

Математика

Всё о рациональных дробях

8

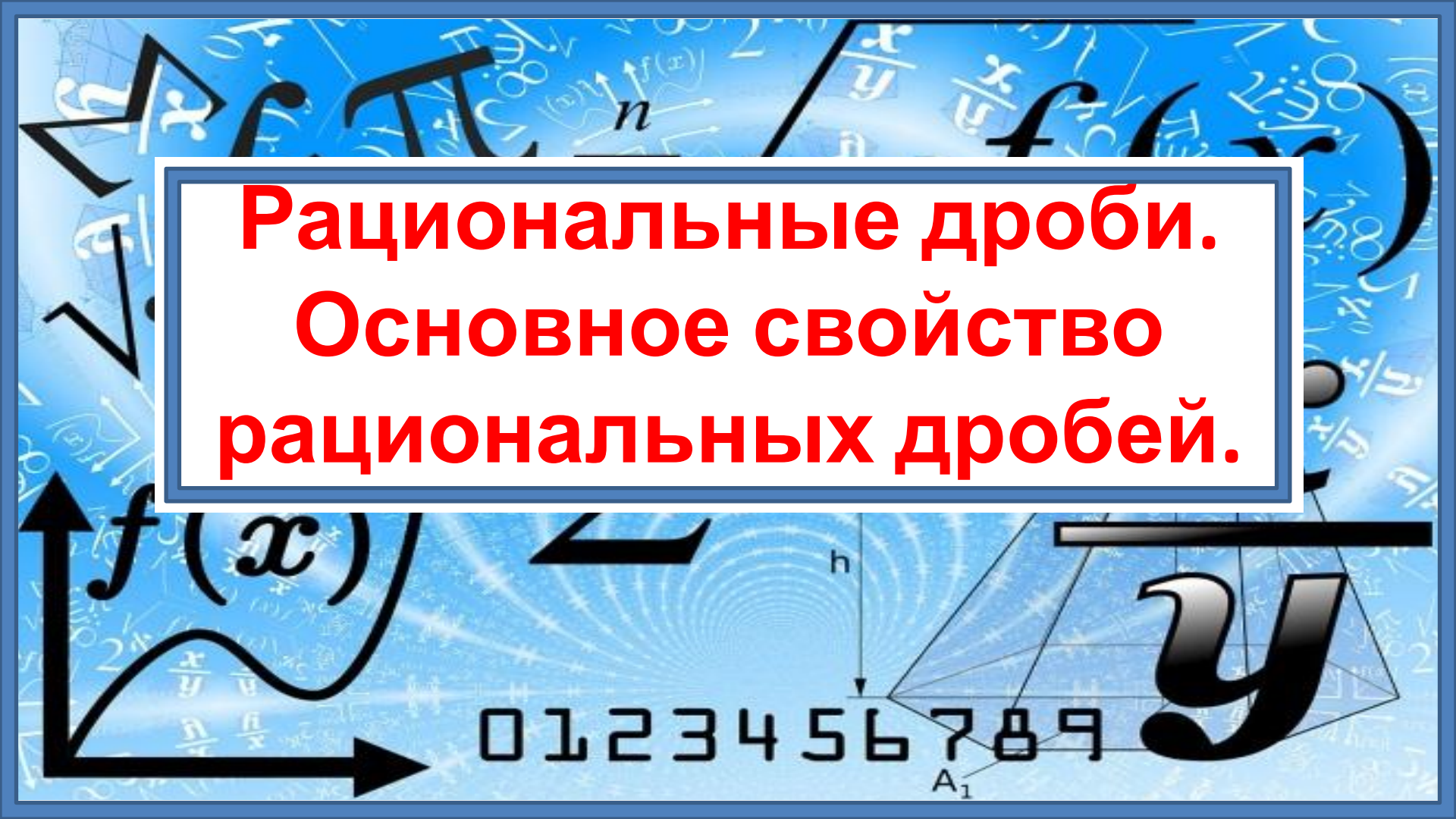
класс

УМК: А.Г. Мерзляк и
др.

*Разработано учителем математики
МОУ «СОШ» п. Аджером
Корткеросского района Республики
Коми
Мишариной Альбиной Геннадьевной*

Содержание

- Рациональные дроби. Основное свойство рациональных дробей.
- Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями
- Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями
- Умножение и деление рациональных дробей
- Возведение рациональной дроби в степень
- Тождественные преобразования рациональных выражений
- Рациональные уравнения



**Рациональные дроби.
Основное свойство
рациональных дробей.**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

A_1

Определения

- **Целые выражения не содержат деление**
на выражение с переменной.
- **Дробные выражения** – это выражения,
содержащие деление на выражение
с переменной.

Например

Целые выражения:

$$x - y; \frac{a+b}{5}; \frac{1}{3}x + 4; k^2 - 3y + y^3$$

Дробные выражения:

$$2x + \frac{a}{b}; \frac{x-y}{x+y}; \frac{5}{x}; 2 + \frac{a+2}{a-1}$$

К чему относятся выражения:

$$\frac{3a^2}{4b^3}; \frac{5x^2}{4} + \frac{x}{7}; \frac{8}{6k+1}; 3a + \frac{b^2}{c^3}; \frac{1}{6}m^3n^5; (y-4)^3 + \frac{1}{y}$$

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

A₁

Определения

- Целые и дробные выражения называют **рациональными выражениями**
- **Рациональная дробь** – это дробь, числитель и знаменатель которой - **многочлены**

Например

Рациональная дробь:

$$\frac{x}{7}; \frac{12}{a}; \frac{a+b}{5}; \frac{x-2}{x+2};$$

$$\frac{t^2 - 6t + 15}{2t}$$

Будет ли **рациональной дробью** выражение?

$$\frac{3a^2}{4b^3}; \frac{8}{6y+1}; \frac{1}{6}a^3b^5; \frac{x}{x - \frac{9}{x}}$$

Определения

Допустимым значением

переменных, входящих в рациональное выражение, называются все значения переменных, при которых это выражение **имеет смысл**.

Например

Выражение $2 + \frac{a+2}{a-1}$

при $a=1$ не имеет смысла, т.е. числового значения этого выражения при $a=1$ не существует.

Почему?

Найдём допустимые значения переменной в выражениях:

$$\frac{1}{x} + \frac{3}{x-5}; \frac{12}{a}; \frac{a^2-1}{a+5}; \frac{x-5}{9};$$

$$\frac{2+y}{1+y}; \frac{m-1}{m^2-9}; \frac{4}{x-8} + \frac{1}{x-1}$$

Основное свойство рациональной дроби

Если числитель и знаменатель рациональной дроби **умножить** (или **разделить**) на один и тот же ненулевой многочлен, то получим дробь, **тождественно равную** *данной*.

Определения


Деление числителя и знаменателя рациональной дроби на один и тот же ненулевой многочлен *называется*
сокращением дроби.

Например

$$\frac{6a^3b^2}{24a^2b^4} =$$
$$= \frac{6a^3b^2 : 6a^2b^2}{24a^2b^4 : 6a^2b^2} = \frac{a}{4b^2}$$

Сократите дроби:

$$\frac{3a^3b^2c^2}{15ab^3c^5}; \frac{x^2-1}{x-1}; \frac{7x-21y}{5x-15y}$$

The background is a vibrant blue field filled with various mathematical symbols and diagrams. Symbols include the Greek letter pi (π), the letter 'n', the function notation $f(x)$, the fraction $\frac{x}{y}$, and the letter 'x'. Diagrams include a coordinate system with a curve labeled $f(x)$, a 3D pyramid with height h and base A_1 , and a large stylized letter 'y'. At the bottom, a row of numbers from 0 to 9 is displayed.

**Работаем по
учебнику:
стр.7 № ???**

**Сложение и вычитание
рациональных дробей с
одинаковыми
знаменателями**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
A₁

Правило

- $$\frac{A}{c} + \frac{B}{c} = \frac{A+B}{c}$$

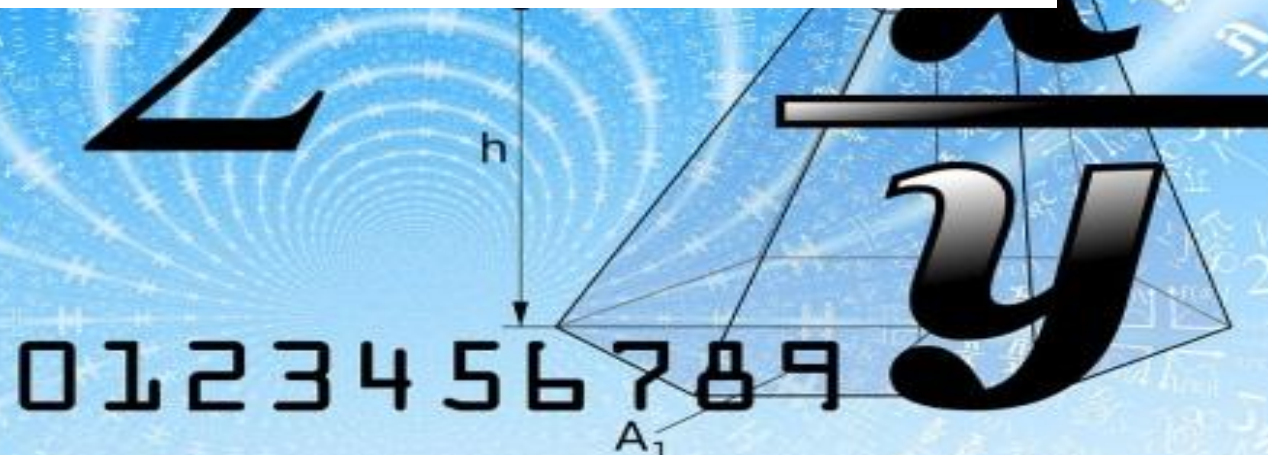
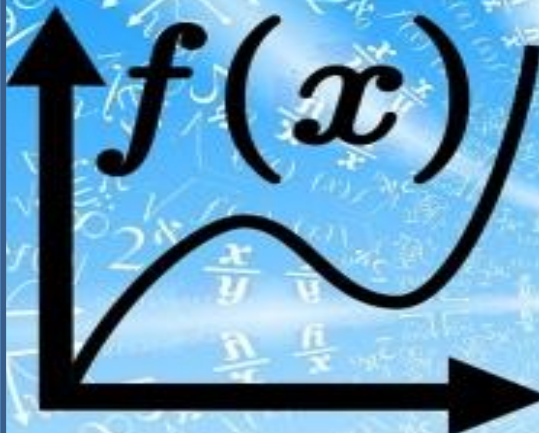
$$\frac{A}{c} - \frac{B}{c} = \frac{A-B}{c}$$

Например

- $$\frac{B^2}{B+10} + \frac{20B+100}{B+10} =$$
$$= \frac{B^2+20B+100}{B+10} = \frac{(B+10)^2}{B+10} =$$
$$= ?$$

- $$\frac{7x-5}{8x^2} - \frac{3x-5}{8x^2} =$$
$$= \frac{7x-5-(3x-5)}{8x^2} =$$
$$= \frac{7x-5-3x+5}{8x^2} = \frac{?}{?} = \frac{?}{?}$$

**Работаем по учебнику:
стр.???** **№ ???**



**Сложение и вычитание
рациональных дробей
с разными
знаменателями**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
A₁

Правило

- $$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D + C \cdot B}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D - C \cdot B}{B \cdot D}$$

Например

$$\bullet \quad \frac{2}{x} + \frac{3x-2}{x+1} =$$

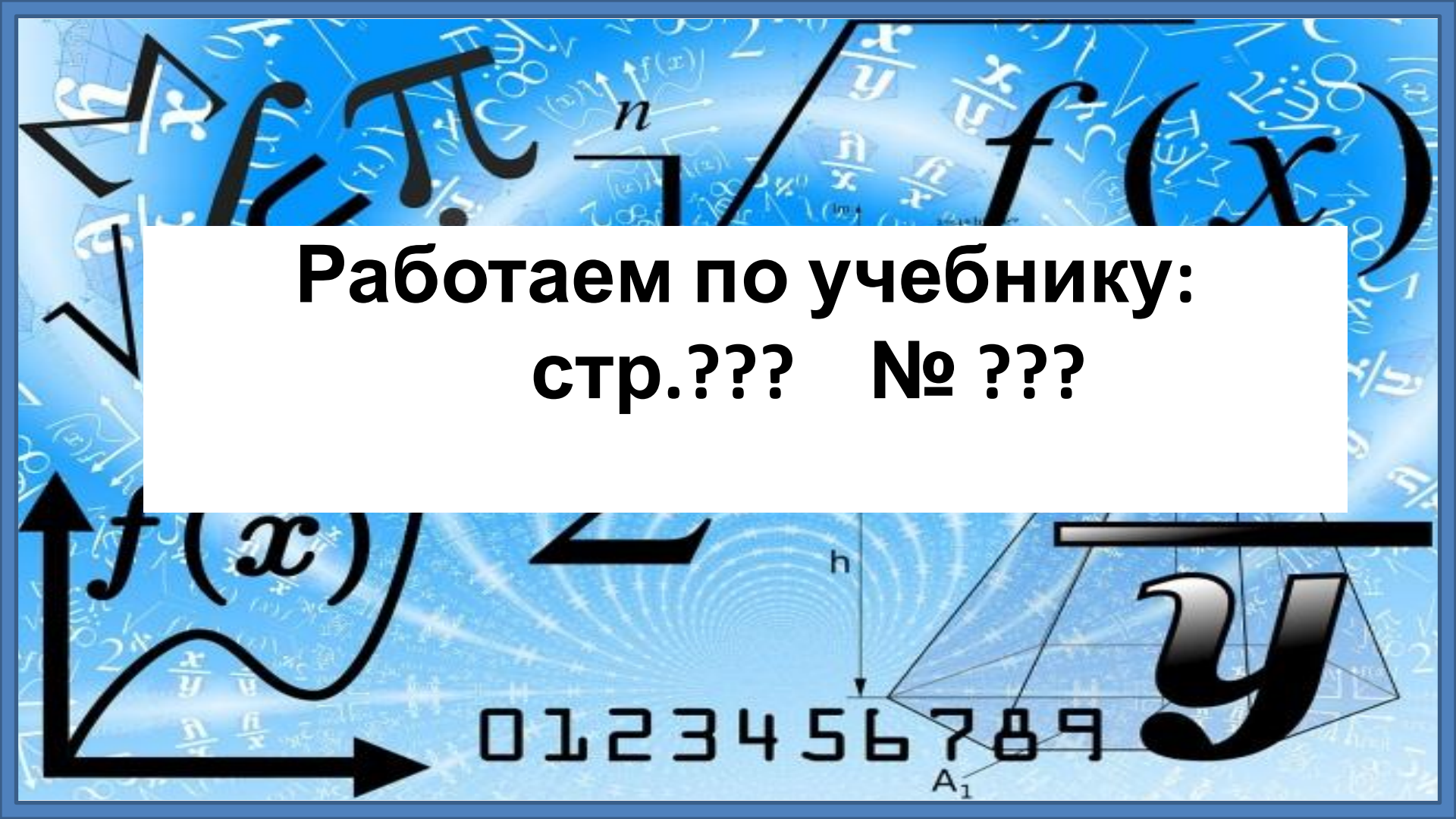
$$= \frac{2(x+1) + (3x-2)x}{x(x+1)} =$$

$$= \frac{?}{x(x+1)} = \frac{3x^2+2}{x(x+1)}$$


$$\bullet \quad \frac{x}{x-4} - \frac{x+2}{x-2} =$$

$$= \frac{x(x-2) - (x+2)(x-4)}{(x-4)(x-2)} =$$

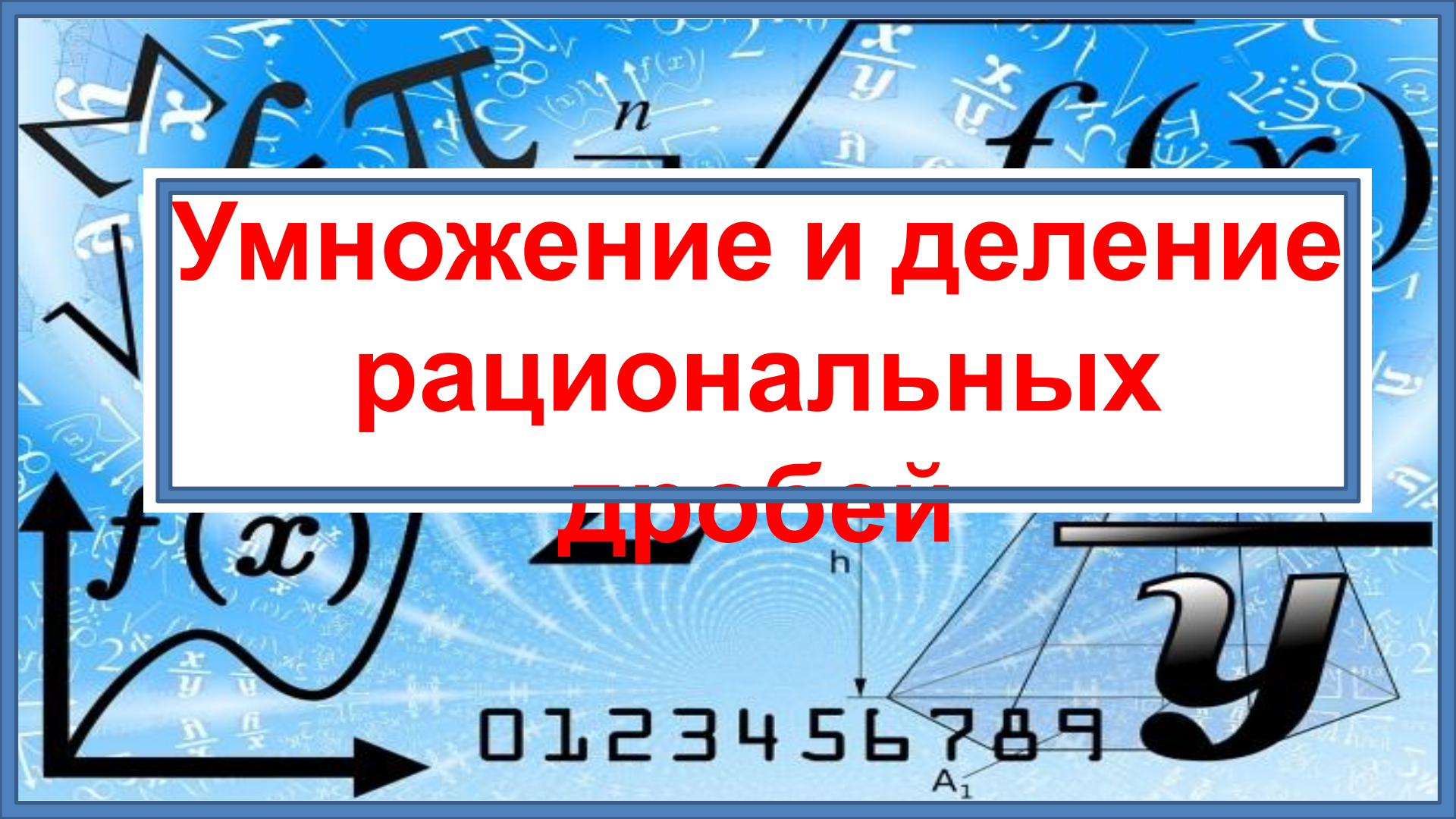
$$= \frac{?}{(x-4)(x-2)} = \frac{8}{(x-4)(x-2)}$$



**Работаем по учебнику:
стр.???** **№ ???**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9



**Умножение и деление
рациональных
дробей**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

A_1

y

Правило

- $$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

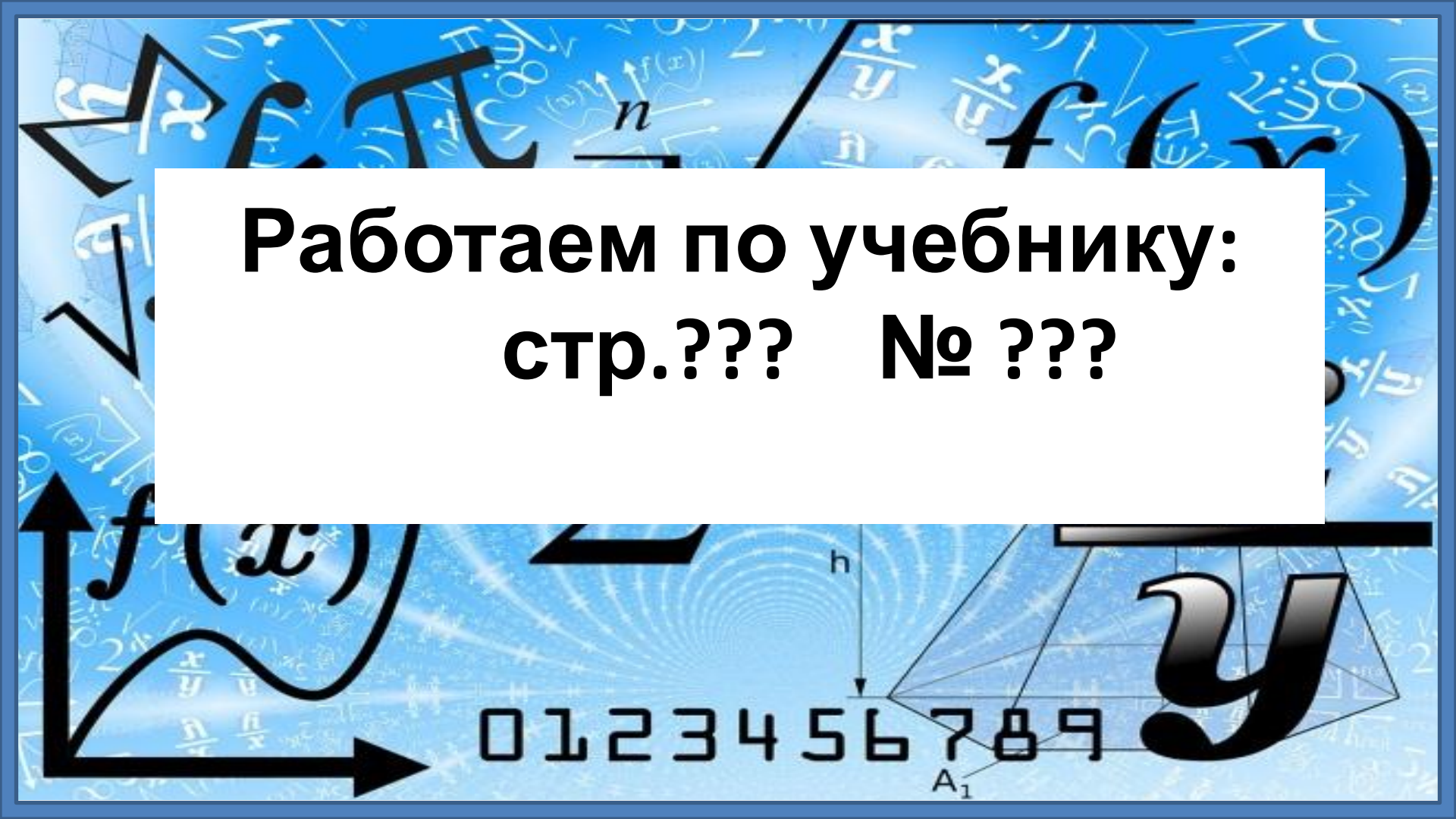
Например

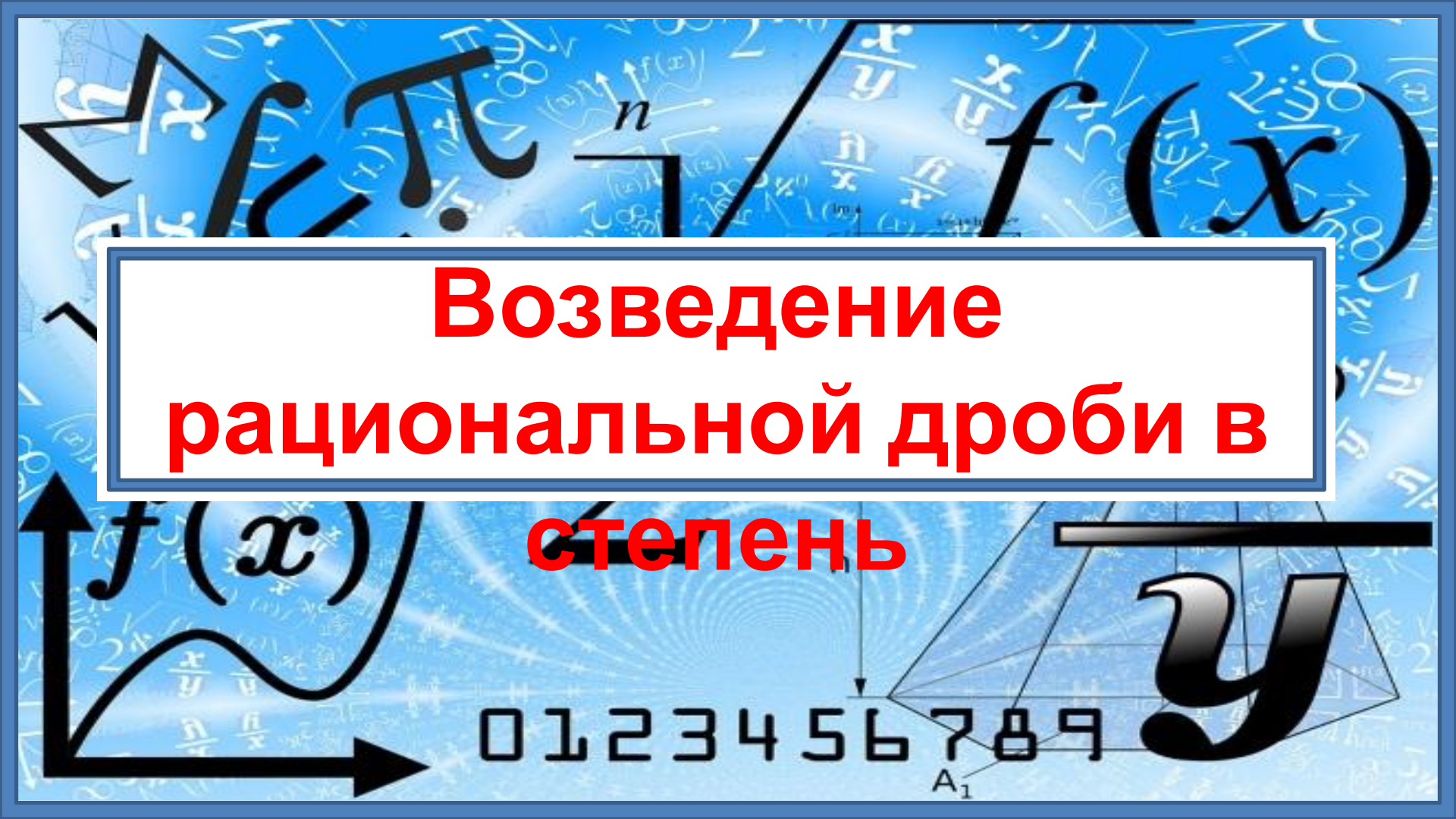
$$\frac{21c^6}{b^8} \cdot \frac{b^2}{14c^4} =$$
$$= \frac{21c^6 \cdot b^2}{b^8 \cdot 14c^4} = ? \frac{3c^2}{2b^6}$$

$$\bullet \frac{5c^2 - 35c}{c+2} : (c-7) =$$
$$= \frac{5c(c-7)}{c+2} : \frac{(c-7)}{1} =$$
$$= \frac{5c(c-7)}{c+2} \cdot \frac{?}{?} = \frac{?}{?} = \frac{5c}{c+2}$$

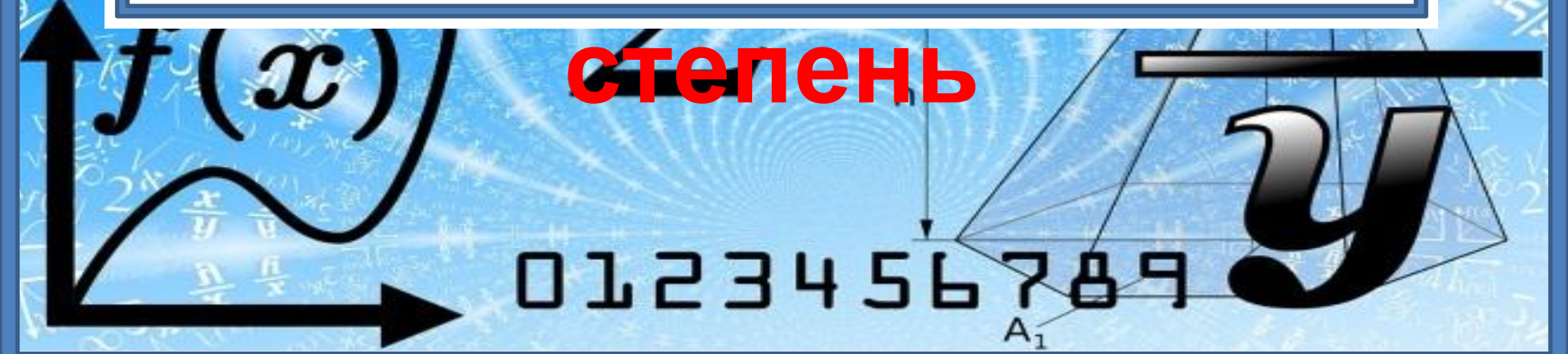
**Работаем по учебнику:
стр.??? № ???**

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

The background is a blue collage of mathematical symbols and diagrams. It includes a graph with a curve labeled $f(x)$, a large Greek letter π , a fraction $\frac{x}{y}$, a function $f(x)$, a number n , a large Greek letter γ , a coordinate system with axes x and y , a pyramid with height h and base A_1 , and a large Greek letter ψ . The text "0 1 2 3 4 5 6 7 8 9" is positioned at the bottom of the collage.



**Возведение
рациональной дроби в
степень**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
 A_1

Правило

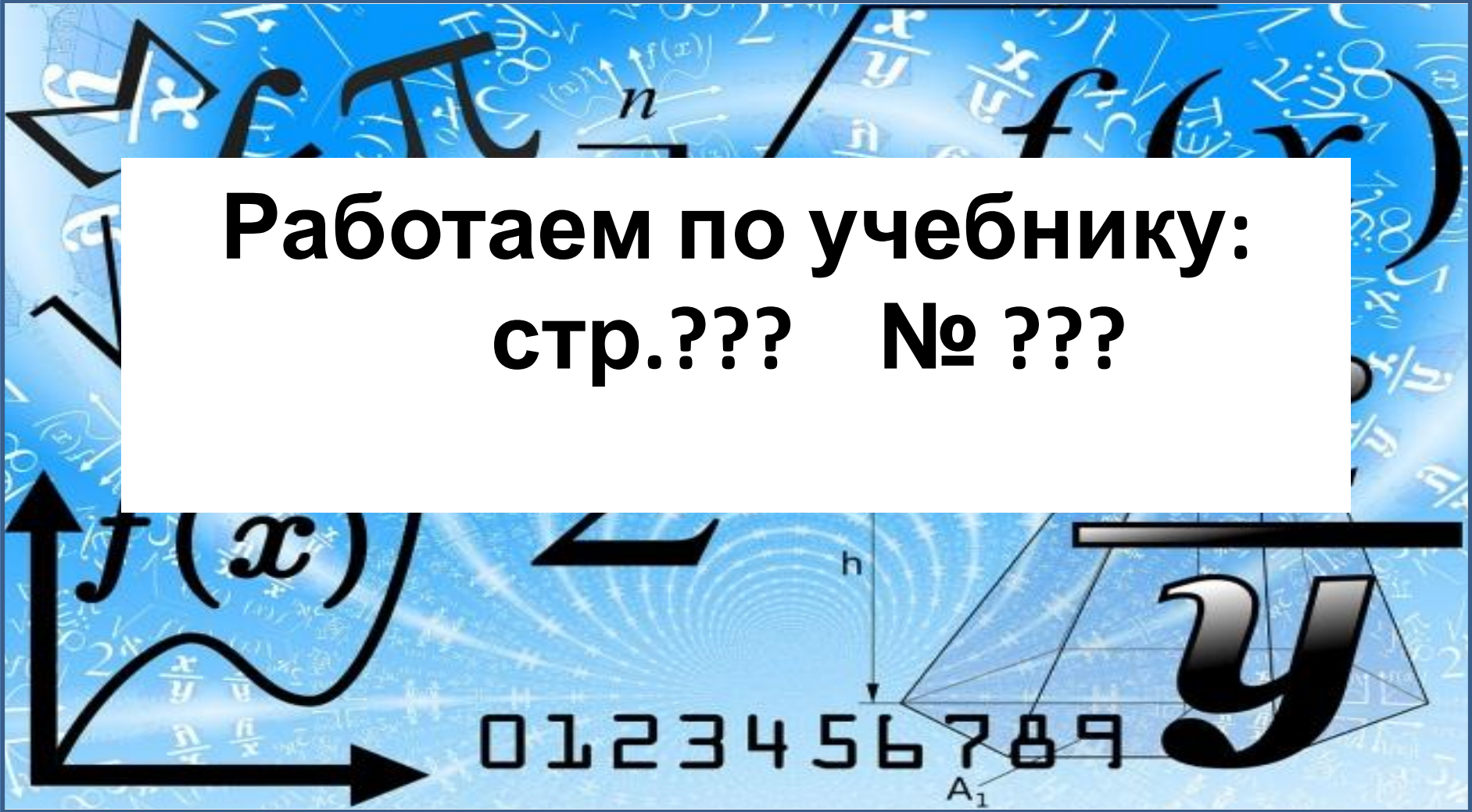
- $$\begin{pmatrix} A \\ - \\ B \end{pmatrix}^n = \frac{A^n}{B^n}$$

Например

- $$\left(\frac{m}{n^2}\right)^8 =$$
$$= \frac{m^8}{(n^2)^8} = \frac{m^8}{n^{16}}$$


- $$\left(-\frac{10c^7}{3f^5}\right)^3 =$$
$$= -\frac{(10c^7)^3}{(3f^5)^3} = -\frac{?}{?} = -\frac{1000c^{21}}{27f^{15}}$$

**Работаем по учебнику:
стр.???** **№ ???**





**Тождественные
преобразования
рациональных выражений**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Тождественное преобразование рациональных выражений – это ...

выполнение действий входящих в рациональное выражение в соответствии с порядком выполнения арифметических действий: сначала...

Например

Назовите порядок действий:

$$1). \frac{3a}{a-3} + \frac{a+5}{18-6a} \cdot \frac{54a}{5a+a^2}$$

$$2). \left(\frac{3a}{a-2} - \frac{6a}{a^2-4a+4} \right) : \frac{a-4}{a^2-4} - \frac{2a^2+8a}{a-2}$$

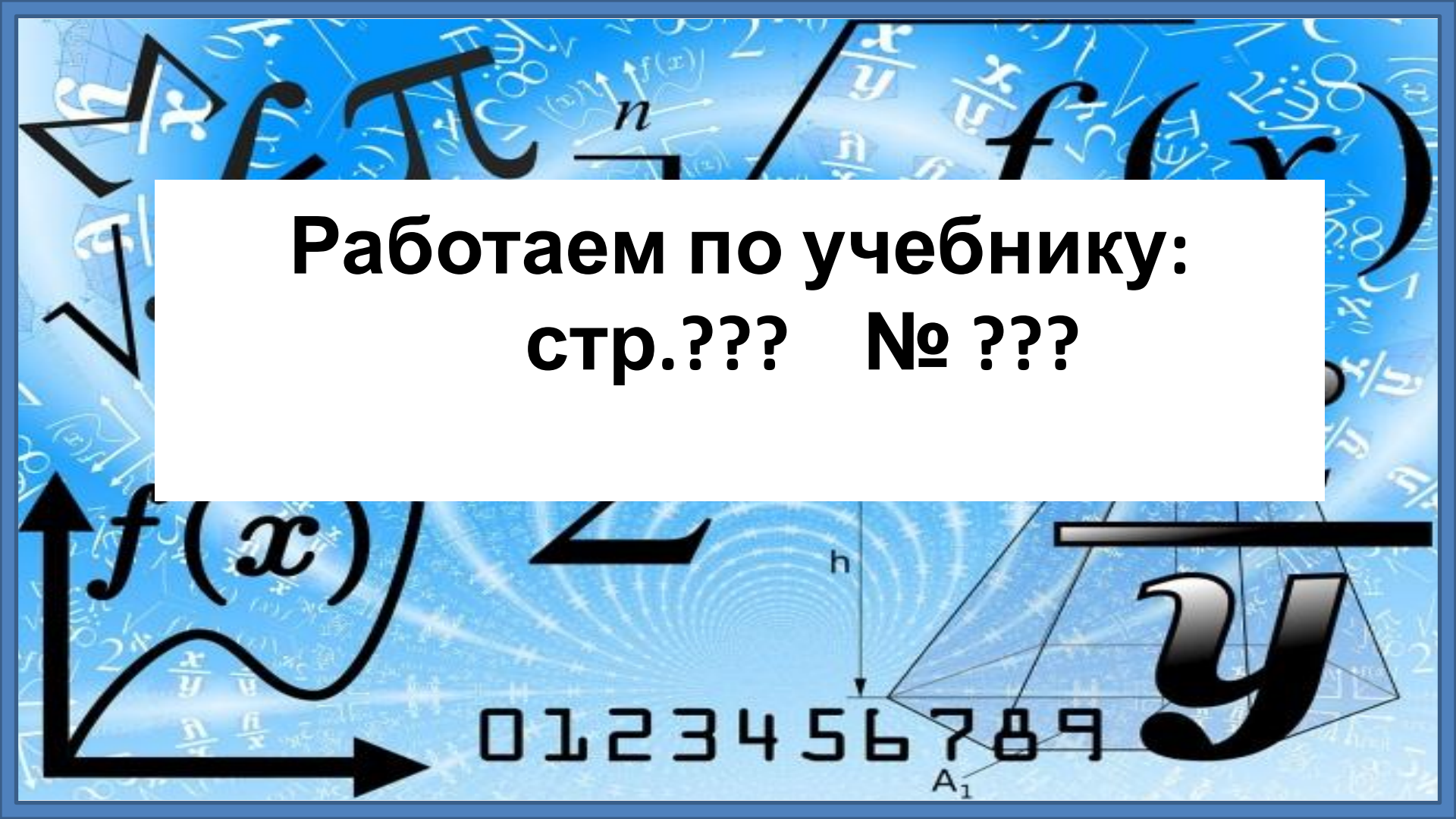
Например

Назовите порядок действий:

$$3). \frac{b^2+9}{3b^2-b^3} + \left(\frac{b+3}{b-3}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{b-3} + \frac{6}{9-b^2} - \frac{3}{b^2+3b}\right)$$

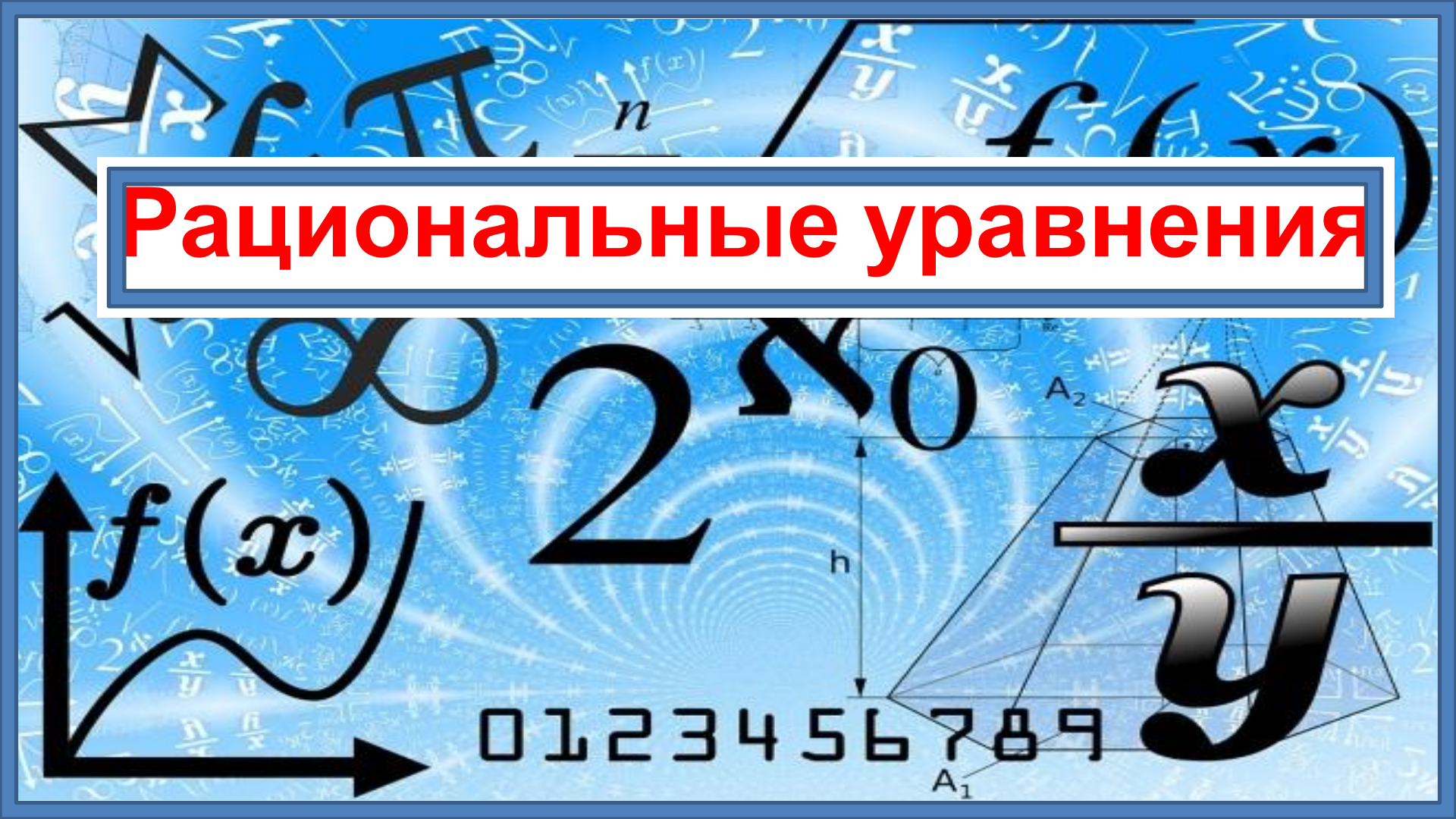
Запомним

Преобразование
рациональных выражений
МОЖНО ВЫПОЛНЯТЬ
не по действиям, а цепочкой.

The background is a vibrant blue field filled with various mathematical symbols and diagrams. At the top, there's a large pi symbol and a fraction $\frac{x}{y}$. Below that, a function $f(x)$ is written, along with a variable n and a square root symbol. On the left, a graph shows a curve $f(x)$ plotted on a coordinate system. In the center, there's a large, stylized letter 'y' and a diagram of a pyramid with a height h and a base labeled A_1 . At the bottom, a sequence of numbers from 0 to 9 is displayed. The text is centered in a white box.

**Работаем по учебнику:
стр.???** **№ ???**

Рациональные уравнения



Определение

Уравнение, левая и правая части которого являются рациональными выражениями, называют **рациональным**.

Например

$$1) \frac{180}{x} = \frac{210}{x+10}$$

$$2) \frac{(x-1)(x+1)}{x^2 - 4x + 3} = 0$$



Запомним

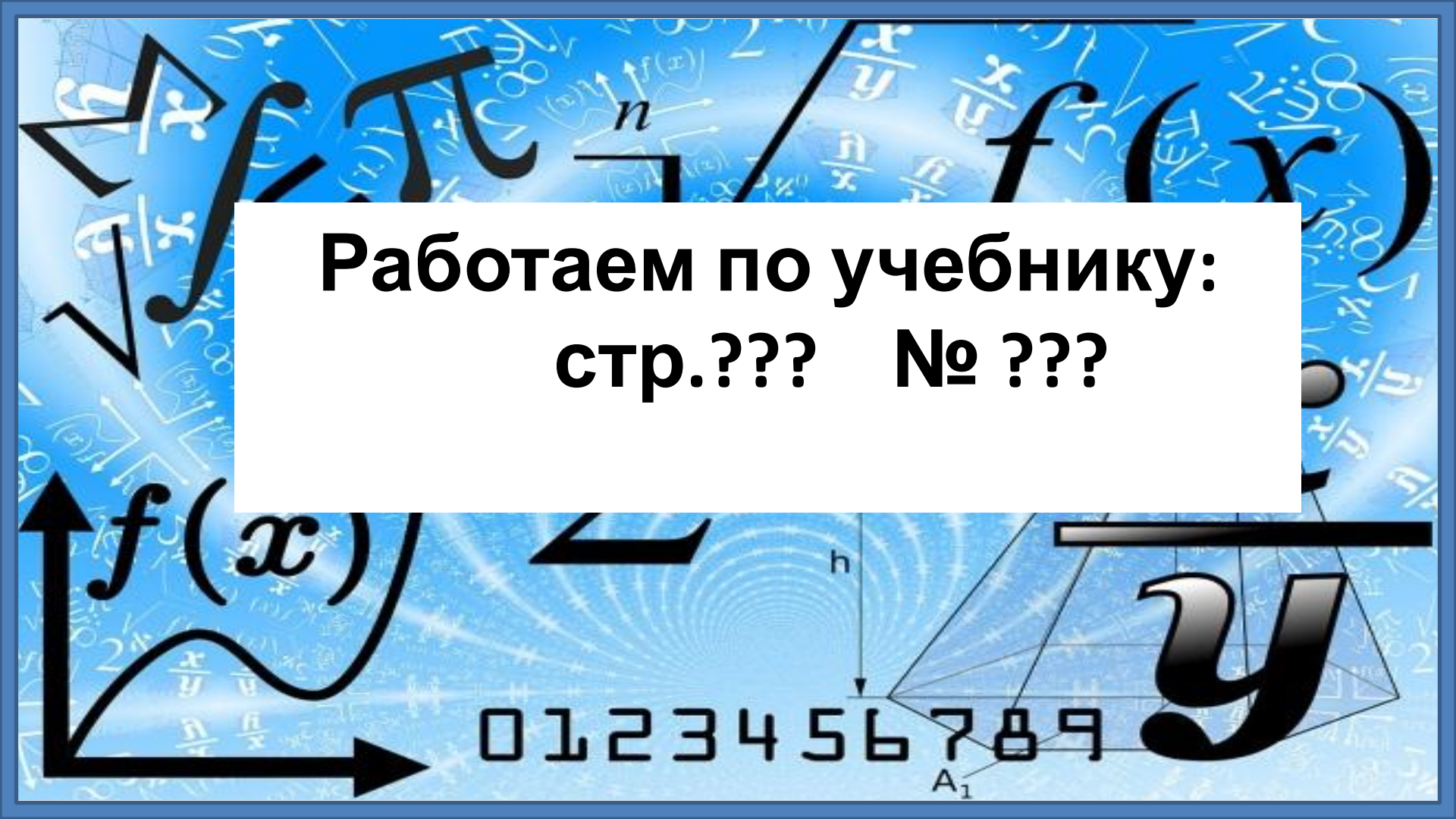
1). При решении рациональных уравнений преобразованиями приходят к виду: $\frac{A}{B} = 0$

2). Используют правило: дробь равна нулю тогда и только тогда, когда её числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю (т.е. $A = 0$ и $B \neq 0$)


Например

Решим уравнение:

$$\frac{2x^2 - 4x - 16}{x - 4} = x$$



**Работаем по учебнику:
стр.??? № ???**



0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Использованные ресурсы

- Фон/
https://yandex.ru/images/search?text=картинки%20по%20математике%20на%20прозрачном%20фоне&styp e=image&lr=19&source=wiz&p=37&pos=1111&rpt=simage&img_url=https%3A%2F%2Fstorage.needpix.com%2Fsynced_images%2Fmathematics-936697_1280.jpg
- Надпись на титульном листе/ <https://ds05.infourok.ru/uploads/ex/0544/0003aec3-1d27c5ae/640/img0.jpg>
- Картинка мальчика/
https://yandex.ru/images/search?p=13&text=смайлик%20с%20вопросительным%20знаком%20картинка&pos=538&rpt=simage&img_url=https%3A%2F%2Fpng.pngtree.com%2Felement_origin_min_pic%2F16%2F11%2F03%2F9f8b907213bc2d7c3a8b9edafecf1a79.jpg&lr=19
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. – М.: Вентана-Граф, 2018
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др.: Алгебра : 8 класс: самостоятельные и контрольные работы: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / – М.: Вентана-Граф, 2017
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир.: Алгебра : 8 класс: дидактический материал: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / – М.: Вентана-Граф, 2016