Математика

Всё о рациональных дробях

8 класс

УМК: А.Г. Мерзляк и др.

Разработано учителем математики МОУ «СОШ» п. Аджером Корткеросского района Республики Коми Мишариной Альбиной Геннадьевной

Содержание

- Рациональные дроби. Основное свойство рациональных дробей.
- Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями
- Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями
- Умножение и деление рациональных дробей
- Возведение рациональной дроби в степень
- Тождественные преобразования рациональных выражений
- Рациональные уравнения

Рациональные дроби. Основное свойство рациональных дробей.

Определения

- **Целые выражения не содержат** ***деление на выражение с переменной.***
- **Дробные выражения** – это выражения, **содержащие** ***деление на выражение с переменной.***

Например

Целые выражения:

$x - y$; $\frac{a+в}{5}$; $\frac{1}{3}x + 4$; $к^2 - 3y + y^3$

Дробные выражения:

$2x + \frac{a}{в}$; $\frac{x-y}{x+y}$; $\frac{5}{x}$; $2 + \frac{a+2}{a-1}$

К чему относятся выражения:

$\frac{3a^2}{4в^3}$; $\frac{5x^2}{4} + \frac{x}{7}$; $\frac{8}{6к+1}$; $3a + \frac{в^2}{c^3}$; $\frac{1}{6}m^3n^5$; $(y-4)^3 + \frac{1}{y}$

Определения

- Целые и дробные выражения называют **рациональными выражениями**
- **Рациональная дробь** – это дробь, числитель и знаменатель которой - **многочлены**

Например

Рациональная дробь:

$\frac{x}{7}$; $\frac{12}{a}$; $\frac{a+в}{5}$; $\frac{x-2}{x+2}$;

$$\frac{t^2 - 6t + 15}{2t}$$

Будет ли рациональной дробью выражение?

$\frac{3a^2}{4в^3}$; $\frac{8}{6y+1}$; $\frac{1}{6}a^3в^5$; $\frac{x}{x-\frac{9}{x}}$

Определения

Допустимым значением переменных, входящих в рациональное выражение, называются все значения переменных, при которых это выражение **имеет смысл.**

Например

- Выражение $2+\frac{a+2}{a-1}$ при **a=1** не имеет смысла, т.е. числового значения этого выражения при **a=1** **не существует.**

Почему?

- Найдём допустимые значения переменной в выражениях:

$$\frac{1}{x}+\frac{3}{x-5};\ \frac{12}{a};\ \frac{a^2-1}{a+5};\ \frac{x-5}{9};$$

$$\frac{2+y}{1+y};\ \frac{m-1}{m^2-9};\ \frac{4}{x-8}+\frac{1}{x-1}$$

Основное свойство рациональной дроби

Если числитель и знаменатель рациональной дроби **умножить** (**или разделить**) на один и тот же **ненулевой многочлен,** то получим дробь, **тождественно равную *данной*.**

Определения

Деление числителя и знаменателя рациональной дроби на один и тот же **ненулевой** многочлен ***называется***

сокращением дроби.

Например

$$\frac{6a^3в^2}{24a^2в^4} =$$

$$= \frac{6a^3в^2 : 6a^2в^2}{24a^2в^4 : 6a^2в^2} = \frac{a}{4в^2}$$

Сократите дроби:

$$\frac{3a^3в^2c^2}{15aв^3c^5}; \quad \frac{x^2-1}{x-1}; \quad \frac{7x-21y}{5x-15y}$$

Работаем по учебнику:

стр.7 № ???

Сложение и вычитание рациональных дробей с одинаковыми знаменателями

Правило

- $$\frac{A}{c} + \frac{B}{c} = \frac{A+B}{c}$$

$$\frac{A}{c} - \frac{B}{c} = \frac{A-B}{c}$$

Например

- $$\frac{в^2}{в+10} + \frac{20в+100}{в+10} =$$

$$= \frac{в^2+20в+100}{в+10} = \frac{(в+10)^2}{в+10} =$$

$$= ?$$

- $$\frac{7x-5}{8x^2} - \frac{3x-5}{8x^2} =$$

$$= \frac{7x-5-(3x-5)}{8x^2} =$$

$$= \frac{7x-5-3x+5}{8x^2} = \frac{?}{?} = \frac{?}{?}$$

Работаем по учебнику:

стр.??? № ???

Сложение и вычитание рациональных дробей с разными знаменателями

Правило

- $$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D + C \cdot B}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{A \cdot D - C \cdot B}{B \cdot D}$$

Например

- $$\frac{2}{x}+\frac{3x-2}{x+1}=$$

$$=\frac{2(x+1)+(3x-2)x}{x(x+1)}=$$

$$=\frac{?}{x(x+1)}=\frac{3x^2+2}{x(x+1)}$$

- $$\frac{x}{x-4}-\frac{x+2}{x-2}=$$

$$=\frac{x(x-2)-(x+2)(x-4)}{(x-4)(x-2)}=$$

$$=\frac{?}{(x-4)(x-2)}=\frac{8}{(x-4)(x-2)}$$

Работаем по учебнику:

стр.??? № ???

Умножение и деление рациональных дробей

Правило

- $$\frac{A}{B} \cdot \frac{C}{D} = \frac{A \cdot C}{B \cdot D}$$

$$\frac{A}{B} : \frac{C}{D} = \frac{A}{B} \cdot \frac{D}{C} = \frac{A \cdot D}{B \cdot C}$$

Например

- $$\frac{21c^6}{в^8} \cdot \frac{в^2}{14c^4} =$$

$$= \frac{21c^6 \cdot в^2}{в^8 \cdot 14c^4} = ? \frac{3c^2}{2в^6}$$

- $$\frac{5c^2 - 35c}{c+2} : (c-7) =$$

$$= \frac{5c(c-7)}{c+2} : \frac{(c-7)}{1} =$$

$$= \frac{5c(c-7)}{c+2} \cdot \frac{?}{?} = \frac{?}{?} = \frac{5c}{c+2}$$

Работаем по учебнику:

стр.??? № ???

Возведение рациональной дроби в степень

Правило

- $$\left(\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{B}}\right)^n = \frac{A^n}{B^n}$$

Например

- $$\left(\frac{m}{n^2}\right)^8 =$$

$$= \frac{m^8}{(n^2)^8} = \frac{m^8}{n^{16}}$$

- $$\left(-\frac{10c^7}{3f^5}\right)^3 =$$

$$= -\frac{(10c^7)^3}{(3f^5)^3} = -\frac{?}{?} = -\frac{1000c^{21}}{27f^{15}}$$

Работаем по учебнику:

стр.??? № ???

Тождественные преобразования рациональных выражений

Тождественное преобразование рациональных выражений – это …

выполнение действий входящих в рациональное выражение в соответствии с порядком выполнения арифметических действий: сначала…

Например

Назовите порядок действий:

1). $\frac{3a}{a-3}+\frac{a+5}{18-6a}\cdot\frac{54a}{5a+a^2}$

2). $\left(\frac{3a}{a-2}-\frac{6a}{a^2-4a+4}\right):\frac{a-4}{a^2-4}-\frac{2a^2+8a}{a-2}$

Например

Назовите порядок действий:

3). $\frac{в^2+9}{3в^2-в^3}+\left(\frac{в+3}{в-3}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{в-3}+\frac{6}{9-в^2}-\frac{3}{в^2+3в}\right)$

Запомним

Преобразование рациональных выражений

можно выполнять

не по действиям, а цепочкой.

Работаем по учебнику:

стр.??? № ???

Рациональные уравнения

Определение

Уравнение, левая и правая части которого являются рациональными выражениями, называют **рациональным**.

Например

1) $\frac{180}{x} = \frac{210}{x+10}$

2) $\frac{(x-1)(x+1)}{x^2-4x+3} = 0$

Запомним

1). При решении рациональных уравнений преобразованиями приходят к виду: $\frac{A}{B} = 0$

2). Используют правило: **дробь равна нулю тогда и только тогда, когда её числитель равен нулю, а знаменатель не равен нулю** (т.е. $A = 0$ и $B \neq 0$)

Например

Решим уравнение:

$$\frac{2x^2-4x-16}{x-4} = x$$

Работаем по учебнику:

стр.??? № ???

Использованные ресурсы

- Фон/ https://yandex.ru/images/search?text=картинки%20по%20математике%20на%20прозрачном%20фоне&stype=image&lr=19&source=wiz&p=37&pos=1111&rpt=simage&img_url=https%3A%2F%2Fstorage.needpix.com%2Frsynced_images%2Fmathematics-936697_1280.jpg
- Надпись на титульном листе/ https://ds05.infourok.ru/uploads/ex/0544/0003aec3-1d27c5ae/640/img0.jpg
- Картинка мальчика/ https://yandex.ru/images/search?p=13&text=смайлик%20с%20вопросительным%20знаком%20картинка&pos=538&rpt=simage&img_url=https%3A%2F%2Fpng.pngtree.com%2Felement_origin_min_pic%2F16%2F11%2F03%2F9f8b907213bc2d7c3a8b9edafecf1a79.jpg&lr=19
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир. Алгебра: 8 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. – М.: Вентана-Граф, 2018
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович и др.: Алгебра : 8 класс: самостоятельные и контрольные работы: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / – М.: Вентана-Граф, 2017
- А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, Е.М. Рабинович, М.С. Якир.: Алгебра : 8 класс: дидактический материал: пособие для учащихся общеобразовательных организаций / – М.: Вентана-Граф, 2016