

*МБОУ лицей №10 города Советска
Калининградской области
учитель математики
Разыграева Татьяна Николаевна*



***Приращение аргумента.
Приращение функции.***

При сравнении значения функции f в некоторой фиксированной точке x_0 со значениями этой функции в различных точках x , лежащих в окрестности x_0 , удобно выражать разность $f(x) - f(x_0)$ через разность $x - x_0$, пользуясь понятиями «приращение аргумента» и «приращение функции».

Пусть x – произвольная точка, лежащая в некоторой окрестности фиксированной точки x_0 . Разность $x - x_0$ называется приращением независимой переменной (или приращением аргумента) в точке x_0 и обозначается Δx . Таким образом,

$$\Delta x = x - x_0$$

откуда следует, что

$$x = x_0 + \Delta x.$$

Говорят также, что первоначальное значение аргумента x_0 получило приращение Δx . Вследствие этого значение функции f изменится на величину

$$\mathbf{f(x) - f(x_0) = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0).}$$

Эта разность называется приращением функции f в точке x_0 , соответствующим приращению Δx , и обозначается символом Δf (читается «дельта эф»), т.е. по определению

$$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

откуда

$$\mathbf{f(x) = f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta f.}$$

При фиксированном x_0 приращение Δf есть функция от Δx . Δf называют также приращением зависимой переменной и обозначают через Δy для функции $y = f(x)$.

$$\Delta y = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$$

Пример №1.

Найти приращение функции функции $y = x^2$ при переходе от точки $x_0 = 1$ к точкам : а) $x = 1,1$; б) $x = 0,98$

Решение:

$$\text{а) } f(1) = 1^2 = 1; f(1,1) = 1,1^2 = 1,21;$$

$$\Delta y = f(1,1) - f(1) = 1,21 - 1 = 0,21$$

$$\text{б) } f(1) = 1; f(0,98) = 0,98^2 = 0,9604;$$

$$\Delta y = f(0,98) - f(1) = 0,9604 - 1 = -0,0396.$$

Функция $y = f(x)$ непрерывна в точке $x = a$, если в точке $x = a$ выполняется следующее условие:

если $\Delta x \rightarrow 0$, то $\Delta y \rightarrow 0$.

Пример № 2.

Для функции $y = kx + m$ найти: а) приращение функции при переходе от фиксированной точки x к точке $x + \Delta x$; б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

Решение.

Имеем:

$$f(x) = kx + m \quad f(x + \Delta x) = k(x + \Delta x) + m$$

$$\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x) = (k(x + \Delta x) + m) - (kx + m)$$

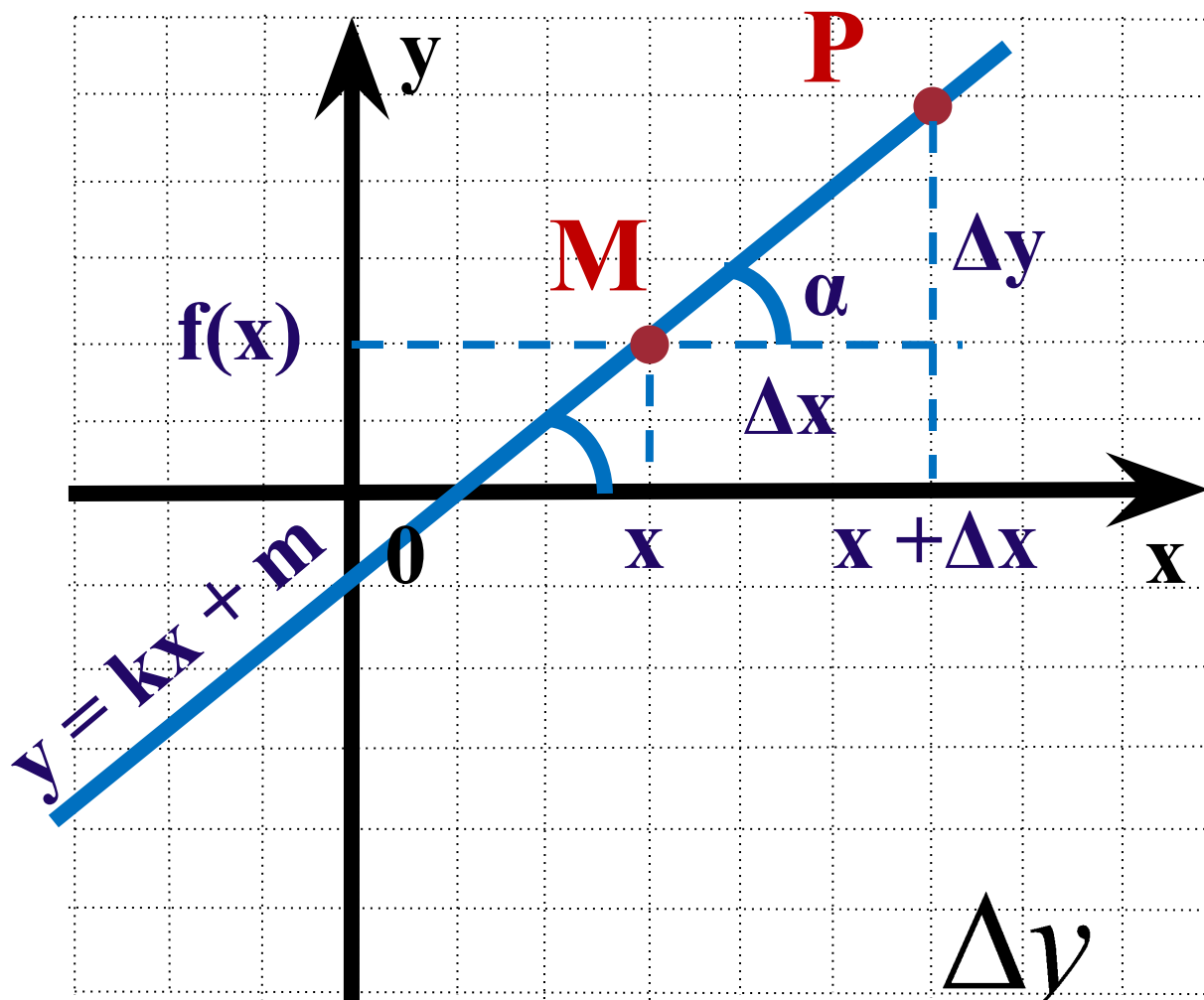
$$\Delta y = (kx + k\Delta x + m) - (kx + m) = k \cdot \Delta x.$$

$$\Delta y = k \cdot \Delta x.$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{k \cdot \Delta x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} k = k$$

Имеем:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = k$$



$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = k = \operatorname{tg} \alpha$$

Пример № 3.

Для функции $y = x^2$ найти: а) приращение функции при переходе от фиксированной точки x к точке $x + \Delta x$; б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю.

Решение.

Имеем:

$$f(x) = x^2 \quad f(x + \Delta x) = (x + \Delta x)^2$$

$$\begin{aligned} \Delta y &= f(x + \Delta x) - f(x) = (x + \Delta x)^2 - x^2 = \\ &= (x^2 + 2x\Delta x + (\Delta x)^2) - x^2 = 2x\Delta x + (\Delta x)^2. \end{aligned}$$

$$\text{Получили: } \Delta y = 2x\Delta x + (\Delta x)^2.$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{2x\Delta x + (\Delta x)^2}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (2x + \Delta x) = 2x$$

Итак, для заданной функции $y = x^2$ получили:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = 2x$$