# Признаки параллелограмма

Цель урока:

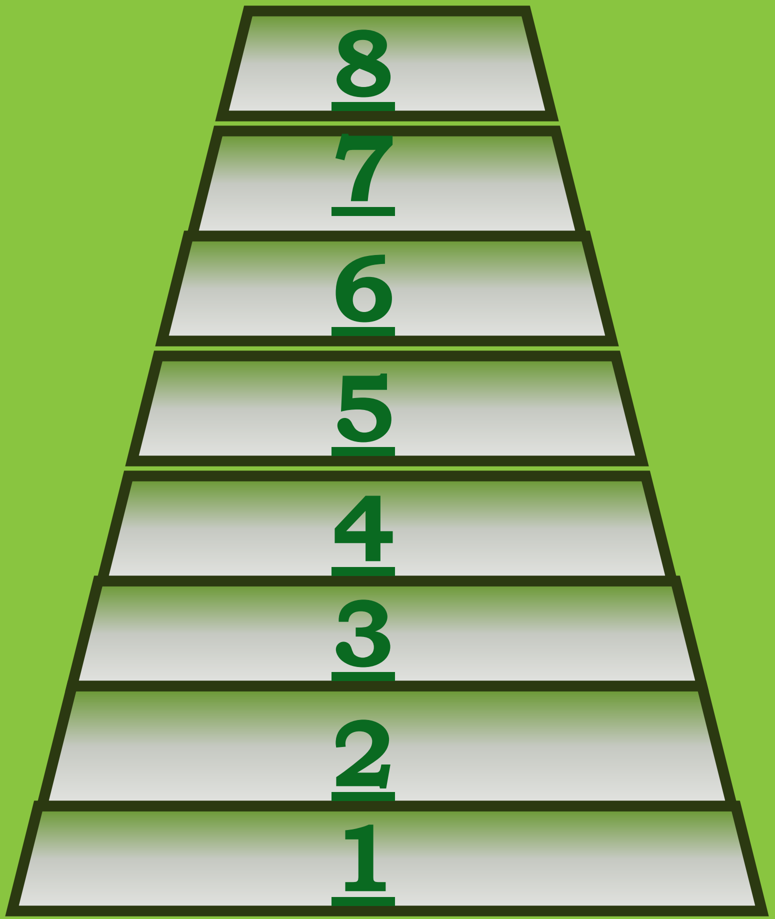
Рассмотреть признаки параллелограмма и закрепить полученные знания в процессе решения задач.

# Дополнительные свойства параллелограмма

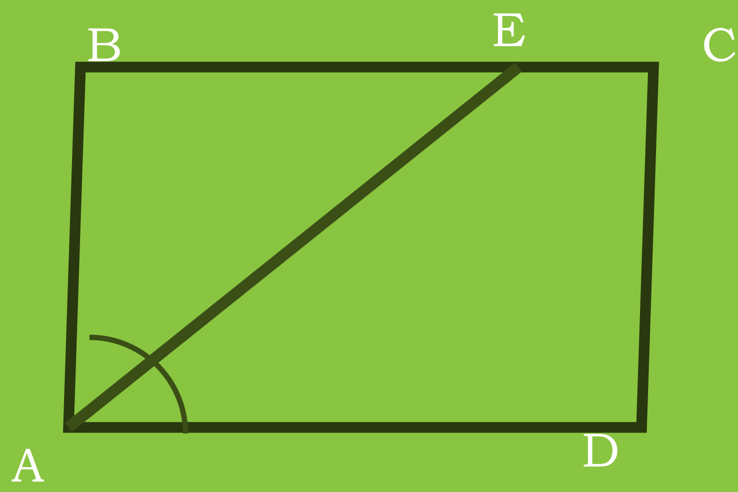
1°. Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.

2°. Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой.

# Индивидуальная работа по карточкам



# 1°. Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.




*Дано:*

ABCD –параллелограмм,

AE –биссектриса угла BAD.

*Доказать:* ∆ ABE – равнобедренный.

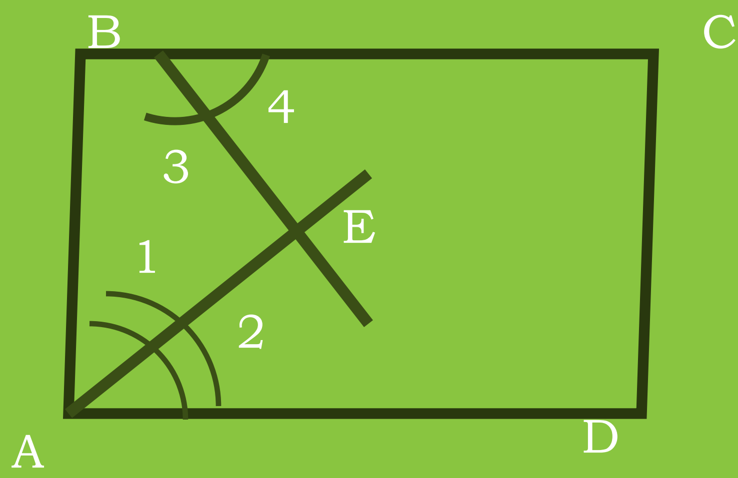
Доказательство:

Так как ABCD – параллелограмм, значит BC||AD, тогда угол EAD=углу BEA как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AE. AE – биссектриса угла BAD, значит, угол BAE = углу EAD, поэтому угол BAE = углу BEA.

В ∆ABE угол BAE =углу BEA, значит, ∆ABE – равнобедренный с основанием AE.

## 2 . Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой.

*Дано:*




ABCD –параллелограмм,

BE –биссектриса угла CBA,

AE – биссектриса угла BAD.

**Доказать:** $BE \perp AE$

Доказательство:

$AE$ − биссектриса,следовательно $\angle 1 = \angle 2$. $BE$ − биссектриса $\Rightarrow \angle 3 = \angle 4$. В параллелограмме сумма углов,прилежащих к одной стороне, равна $180°$, поэтому $\angle ABC + \angle BAD = 180°$, то есть $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180°$. Так как $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$, то $2 \cdot (\angle 1 + \angle 3) = 180°, \angle 1 + \angle 3 + 90°$. В $\Delta ABE = 180° - (\angle 1 + \angle 3) = 90°$, то есть $BE \perp AE$.

Свойство

Обратная теорема

Признак

СВОЙСТВА

ПРИЗНАКИ

СВОЙСТВА

ПРИЗНАКИ

Если наступила осень, то становится холодно, падают листья, идут холодные затяжные дожди

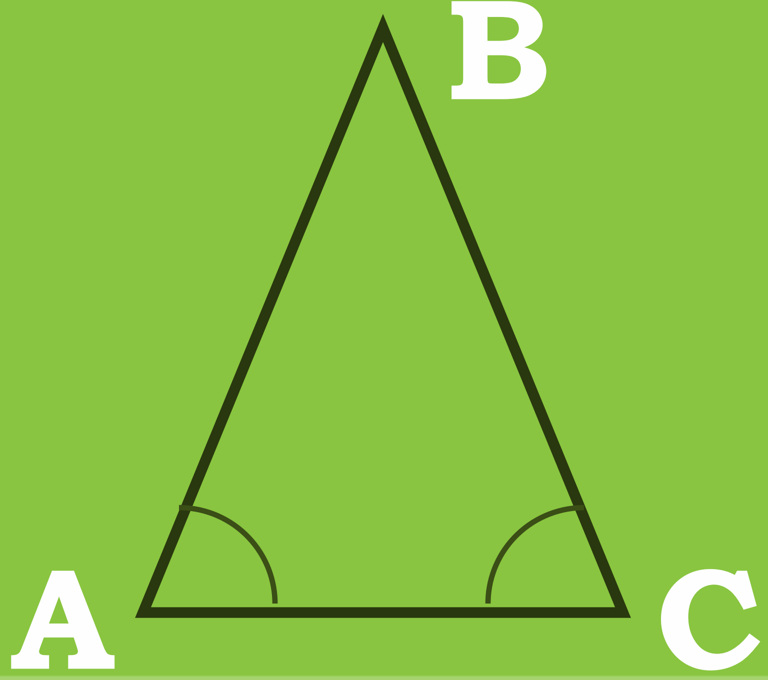
Если становится холодно, падают листья, идут холодные затяжные дожди, то это осень

# Свойство равнобедренного треугольника

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны

## Признак

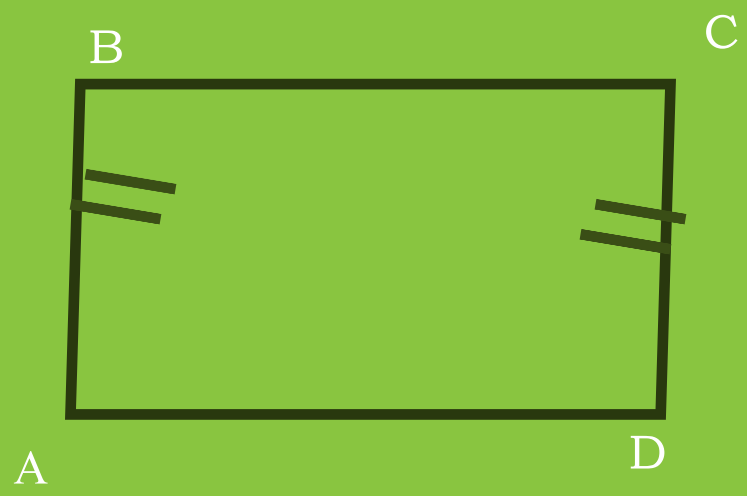
Если в треугольнике углы при основании равны, то этот треугольник равнобедренный.



# Признаки параллелограмма

1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то это четырехугольник – параллелограмм.
2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

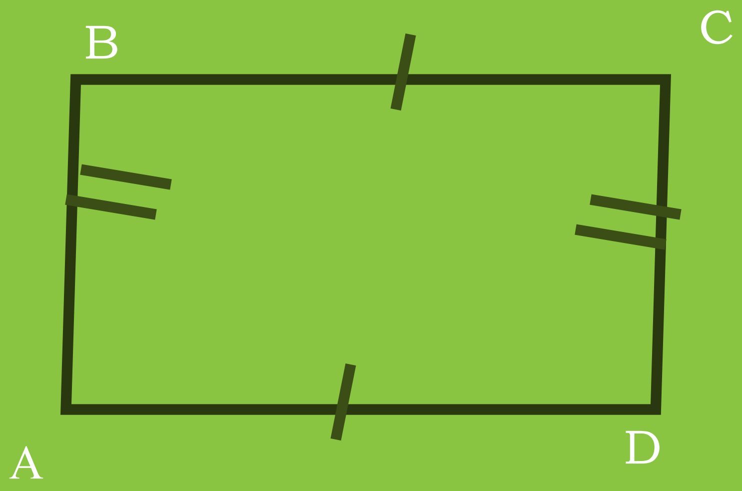
# 1°. Если AB=CD и AB||CD, то ABCD-параллелограмм.




Дано:
ABCD –четырехугольник.
AB=CD и AB||CD.
Доказать, что ABCD-параллелограмм.

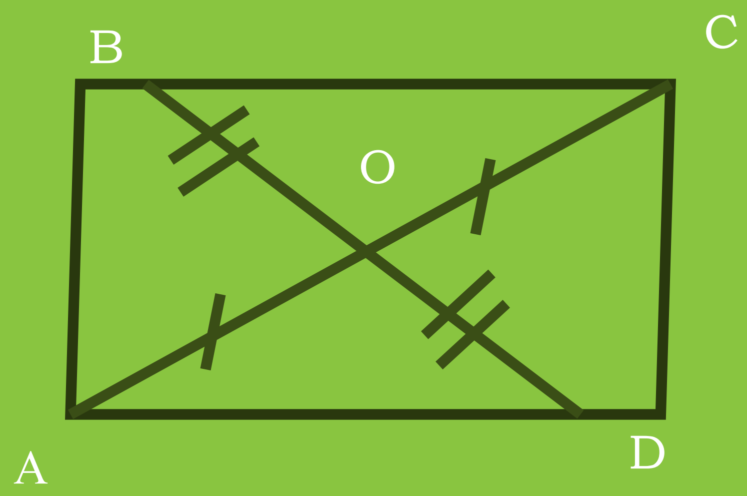
Доказательство:

# 2°. Если AB=CD и BC=AD, то ABCD-параллелограмм.



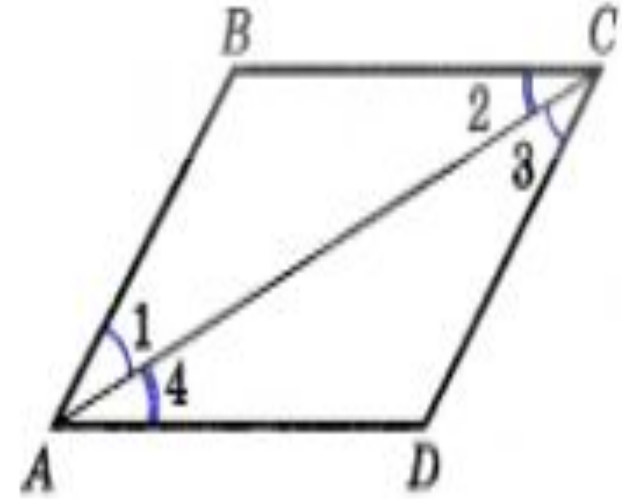

Дано:
ABCD –четырехугольник.
AB=CD и BC=AD.
Доказать, что ABCD-параллелограмм.

# $3^0$. Если AC∩BD=O и BO=OD,AO=OC, то ABCD-параллелограмм.




Дано:
ABCD –четырехугольник.
AC∩CD=O и BO=0D, AO=OC.
Доказать, что ABCD-параллелограмм.

## 11




На рисунке в четырехугольнике $ABCD$ $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$.

Докажите, что четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм.

Доказательство.

1) Так как $\angle 1 = \angle 3$, а эти углы — ______________________

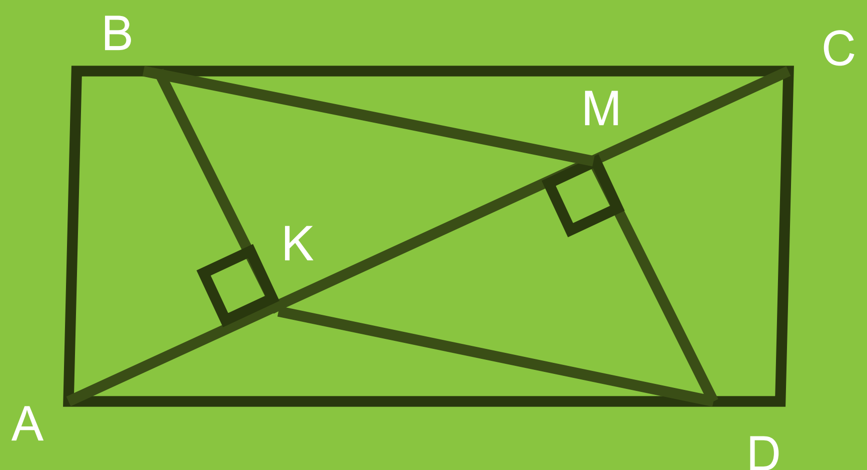
при пересечении прямых ____ и ____ секущей _____ , то прямые

____ и ____ параллельны.

2) Так как $\angle 2 = \angle 4$, то прямые ___ и ___ также параллельны.

Итак, четырехугольник $ABCD$ — параллелограмм, так как его стороны ________________________________

# Задача № 379.




Дано:
ABCD –параллелограмм,
$BK \perp AC, DM \perp AC$
Доказать: BMDK – параллелограмм.

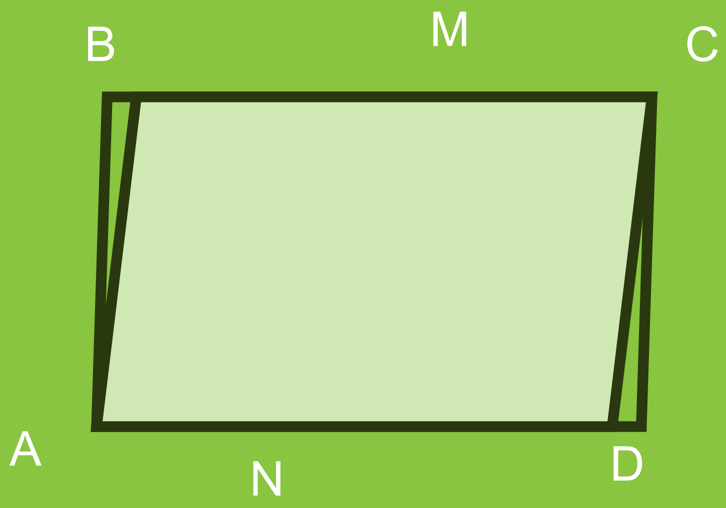
# Самостоятельное решение задач

# Задача №1.

Дано:

ABCD- параллелограмм, M- середина BC, N – середина AD.

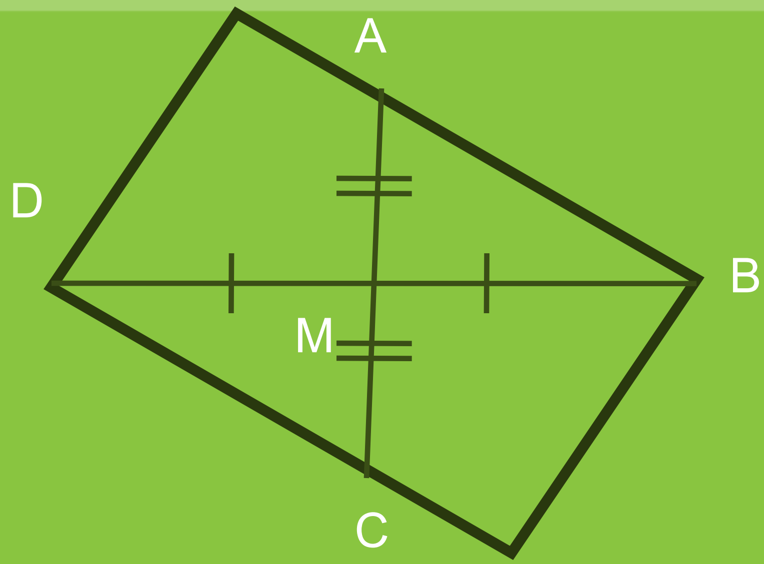
Доказать: AMCN –параллелограмм.




Доказательство:

Так как M – середина BC, N – середина AD, то BM=MC, AN=ND. Но BC=AD как противолежащие стороны параллелограмма, тогда MC = AN. BC||AD как противолежащие стороны параллелограмма, значит MC||AN. В четырехугольнике AMCN противолежащие стороны MC и AN равны и параллельны, следовательно, AMNC – параллелограмм.

# Задача №2.




Дано:

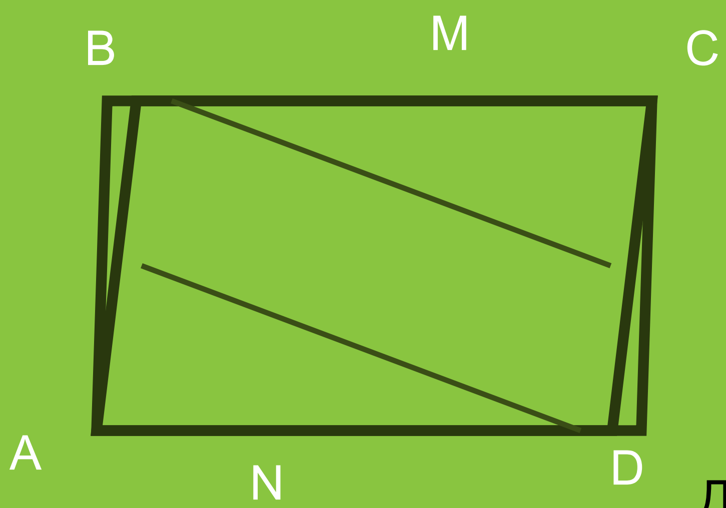
∆ABC - треугольник, AM- медиана, DєAM, AM=MD.

Доказать: ABDC –параллелограмм.

Доказательство:

Так как AM – медиана ∆ ABC, то CM=BM. По Построению AM=DM. Получили, что в четырехугольнике ABCD диагонали AD и BC пересекаются в точке M и точкой пересечения делятся пополам, следовательно, ABDC – параллелограмм.

# Задача №3.




Дано:

ABCD- параллелограмм, K,L,M и N- середины сторон соответственно AB, BC, CD, AD.

Доказать, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN, DK - параллелограмм.

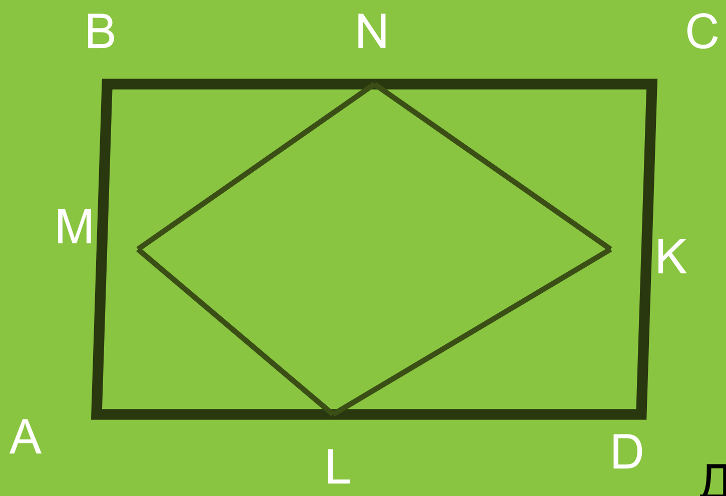
Доказательство:

# Задача №4.

Дано:

ABCD- параллелограмм, K,L,M и N- середины сторон соответственно AB, BC, CD, AD.

Доказать, что четырехугольник с вершинами в точках пересечения прямых AL, BM, CN, DK - параллелограмм.




Доказательство:

По условию задачи AM:MB=BN:NC=CK:KD=DL:AL. В параллелограмме ABCD AB=CD, BC=AD, тогда AM=CK, BM=KD, BN=DL, NC=LA. ∆NCK=∆LAM, ∆MBN=∆DKL по двум сторонам и углу между ними ( угол A=углу C, угол B=углу D как противолежащие углы параллелограмма), тогда MN=KL, NK=ML, следовательно, в четырехугольнике MNKL противолежащие стороны равны, а это значит, что MNKL – параллелограмм.

# Домашнее задание

П. 43, вопрос 9.

Решить задачи №383, №373, №374( устно); решить задачу №12 из рабочей тетради.