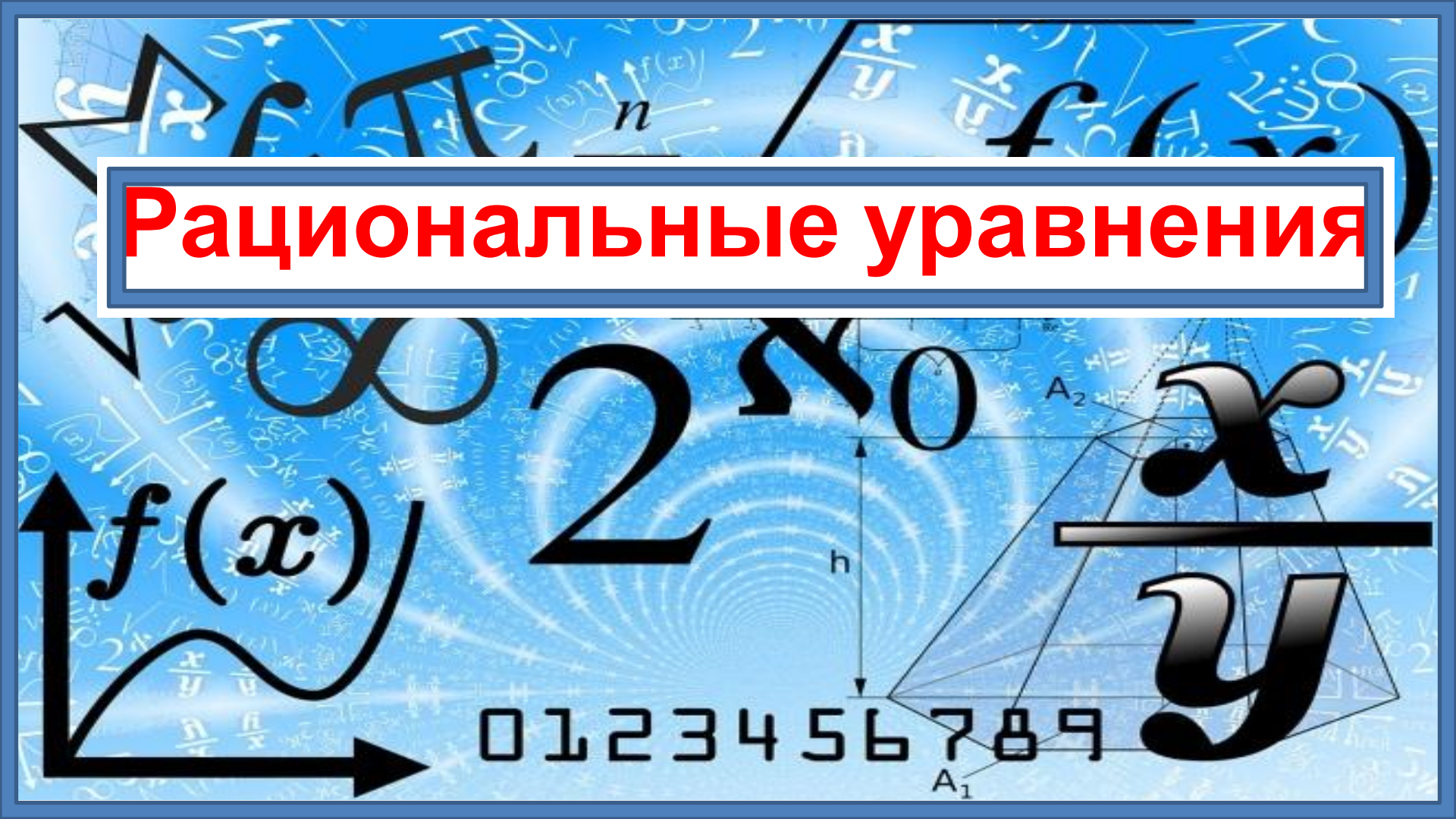
# Запомним

Преобразование  
рациональных выражений  
МОЖНО ВЫПОЛНЯТЬ  
не по действиям, а цепочкой.

The background is a vibrant blue field filled with various mathematical symbols and diagrams. At the top, there's a large pi symbol ( $\pi$ ) and a fraction  $\frac{n}{x}$ . Below that, a function  $f(x)$  is written. On the left, a graph shows a curve labeled  $f(x)$  on a coordinate system. In the center, there's a large number 4. To the right, a 3D diagram of a pyramid is shown with a height  $h$  and a base labeled  $A_1$ . At the bottom, a sequence of numbers 0 through 9 is displayed. A large, stylized letter 'y' is on the right side. The overall theme is mathematics and science.

**Работаем по учебнику:  
стр.???**    **№ ???**

# Рациональные уравнения



# Определение

Уравнение, левая и правая части которого являются рациональными выражениями, называют **рациональным**.

# Например

$$1) \frac{180}{x} = \frac{210}{x+10}$$

$$2) \frac{(x-1)(x+1)}{x^2 - 4x + 3} = 0$$



# Запомним

1). При решении рациональных уравнений преобразованиями приходят к виду:  $\frac{A}{B} = 0$

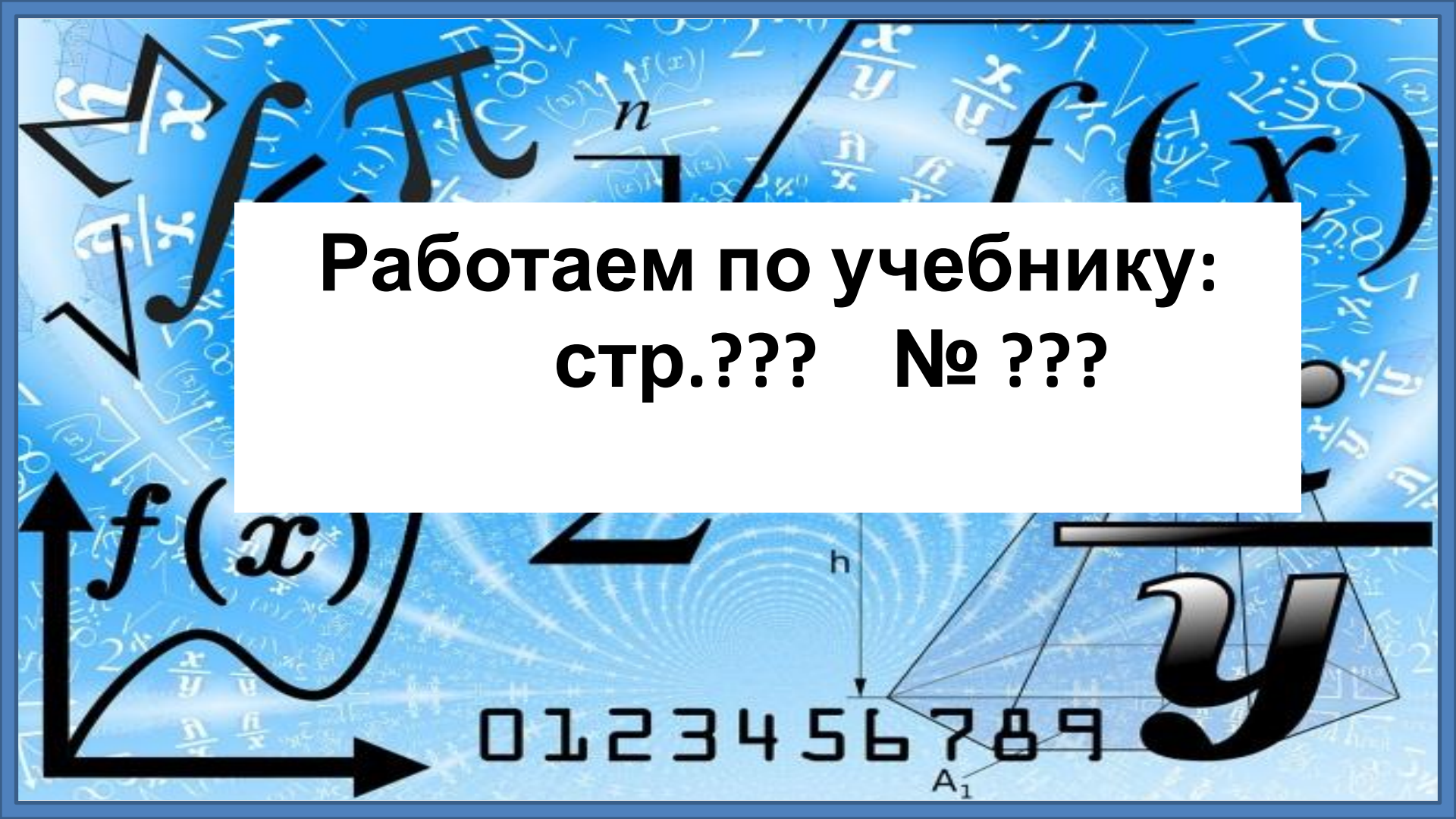
2). Используют правило: дробь равна нулю тогда и только тогда, когда её числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю (т.е.  $A = 0$  и  $B \neq 0$ )

# Например


Решим уравнение:

$$\frac{2x^2 - 4x - 16}{x - 4} = x$$





**Работаем по учебнику:  
стр.??? № ???**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

# Использованные ресурсы

- Фон/  
[https://yandex.ru/images/search?text=картинки%20по%20математике%20на%20прозрачном%20фоне&styp e=image&lr=19&source=wiz&p=37&pos=1111&rpt=simage&img\\_url=https%3A%2F%2Fstorage.needpix.com%2Fsynced\\_images%2Fmathematics-936697\\_1280.jpg](https://yandex.ru/images/search?text=картинки%20по%20математике%20на%20прозрачном%20фоне&styp e=image&lr=19&source=wiz&p=37&pos=1111&rpt=simage&img_url=https%3A%2F%2Fstorage.needpix.com%2Fsynced_images%2Fmathematics-936697_1280.jpg)
- Надпись на титульном листе/ <https://ds05.infourok.ru/uploads/ex/0544/0003aec3-1d27c5ae/640/img0.jpg>
- Картинка мальчика/  
[https://yandex.ru/images/search?p=13&text=смайлик%20с%20вопросительным%20знаком%20картинка&pos=538&rpt=simage&img\\_url=https%3A%2F%2Fpng.pngtree.com%2Felement\\_origin\\_min\\_pic%2F16%2F11%2F03%2F9f8b907213bc2d7c3a8b9edafecf1a79.jpg&lr=19](https://yandex.ru/images/search?p=13&text=смайлик%20с%20вопросительным%20знаком%20картинка&pos=538&rpt=simage&img_url=https%3A%2F%2Fpng.pngtree.com%2Felement_origin_min_pic%2F16%2F11%2F03%2F9f8b907213bc2d7c3a8b9edafecf1a79.jpg&lr=19)
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. – М.: Вентана-Граф, 2018
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др.: Алгебра : 8 класс: самостоятельные и контрольные работы: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / – М.: Вентана-Граф, 2017
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир.: Алгебра : 8 класс: дидактический материал: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / – М.: Вентана-Граф, 2016