ПРОГРЕССИЯ – ДВИЖЕНИЕ ВПЕРЁД!

Выполнили: Егорова Ольга; Николаев Евгений
Учащиеся 9 класса
Научный руководитель:
Алексеева Татьяна Петровна,
учитель математики
МОУ«Орининская СОШ»
Моргаушского района ЧР

Содержание

- Введение
- Вспомним теорию.
- Назад, в историю!
- Прогрессии в древности.
- Прогрессии в литературе.
- Прогрессии в жизни и быту.
- Заключение.

Формулы

	Прогрессии	
	Арифметическая ÷ a	Геометрическая ∺ b
Определение	$a_{n+1} = a_n + d$	$b_{n+1} = b_n g$
Формула n первых членов прогрессии	$a_n = a_1 + d(n-1)$	$b_n = b_1 g^{n-1}$
Сумма n первых членов прогрессии	$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \bullet n$	$S_n = \frac{b_1(g^n - 1)}{g-1}$
Свойства	$a_n = \frac{a_{n+1} + a_{n-1}}{2}$	$b_n = \sqrt{b_{n+1} b_{n-1}}$

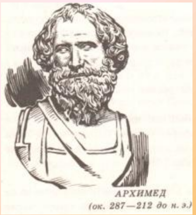
Прогрессии в древности

Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства и др.

НАЗАД, В ИСТОРИЮ!

Понятие числовой последовательности возникло и развивалось задолго до создания учения о функциях.

На связь между прогрессиями первым обратил внимание великий **АРХИМЕД** (ок. 287–212 гг. до н.э)



Термин “прогрессия” был введен римским автором Боэцием (в 6 веке) и понимался в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность. Названия “арифметическая” и “геометрическая” были перенесены из теории непрерывных пропорций, которыми занимались древние греки.

Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим ученым Диофантом (в 3 веке). Формула суммы членов геометрической прогрессии дана в книге Евклида “Начала” (3 век до н.э.).

Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении «Книги абака» в 1202г. (Леонардо Пизанский)

Англия XVIII век

В XVIII в. в английских учебниках появились обозначения арифметической и геометрической прогрессий:

Арифметическая ÷

Геометрическая ∷

Германия

Нашел моментально сумму всех натуральных чисел от 1 до 100, будучи еще учеником начальной школы.

КАРЛ ГАУСС
(1777 – 1855)

Решение

$1 + 2 + 3 + 4 + \ldots\ldots + 99 + 100 = (1 + 100) + (2 + 99) + \ldots\ldots + (50 + 51) = 101 \cdot 50 = 5050$

Древняя Греция

Сведения, связанные с прогрессиями, впервые встречаются в дошедших до нас документах Древней Греции. Уже в V в. до н. э. греки знали следующие прогрессии и их суммы:

$$1+2+3+......+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

$$2+4+6+......+2n=n(n+1)$$

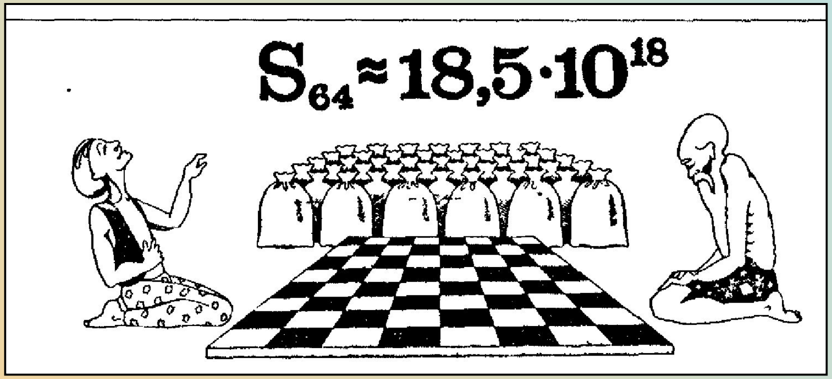
Древний Египет

Задача из египетского папируса Ахмеса:
«Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 человеками, разность же между каждым человеком и его соседом равна $\frac{1}{8}$ меры»

Формула, которой пользовались египтяне:

$$a = \frac{S}{n} - (n-1)\bullet\frac{d}{2}\left(S = \frac{a+b}{2}\bullet n\right)$$

Задача-легенда



Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царем, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую — 2 зерна, за третью — 4 зерна и т. д. Обрадованный царь посмеялся над Сетой и приказал выдать ему такую «скромную» награду. Стоит ли царю смеяться?

Решение задачи - легенды

Дано $\boxed{\div\!\div}$ **; 1, 2, 4, 8, 16…**

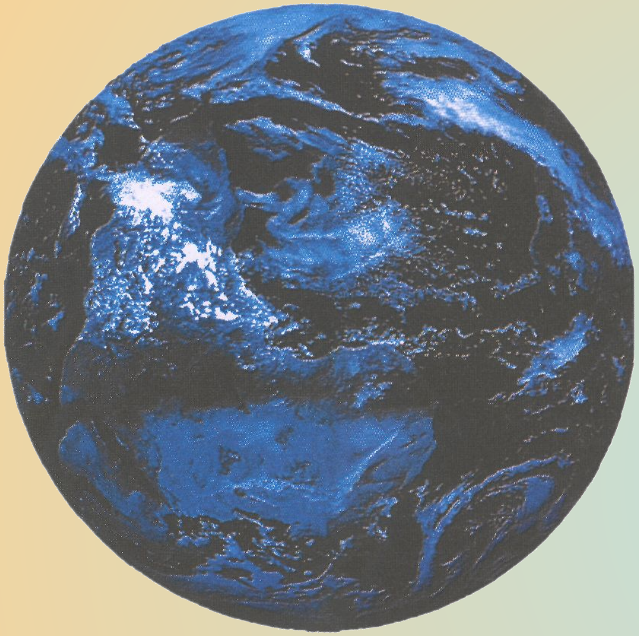
$$b_1 = 1, \quad g = 2, \quad n = 64$$

$$S_{64} - ?$$

$$S_{64} = 2^{64} - 1$$

Сумма равна **18 446 744 073 709 551 615**

Вывод



Если бы царю удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности Земли, считая моря, и океаны, и горы, и пустыню, и Арктику с Антарктикой, и получить удовлетворительный урожай, то, пожалуй, лет за 5 он смог бы рассчитаться.

Такое количество зерен пшеницы можно собрать лишь с площади в 2000 раз большей поверхности Земли. Это превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени.

Задача из арифметики Магницкого

Некто продал лошадь за 156 рублей. Но покупатель, обретя лошадь, раздумал и возвратил продавцу, говоря: «Нет мне расчета покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит». Тогда продавец предложил другие условия: "Если по-твоему цена лошади высока, то купи ее подковные гвозди, лошадь же получишь тогда в придачу бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне 1/4 коп., за второй-1/2коп., за третий-1коп., и т.д.“
Покупатель, соблазненный низкой ценой, и желая даром получить лошадь, принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придется уплатить не более 10 рублей.

Решение задачи из арифметики Магницкого

1. Составим последовательность чисел $\frac{1}{4};\ \frac{1}{2};\ 1;\ 2; 2^2; \ldots\ 2^{21}.$

2. Данная последовательность является геометрической

прогрессией со знаменателем *q* =2, $b_1 = \frac{1}{4}$ n = 24.

3. Попытаемся подсчитать сумму $\frac{1}{4};\ \frac{1}{2};\ 1;\ 2; 2^2; \ldots\ 2^{21}.$

4. Зная формулу $$S_n = \frac{b_1 q^n - b_1}{q-1}$$

5. Имеем $$S_{24} = \frac{\frac{1}{4}\cdot 2^{24} - \frac{1}{4}}{2-1} = \frac{1}{2^2}\cdot 2^{24} - \frac{1}{4} = 2^{22} - \frac{1}{4} = 4194303\frac{3}{4} \approx 42000(p)$$

Прогрессии в литературе

Даже в литературе мы встречаемся с математическими понятиями! Так, вспомним строки из"Евгения Онегина".

*...**Не мог он ямба от хорея,***
Как мы не бились отличить...

Ямб - это стихотворный размер с ударением на четных слогах 2; 4; 6; 8... Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию с первым членом 2 и разностью прогрессии 2.

Хорей - это стихотворный размер с ударением на нечетных слогах стиха. Номера ударных слогов образуют арифметическую прогрессию 1; 3; 5; 7...

Примеры

<u>Ямб</u>

«Мой дЯдя сАмых чЕстных прАвил...»

Прогрессия: 2; 4; 6; 8...

А.С. Пушкин

<u>Хорей</u>

«Я пропАл, как звЕрь в загОне»

Прогрессия: 1; 3 ;5; 7...

Б. Л. Пастернак

Прогрессии в жизни и быту

Для решения некоторых задач по физике, геометрии, биологии, химии, экономике, строительному делу используются формулы арифметической и геометрической прогрессий.

Интересные факты

1) **Химия.** При повышении температуры по арифметической прогрессии скорость химических реакций растет по геометрической прогрессии.

2) **Геометрия.** Вписанные друг в друга правильные треугольники образуют геометрическую прогрессию.

3) **Физика.** И в физических процессах встречается эта закономерность. Нейтрон, ударяя по ядру урана, раскалывает его на две части. Получаются два нейтрона. Затем два нейтрона, ударяя по двум ядрам, раскалывает их еще на 4 части и т.д. – это геометрическая прогрессия.

4) **Биология.** Микроорганизмы размножаются делением пополам, поэтому при благоприятных условиях, через одинаковый промежуток времени их число удваивается.

5)**Экономика.** Вклады в банках увеличиваются по схемам сложных и простых процентов. Простые проценты – увеличение первоначального вклада в арифметической прогрессии, сложные проценты – увеличение в геометрической прогрессии.

Когда сложное лучше простого?

Существует две основные схемы наращивания капитала:

- схема простых процентов;
- схема сложных процентов.

Опустим все экономические сложности и покажем, в чём отличие между простыми и сложными процентами. Если проценты простые, то это значит, что деньги за определённый период времени будут начисляться на изначальную сумму вклада. Вклад со сложным процентом отличается от предыдущего тем, что проценты приписываются к первоначальному вкладу (капитализируются) через определенный период и затем, через следующий период, проценты уже начисляются на всю сумму.

В схемах простых и сложных процентов несложно заметить закономерности. Цепочка чисел, образующаяся при начислении простых процентов, составляет арифметическую прогрессию. Действительно, каждая сумма, начиная со второй, больше предыдущей на одно и то же количество денег. А при начислении сложных процентов сумма возрастает в геометрической прогрессии, так как каждая, начиная со второй, больше предыдущей на одно и то же число.

Это наглядный пример того, что знание арифметической и геометрической прогрессий помогает человеку, облегчает ему жизнь.

Можете проверить!

Розничные цены с НДС, рублей

с 01.01.2009 г.	с 01.04.09 г.	с 01.07.2009 г.	С. 01.10.2009 г.
2,125	**2,234**	**2,349**	**2,459**

Ярким примером использования знаний о геометрической прогрессии на практике является увеличение стоимости за 1 кубический метр газа в 2009 году. В этой таблице показана стоимость 1 кубического метра газа, по которому будут платить в 2009 году. Стоимость будет увеличиваться в геометрической прогрессии по формуле

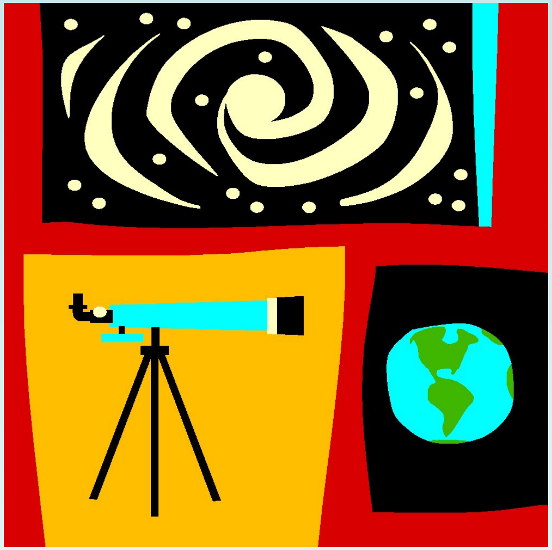
$$b_n = b_1 (1+0,05)^n$$

Вывод

Зная эти формулы, можно решить много интересных задач литературного, исторического и практического содержания.

Заключение

Закончился двадцатый век.
Куда стремится человек?
Изучен космос и моря,
Строенье звезд и вся земля.
Но математиков зовет
Известный лозунг



«Прогрессия — движение вперед».

Спасибо за внимание!