



Арифметическая и геометрическая прогрессии

ЦЕЛИ УРОКА:1.Обобщить и систематизировать материал по данной теме.2. Содействовать рациональной организации труда; введением игровой ситуации снять нервно-психическое напряжение, развивать познавательные процессы, память, воображение, мышление, внимание ,наблюдательность, сообразительность, выработать самооценку в выборе пути.3.Повысить интерес к нестандартным задачам, сформировать положительный мотив учения.

Вспомни	Т	SOS
!	ЧЕРНЫЙ ЯЩИК	<u>Тест - прогноз</u>
Реш задачу	Письмо из прошлого	ЭРУДИТ

ВСПОМНИ

- Привести пример последовательности.
- Привести различные способы задания последовательностей.

T

- Какая последовательность называется арифметической прогрессией?
- Какая последовательность называется геометрической прогрессией?
- Что называется разностью арифметической прогрессии?
- Что называется знаменателем геометрической прогрессии?
- Какова формула n -го члена арифметической прогрессии?
- Какова формула n -го члена геометрической прогрессии?
- Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии?
- Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии?
- Свойство арифметической прогрессии.
- Свойство геометрической прогрессии.
- Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

S O S

- *Дана последовательность 2, 7, 12, 22, 27... Является ли эта последовательность арифметической прогрессией?*
- *Дана последовательность 2, 4, 8, 16... Является ли эта последовательность геометрической прогрессией?*
- *Выписали двадцать членов арифметической прогрессии 6,5; 8... Встретится ли среди них число 22,5?*
- *В арифметической прогрессии известно: $a_1 = 12$, $d=3$. Сколько в этой прогрессии положительных членов?*

Тест - прогноз

1. Выберите верные предложения:

- а) Если каждый член последовательности, начиная со второго меньше предыдущего на одно и то же число, то последовательность является арифметической прогрессией.
- б) Если последовательность является геометрической прогрессией, то каждый её член, начиная со второго, равен квадратному корню из произведения соседних с ним членов.
- в) Если последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ является арифметической прогрессией и известен её седьмой член и девятый члены, то $2a_8 = a_7 + a_9$.
1. только а; 2. только б; 3. только в;
4. а, в; 5. б, в 6. а, б, в.

2. Дана арифметическая прогрессия 2, 1,5; 1; ...
Формула n-го члена имеет вид:

1. $0,5 + 2(n-1)$ 2. $1,5 + 0,5n$ 3. $2,5 - 0,5n$
4. $2n$.

3. Дана геометрическая прогрессия 3, 1, 1/3, ...
Формула n-го члена имеет вид:

1. 3 2. 3 3. 3 4. 3

4. Среди прогрессий а) –г) выберите те, которые являются геометрическими:

- а) 1, 0,2, 0,04, ... б) -2, 2, 6, ... в) 2,2, 4,4, 8,8, 17,6, ... г) $x, 2x, 3x, \dots$
1. а,б 2. б,в 3. а,в 4. б,г 5. а,б,в.

1. Выберите верные предложения:

- а) Если последовательность является арифметической прогрессией, то каждый ее член, начиная со второго равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов.
- б) Если последовательность $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$ является геометрической прогрессией и известны ее восьмой и десятый члены, то $a_9 = \sqrt{a_8 \cdot a_{10}}$.
- в) Если каждый член последовательности, начиная со второго, больше предыдущего на одно и то же число, то последовательность является арифметической прогрессией.
1. только а; 2. только б; 3. только в;
4. а, в; 5. б, в 6. а, б, в.

2. Дана арифметическая прогрессия 3, 2,6, 2,2 ...
Формула n-го члена имеет вид:

1. $2,6 + 0,4n$ 2. $3,4 + 0,4n$ 3. $3,4 - 0,4n$
4. $3n$.

3. Дана геометрическая прогрессия 4, 1, 1/4, ...
Формула n-го члена имеет вид:

1. 4 2. 4 3. 4 4. 4.

4. Среди прогрессий а) –г) выберите те, которые являются геометрическими:

- а) 1, 0,25, 0,0625, ... б) -2, 1, 4, ...
в) $2y, 3y, 4y, \dots$ г) 1,2, 2,4, 4,8, ...
1. а,б 2. б,г. 3. а,г 4. а, в. 5. а, в, г.

n

-n

2-n

n-2

Реши задачу

■ Команда О

Какое из чисел нужно вставить между 4 и 9 чтобы получилась геометрическая прогрессия?

Ответ: а) 6,5 б) 6 в) 7 г) 5,5

■ Команда Х

Отдыхающий следуя совету врача, загорал в первый день 5 минут, а в каждый последующий день увеличивал время пребывания на солнце на 5 минут. В какой день недели время его загорания будет равно 40 минут, если он начал загорать в среду?

Ответ: а) среда. б) четверг
в) пятница. г) вторник.



- Сколько ударов сделают настенные часы за сутки, если они бьют только один раз в час, отбивая количество часов?

Письмо из прошлого

- О том, как давно была известна геометрическая прогрессия, свидетельствуют папирусы Ахмеса. Некоторые задачи имеют отвлеченный характер. Например: В доме было 7 кошек.

Каждая кошка съела 7 мышей.

Каждая мышь съедает 7 колосьев.

Каждый колос дает 7 растений.

На каждом растении вырастает 7 мер зерна.

Сколько всех вместе?

Автора задачи не интересует о каких вещах идет речь, важно только их количество. И на Руси решались похожие задачи. Еще в XIX веке в деревнях загадывали: « Шли 7 старцев. У каждого по 7 костылей. На каждом костыле по 7 сучьев. На каждом сучке по 7 кошелей. В каждом кошеле по 7 пирогов. Сколько всего?» А ведь эта та же самая задача Ахмеса, прожившая тысячелетия она сохранилась почти неизменной. Домашнее задание - решить эту задачу.

ЧЕРНЫЙ ЯЩИК

Конкурс «Черный ящик». Слово «прогрессия» - латинское (progressio - движение вперед (как слово «прогресс»)).

С начала нашей эры известна следующая задача-легенда: «индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, за вторую - 2 зерна, за третью - 4 зерна и т. д. Оказалось, что царь не был в состоянии выполнить это «скромное» желание Сеты».

В задаче надо найти сумму 64 членов геометрической прогрессии $1; 2; 2^2; 2^3; \dots; 2^{63}$ с первым членом 1 и знаменателем 2. Эта сумма равна $2^{64} - 1 = 18\,446\,744\,073\,709\,551\,615$.

Такое количество зерен можно собрать лишь с урожая планеты, поверхность которой примерно в 2000 раз больше поверхности Земли.

Задачи на геометрические и арифметические прогрессии встречаются у вавилонян, в египетских папирусах, в древнекитайском трактате «Математика в 9 книгах». Так, в одной из клинописных табличек вавилонян предлагается найти сумму первых девяти членов геометрической прогрессии $1; 2; 2^2; \dots; 2^{n-1}$.

Вот другая задача, которую решали в Древнем Вавилоне во втором тысячелетии до новой эры: «10 братьев, 1 и две трети мины серебра. Брат над братом поднимается, на сколько поднимается, не знаю. Доля восьмого 6 шекелей. Брат над братом - на сколько он выше?»

Здесь требуется по сумме первых десяти членов геометрической прогрессии 1 и двух третей мины (1 мина = 60 шекелей) и известному восьмому члену определить разность арифметической прогрессии.

Отметим также, что Архимед знал, что такое геометрическая прогрессия, и умел вычислять сумму любого числа ее членов. Правило нахождения суммы членов арифметической прогрессии впервые встречается в «Книге абака» (1202) Леонардо Пизанского. Формула для суммы бесконечно убывающей геометрической прогрессии была известна П. Ферма (XVII в.).

В старорусском юридическом сборнике «Русская правда» (X-XI вв.) содержатся выкладки количества зерна, собранного с определенного участка земли; некоторые из них содержат вычисление суммы геометрической прогрессии со знаменателем 2.

Э Р У Д И Т

С формулой $S = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$ связан один из эпизодов биографии

Гаусса. Однажды на уроке, чтобы занять первоклассников, пока он будет занят с учениками другого класса, учитель велел сложить числа от 1 до 100, надеясь, что это займет много времени, но маленький Гаусс сразу сообразил, что $1 + 100 = 101$, $2 + 99 = 101$ и т.д. И таких чисел будет 50. Осталось умножить 101 на 50. Это он сделал в уме. Едва закончил учитель чтение условия, он предъявил ответ, записанный на грифельной доске. Изумленный учитель понял, что это самый способный ученик в его практике. В дальнейшем Гаусс сделал много замечательных открытий. Его даже называли «царем математики».