

# Арифметическая и геометрическая прогрессии

1

Урок подготовил:

**Зоря Александр Васильевич**

учитель математики

<http://a-v-zorya.ru>

e-mail: a-v-zorya@ya.ru



Муниципальное бюджетное  
общеобразовательное учреждение

«Октябрьскоготнянская

средняя общеобразовательная школа»

станция Кулиновка, Борисовский район, Белгородская область.

<http://октябрьскоготнянская-школа.рф>

e-mail: o.gotnya@gmail.com

# Цели и задачи урока

## Цели урока:

- ▶ **Образовательные:** обобщение и систематизация теоретических знаний учащихся по изученной теме; подготовка к ГИА;
- ▶ **Развивающие:** развитие математического мышления учащихся и вычислительных навыков.
- ▶ **Воспитательные:** содействовать воспитанию интереса к математике и её приложениям.

**Тип урока:** урок повторения, обобщения и систематизации знаний.

**Оборудование:** компьютер, мультимедийный проектор, экран, карточки.

# Арифметическая и геометрическая прогрессии

Алгебра 9 класс



# Лист самооценки

Этап	Оценка
Проверка знаний формул	
Устная работа	
Работа по карточкам	
Самостоятельная работа	
Помощь с места	
<b>ИТОГО:</b>	

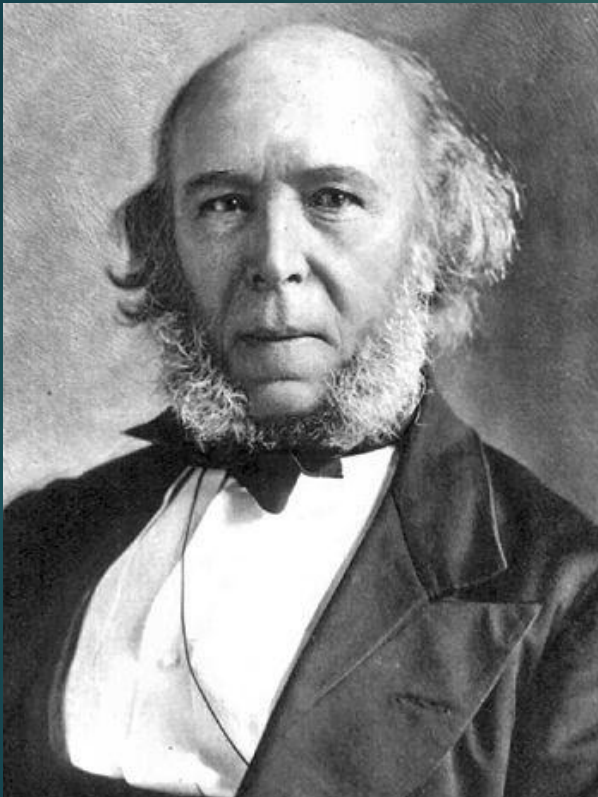
За каждый правильный ответ при опросе и за участие на различных этапах урока ставьте один плюс.

«5» - более 9 плюсов

«4» - от 5 до 8 плюсов

менее 5 плюсов – оценку не заработал

# Эпиграф урока



«Дороги не те знания,  
которые откладываются  
в мозгу, как жир,  
дороги те, которые  
превращаются  
в умственные мышцы».

# Тестирование

6

Тест по  
формулам

Завершить  
работу с тестом

# Устная работа

Определите вид числовой последовательности

1) 2; 5; 8; 11; 14; 17;...

2) 3; 9; 27; 81; 243;...

3) 1; 6; 11; 20; 25;...

4) - 4; - 8; -16; - 32; ...

5) 5; 25; 35; 45; 55;...

6) - 2; - 4; - 6; - 8; ...

Начать  
тест



? 1) 2; 5; 8; 11; 14;  
17;...

? 2) 3; 9; 27; 81; 243;...

? 3) 1; 6; 11; 20; 25;...

4) - 4; - 8; -16; - 32; ...

? 5) 5; 25; 35; 45; 55;...

6) - 2; - 4; - 6; - 8; ...

# Назад, в историю!

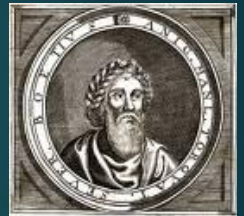
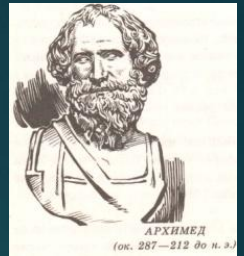
На связь между прогрессиями первым обратил внимание великий АРХИМЕД (ок. 287–212 гг. до н.э.)

Термин «прогрессия» был введён римским автором Боэцием (в 6 веке) и понимался в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность. В переводе с латинского, слово *progressio* означает «движение вперёд». Названия «арифметическая» и «геометрическая» были перенесены из теории непрерывных пропорций, которыми занимались древние греки.

Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим учёным Диофантом (в 3 веке). Формула суммы членов геометрической прогрессии дана в книге Евклида «Начала» (3 век до н.э.).

Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении «Книги абака» в 1202г. (Леонардо Пизанский)

А общее правило для суммирования любой конечной геометрической прогрессии встречается в книге Никола Шюке «Наука о числах», увидевшей свет в 1484 году.



# Работа у доски

1) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия  
 $a_1 = 5, \quad d = 3$   
Найти:  $a_6; a_{10}?$

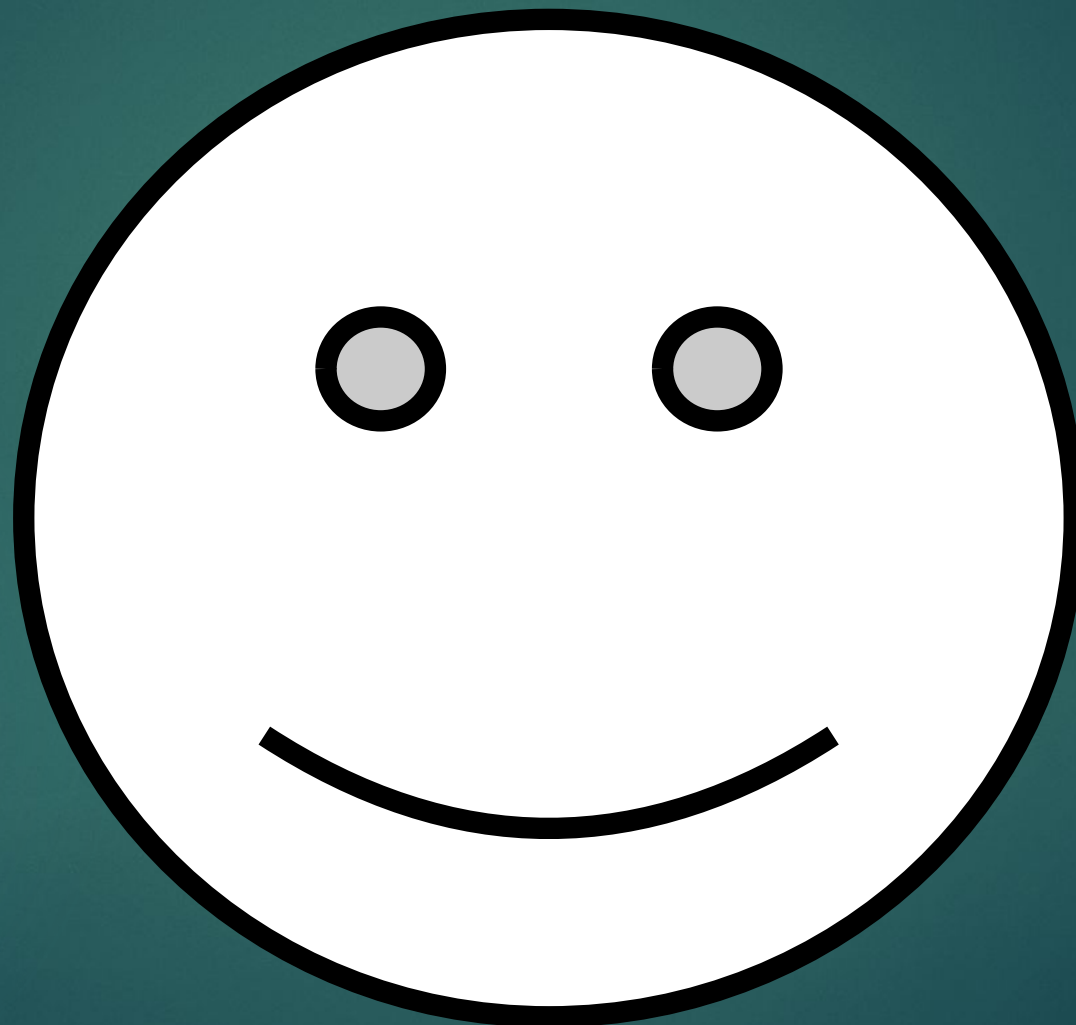
2) Дано:  $(b_n)$  геометрическая прогрессия  
 $b_1 = 5, \quad q = 3$   
Найти:  $b_3; b_5?$

3) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия  
 $a_4 = 11, \quad d = 2$   
Найти:  $a_1?$

4) Дано:  $(b_n)$  геометрическая прогрессия  
 $b_4 = 40, \quad q = 2$   
Найти:  $b_1?$

# ФИЗКУЛЬТМИНУТКА

12



# Цитата часа



«Умение решать задачи –  
практическое искусство,  
подобное плаванию или  
катанию на лыжах, или игре  
на фортепиано; научиться  
этому можно лишь  
поддерживая и обращаясь к

# Характерное свойство арифметической прогрессии



Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия  
 $a_4 = 12,5$ ;  $a_6 = 17,5$   
Найти:  $a_5$  ?

**Решение** используя свойство  $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

арифметической прогрессии имеем:

$$a_5 = \frac{a_4 + a_6}{2} = \frac{12,5 + 17,5}{2} = \frac{30}{2} = 15$$

Ответ: 15

# Характерное свойство геометрической прогрессии

Дано:  $(b_n)$  геометрическая прогрессия,  $b_n > 0$   
 $b_4 = 6$ ;  $b_6 = 24$   
Найти:  $b_5$ ?

**Решение** используя свойство  $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$

геометрической прогрессии имеем:

$$b_5^2 = b_4 \cdot b_6 \Rightarrow b_5 = \sqrt{6 \cdot 24} = \sqrt{144} = 12$$

Ответ: 12



# Бланк ответов № 1

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0  
A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z ,

Код предмета

02

Название предмета

МАТЕМАТ

С правилами экзамена ознакомлен и согласен.  
Совпадение номеров вариантов в задании  
и бланке ответов подтверждаю.  
Подпись участника ГИА строго внутри окошка

*A. Sokolov*

Номер варианта

5313

Код образовательного учреждения

204310

Класс  
Номер Буква

9

Код пункта проведения

072 1

Номер аудитории

Резерв-1

Фамилия

ЗОРЯ

Имя

АЛЕКСАНДР

Отчество

ВАСИЛЬЕВИЧ

**ВНИМАНИЕ!** Данный бланк использовать только совместно с другим бланком из данного пакета

## Результаты выполнения заданий

1		17	
2		18	
3		19	
4		20	
5		21	
6		22	
7		23	



# Самостоятельная работа

- 1) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_1 = -3$ ,  $a_2 = 4$ . Найти:  $a_{16} - ?$
- 2) Дано:  $(b_n)$ ,  $b_{12} = -32$ ,  $b_{13} = -16$ . Найти:  $q - ?$
- 3) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_{21} = -44$ ,  $a_{22} = -42$ . Найти:  $d - ?$
- 4) Дано:  $(b_n)$ ,  $b_n > 0$ ,  $b_2 = 4$ ,  $b_4 = 9$ . Найти:  $b_3 - ?$
- 5) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_1 = 28$ ,  $a_{21} = 4$ . Найти:  $d - ?$
- 6) Дано:  $(b_n)$ ,  $b_1 = 1/2$ ,  $q = 2$ . Найти:  $b_5 - ?$
- 7) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_7 = 16$ ,  $a_9 = 30$ . Найти:  $a_8 - ?$

# Бланк ответов № 1

Заполнять гелевой или капиллярной ручкой ЧЕРНЫМИ чернилами ЗАГЛАВНЫМИ ПЕЧАТНЫМИ БУКВАМИ по следующим образцам:

А Б В Г Д Е Ж З И Й К Л М Н О П Р С Т У Ф Х Ц Ч Ш Щ Ъ Ы Ь Э Ю Я 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0  
 A B C D E F G H I J K L M N O P Q R S T U V W X Y Z ,

Код предмета

02

Название предмета

МАТЕМАТ

С правилами экзамена ознакомлен и согласен.  
 Совпадение номеров вариантов в задании и бланке ответов подтверждаю.  
 Подпись участника ГИА строго внутри окошка

*A. Sokolov*

Номер варианта

5 3 1 3

Код образовательного учреждения

204310

Класс  
 Номер Буква

9

Код пункта проведения

072 1

Номер аудитории

Резерв-1

Фамилия

ЗОРЯ

Имя

АЛЕКСАНДР

Отчество

ВАСИЛЬЕВИЧ

**ВНИМАНИЕ!** Данный бланк использовать только совместно с другим бланком из данного пакета

## Результаты выполнения заданий

1	102											17													
2	0,5											18													
3	2											19													
4	6											20													
5	-1,2											21													
6	8											22													
7	23											23													

# Интересные факты

- 1) **Химия.** При повышении температуры по арифметической прогрессии скорость химических реакций растёт по геометрической прогрессии.
- 2) **Геометрия.** Вписанные друг в друга правильные треугольники образуют геометрическую прогрессию.
- 3) **Физика.** И в физических процессах встречается эта закономерность. Нейтрон, ударяя по ядру урана, раскалывает его на две части. Получаются два нейтрона. Затем два нейтрона, ударяя по двум ядрам, раскалывает их ещё на 4 части и т.д. – это геометрическая прогрессия.
- 4) **Биология.** Микроорганизмы размножаются делением пополам, поэтому при благоприятных условиях, через одинаковый промежуток времени их число удваивается.
- 5) **Экономика.** Вклады в банках увеличиваются по схемам сложных и простых процентов. Простые проценты – увеличение первоначального вклада в арифметической прогрессии, сложные проценты – увеличение в геометрической прогрессии.

# Домашнее задание из сборника ГИА

- 6.1.** 1) Пятый член арифметической прогрессии равен  $8,4$ , а её десятый член равен  $14,4$ . Найдите пятнадцатый член этой прогрессии.
- 6.2.** 1) Число  $-3,8$  является восьмым членом арифметической прогрессии  $(a_n)$ , а число  $-11$  является её двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число  $-30,8$  ?
- 6.5.** 1) Между числами  $6$  и  $17$  вставьте четыре числа так, чтобы вместе с данными числами они образовали арифметическую прогрессию.
- 6.8.** 1) В геометрической прогрессии  $b_{12} = 3^{15}$  и  $b_{14} = 3^{17}$ . Найдите  $b_1$ .

# Рефлексивный экран

Выберите любое начало фразы и закончите её

сегодня я узнал...

я приобрёл...

было интересно...

я научился...

было трудно...

у меня получилось ...

я выполнял задания...

я смог...

я понял, что...

я попробую...

теперь я могу...

меня удивило...

я почувствовал, что...

урок дал мне для жизни...

мне захотелось...



Урок сегодня завершён,  
Но каждый должен знать:  
Познание, упорство, труд  
К прогрессу в жизни приведут!

**Спасибо за урок!**

# Используемые источники и ПО

24

- ▶ Алгебра. 9 класс : учеб. Для общеобразоват. учреждений / [Макарычев Ю.Н., Миндюк Г.Н., Нешков К.И., Суворова С.Б.] ; под ред. Теляковского С.А. – 16-е изд. – М. : Просвещение, 2009. – 271 с. : ил.
- ▶ Канина Г. В., учитель математики. Урок-презентация «Арифметическая и геометрическая прогрессия» [Электронный ресурс] – URL: <http://festival.1september.ru/articles/534291/> (27.02.2013).
- ▶ Мелом пишут по доске [Звук] – URL: [http://zvuki-tut.narod.ru/melom\\_pishut\\_po\\_doske/Melom\\_pishut\\_po\\_doske.mp3](http://zvuki-tut.narod.ru/melom_pishut_po_doske/Melom_pishut_po_doske.mp3) (28.02.2012).
- ▶ Пойа Д. [Картинка] – URL: [http://www.apm.pt/pic/polya\\_5252dffc9e0eb.jpg](http://www.apm.pt/pic/polya_5252dffc9e0eb.jpg) (28.02.2013).
- ▶ Спенсер Г. [Картинка] – URL: [http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/96/Herbert\\_Spencer.jpg/389px-Herbert\\_Spencer.jpg](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/9/96/Herbert_Spencer.jpg/389px-Herbert_Spencer.jpg) (28.02.2013).
- ▶ Шалкина С. В., учитель математики. Здоровьесберегающие технологии на уроках математики [Электронный ресурс] – URL: <http://festival.1september.ru/articles/311946/> (01.03.2013).
- ▶ iSpring Presenter 7 - разработка тестов и преобразование во flash.
- ▶ MS PowerPoint 2010 - разработка презентации.



# Работа у доски. Задание 1

25

- 1) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия  
 $a_1 = 5, d = 3.$   
Найти:  $a_6; a_{10}?$

**Решение***используя формулу  $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$* 

$$a_6 = a_1 + d \cdot (6 - 1) = a_1 + 5d = 5 + 5 \cdot 3 = 20;$$

$$a_{10} = a_1 + d \cdot (10 - 1) = a_1 + 9d = 5 + 9 \cdot 3 = 32$$

Ответ: 20; 32.



# Работа у доски. Задание 2

26

2) Дано:  $(b_n)$  геометрическая прогрессия

$$b_1 = 5, \quad q = 3.$$

Найти:  $b_3 ; b_5 ?$



**Решение**

используя формулу  $b_n = b_1 q^{n-1}$

$$b_3 = b_1 \cdot q^2 = 5 \cdot 3^2 = 5 \cdot 9 = 45;$$

$$b_5 = b_1 \cdot q^4 = 5 \cdot 3^4 = 5 \cdot 81 = 405$$

Ответ: 45; 405.



# Работа у доски. Задание 3

27

3) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия

$$a_4 = 11, \quad d = 2.$$

Найти:  $a_1$  ?



**Решение**

используя формулу  $a_n = a_1 + d \cdot (n - 1)$

$$a_4 = a_1 + d \cdot (4 - 1); \quad a_4 = a_1 + 3d;$$

$$a_1 = a_4 - 3d = 11 - 3 \cdot 2 = 5$$

Ответ: 5.



# Работа у доски. Задание 4

- 4) Дано:  $(b_n)$  геометрическая прогрессия  
 $b_4 = 40, \quad q = 2.$   
Найти:  $b_1$ ?



**Решение**

используя формулу  $b_n = b_1 q^{n-1}$

$$b_4 = b_1 q^{4-1}; \quad b_4 = b_1 q^3;$$

$$b_1 = b_4 : q^3 = 40 : 2^3 = 40 : 8 = 5$$

Ответ: 5.



# Определение арифм. прогр.

**Определение.** Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом.

Иначе говоря, последовательность  $(a_n)$  — арифметическая прогрессия, если для любого натурального  $n$  выполняется условие

$$a_{n+1} = a_n + d,$$

где  $d$  — некоторое число.

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

# Свойство арифм. прогр.

Отметим важное свойство арифметической прогрессии:

каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому предыдущего и последующего членов.

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}. \quad \circ$$

# Определение геометр. прогр.

**Определение.** Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число.

Иначе говоря, последовательность  $(b_n)$  — геометрическая прогрессия, если для любого натурального  $n$  выполняются условия

$$b_n \neq 0 \text{ и } b_{n+1} = b_n \cdot q,$$

где  $q$  — некоторое число.

# Свойство геометр. прогр.

Геометрическая прогрессия обладает следующим свойством:

квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен произведению предыдущего и последующего ее членов.

$$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1} \quad \circ$$



# Гимнастика для глаз, вверх-вниз

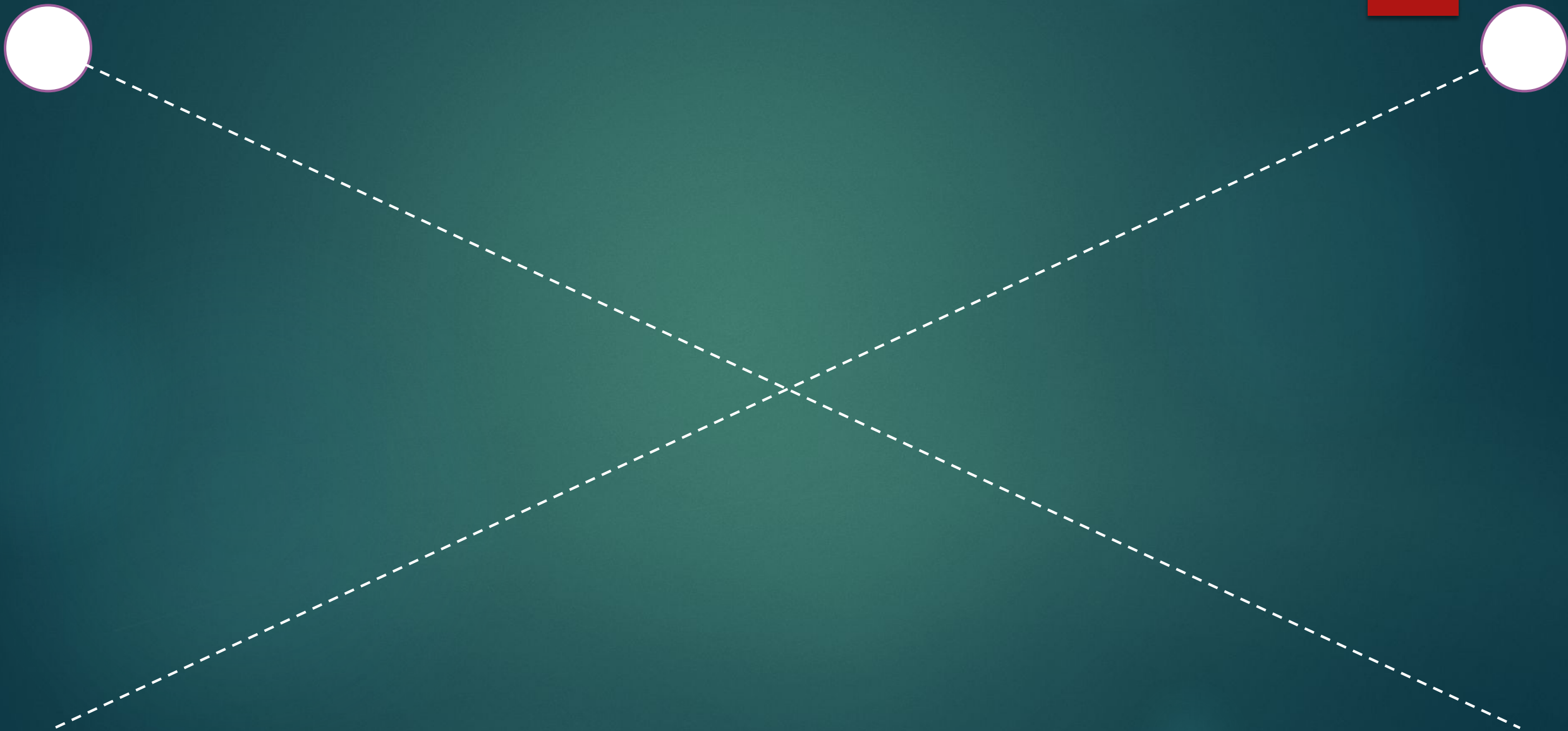


# Гимнастика для глаз, влево-вправо

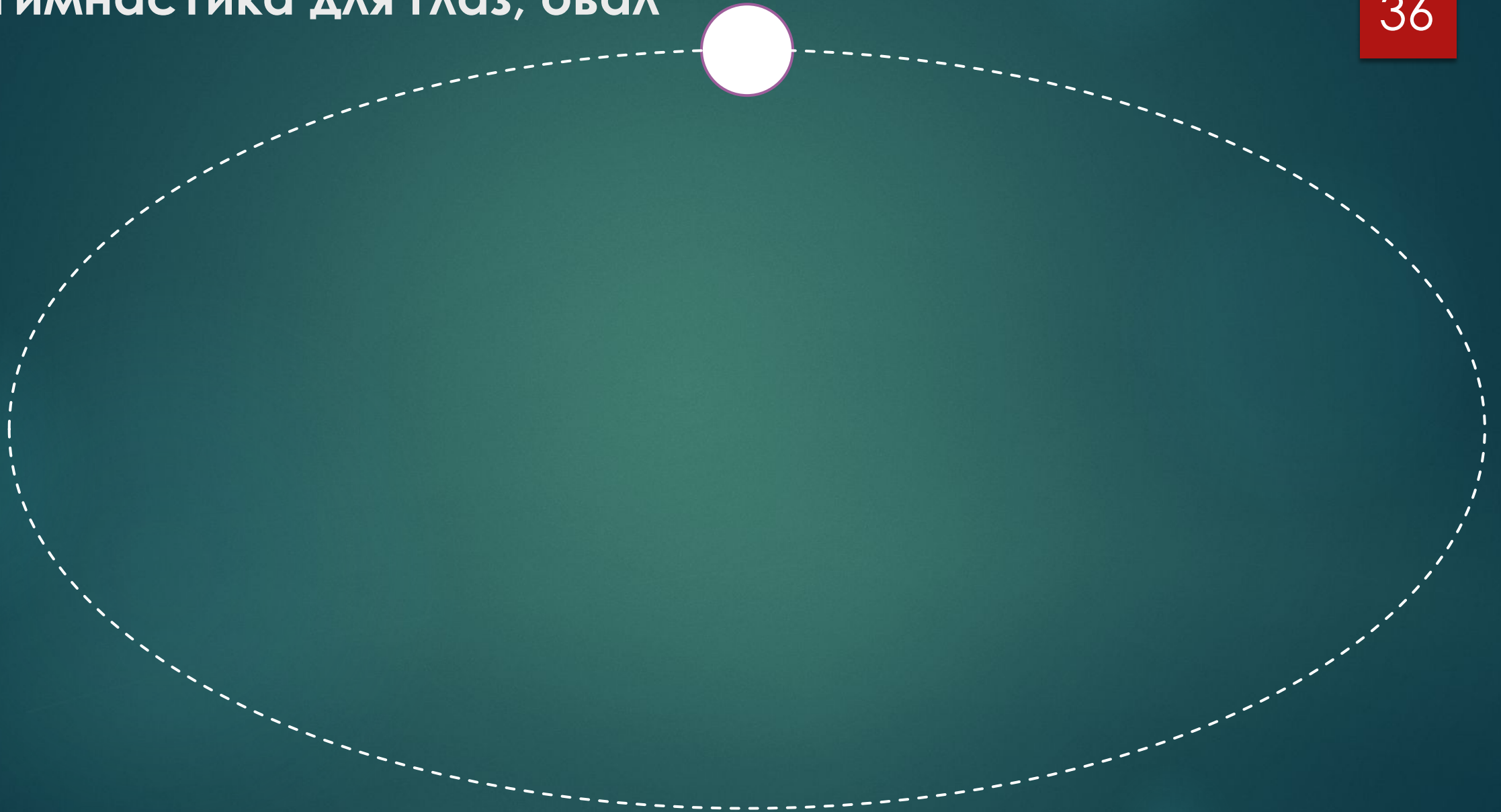


# Гимнастика для глаз, диагональ

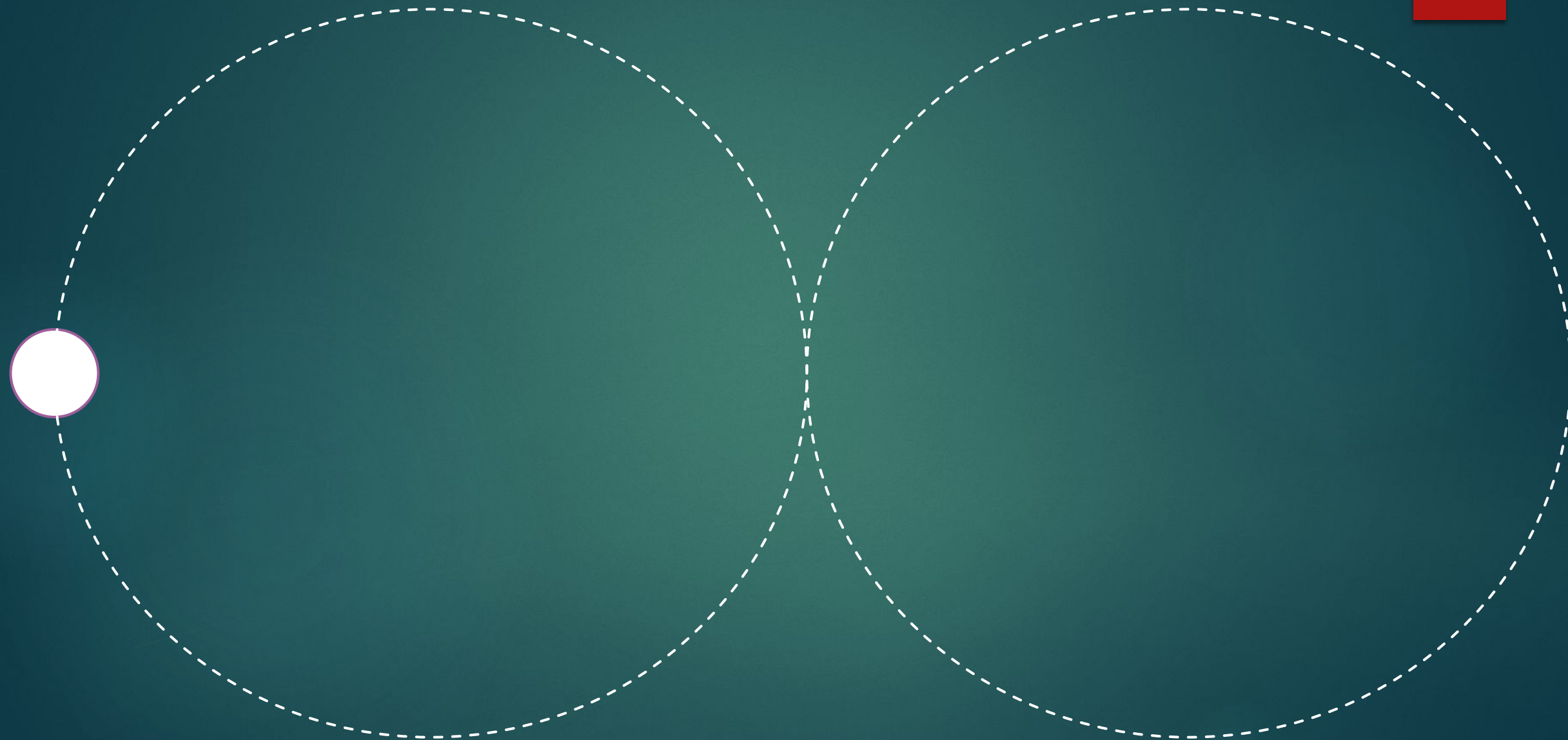
35



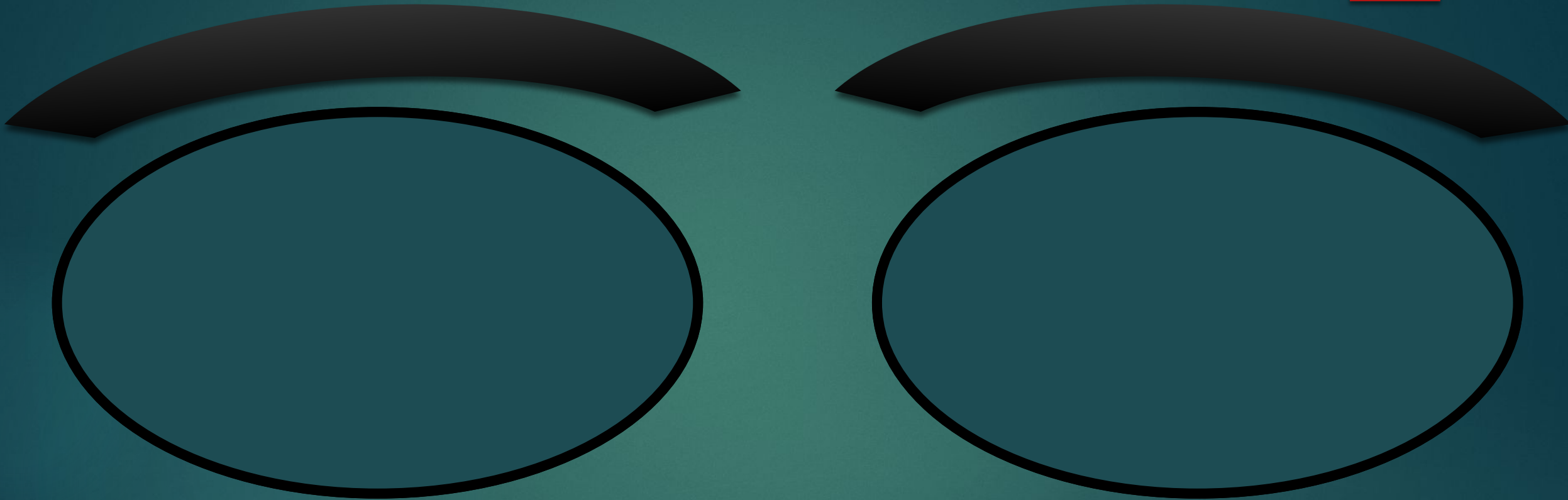
# Гимнастика для глаз, овал



# Гимнастика для глаз, восьмёрка



# Гимнастика для глаз, моргание



## Гимнастика для тела

*(Одна прямая рука вверх, другая вниз, рывком менять руки).*

**Вверх рука и вниз рука.**

**Потянули их слегка.**

**Быстро поменяли руки!**

**Нам сегодня не до скуки.**

*(Вращение головой вправо и влево).*

**Крутим-вертим головой,**

**Разминаем шею. Стой!**

*(Ходьба на месте, высоко поднимая колени).*

**И на месте мы шагаем,**

**Ноги выше поднимаем.**

*(Потягивания – руки вверх, в стороны, вперёд).*

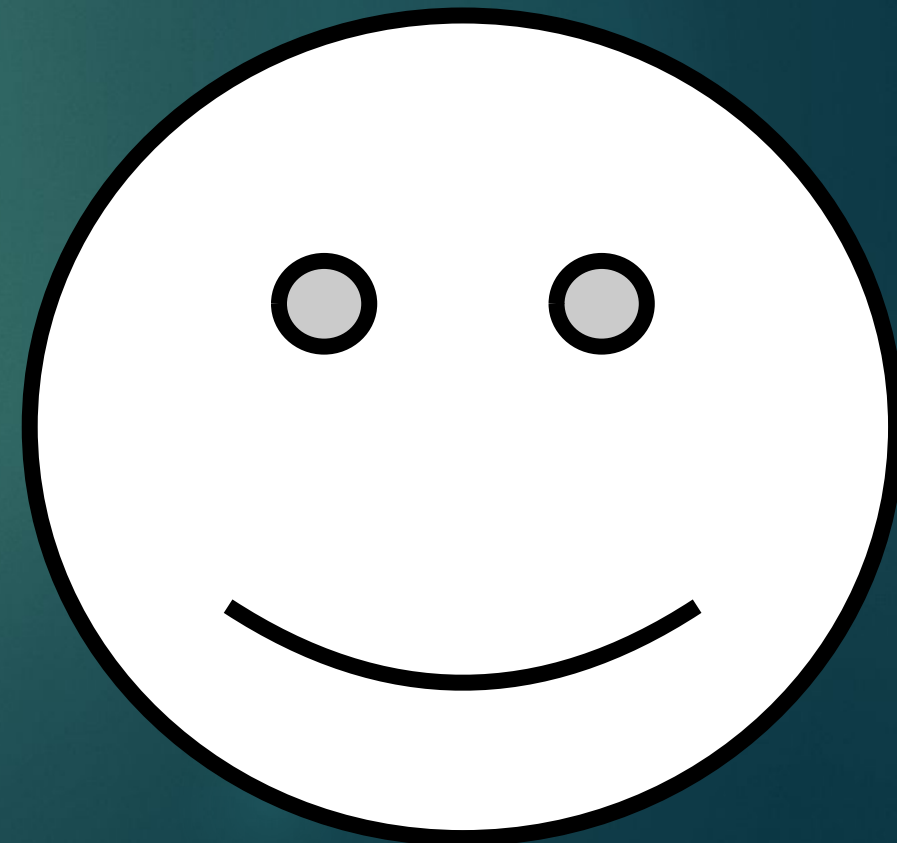
**Потянулись, растянулись**

**Вверх и в стороны, вперёд.**

*(Садимся за парты).*

**И за парты все вернулись –**

**Вновь урок у нас идёт.**



# Тест

Арифметическая и геометрическая прогрессии

Вопрос 1 из 8

Выберите один правильный ответ, соответствующий формуле

$$d = a_{n+1} - a_n$$

- знаменатель геометрической прогрессии
- разность арифметической прогрессии
- определение геометрической прогрессии
- формула n-члена геометрической прогрессии
- формула n-члена арифметической прогрессии

Ответить

Закончить

Щелкните кнопку  **Тест** для редактирования этого теста



# Тест

определите вид числовой последовательности

Вопрос 1 из 6

2; 5; 8; 11; 14; 17; ...

это

у которой  =

Ответить Закончить

Щелкните кнопку  **Тест** для редактирования этого теста