

LOGO

# Производная показательной функции.

11 класс.

# План урока

1

Повторение материала

2

Объяснение нового  
материала

3

Решение примеров

4

Задание на дом

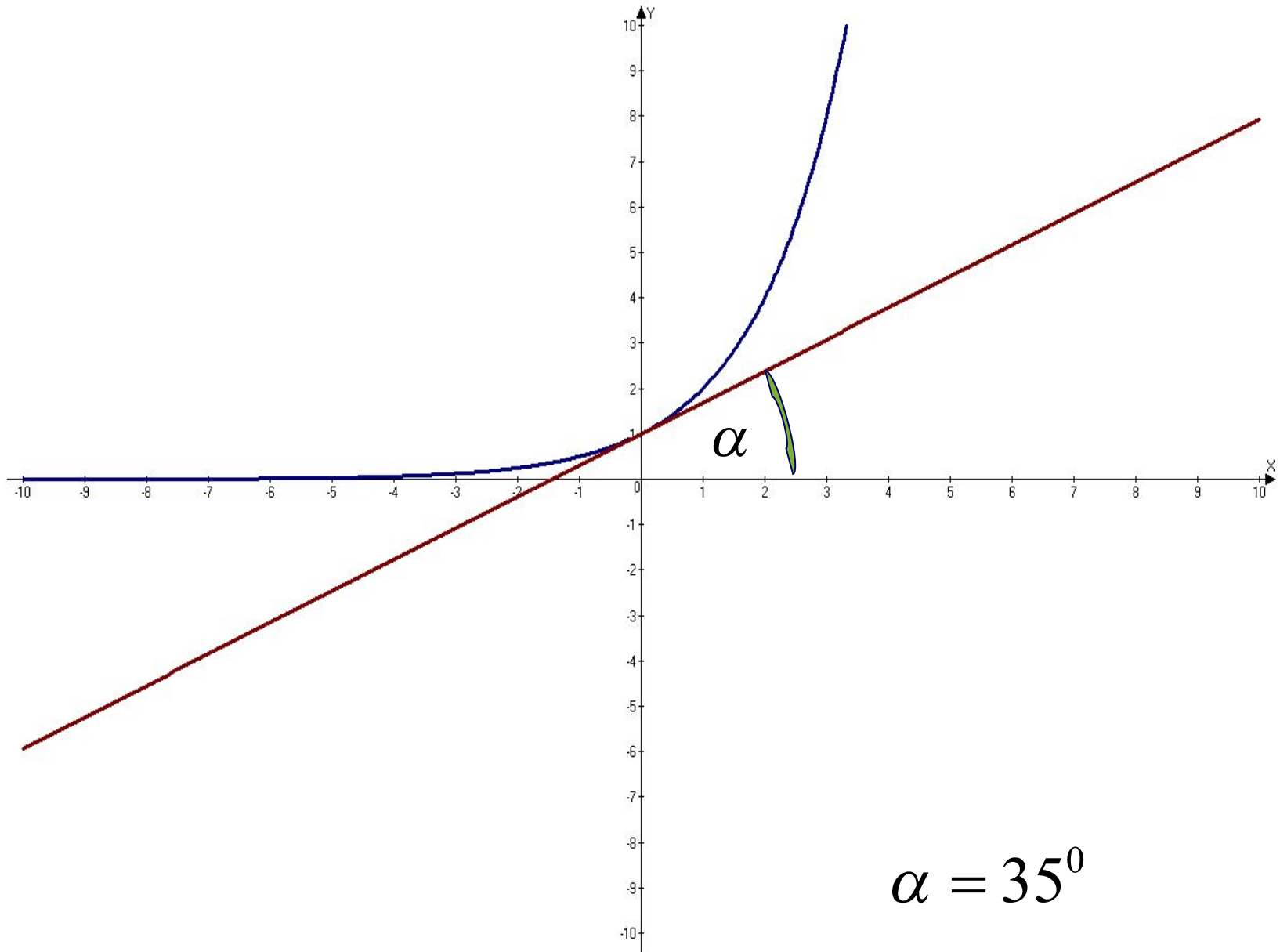
# Устная работа.

1. **Определение производной.**
2. **Правила дифференцирования.**
3. **Производные элементарных функций.**
4. **Применение производной при исследовании функции.**
5. **Уравнение касательной.**

# Устная работа.

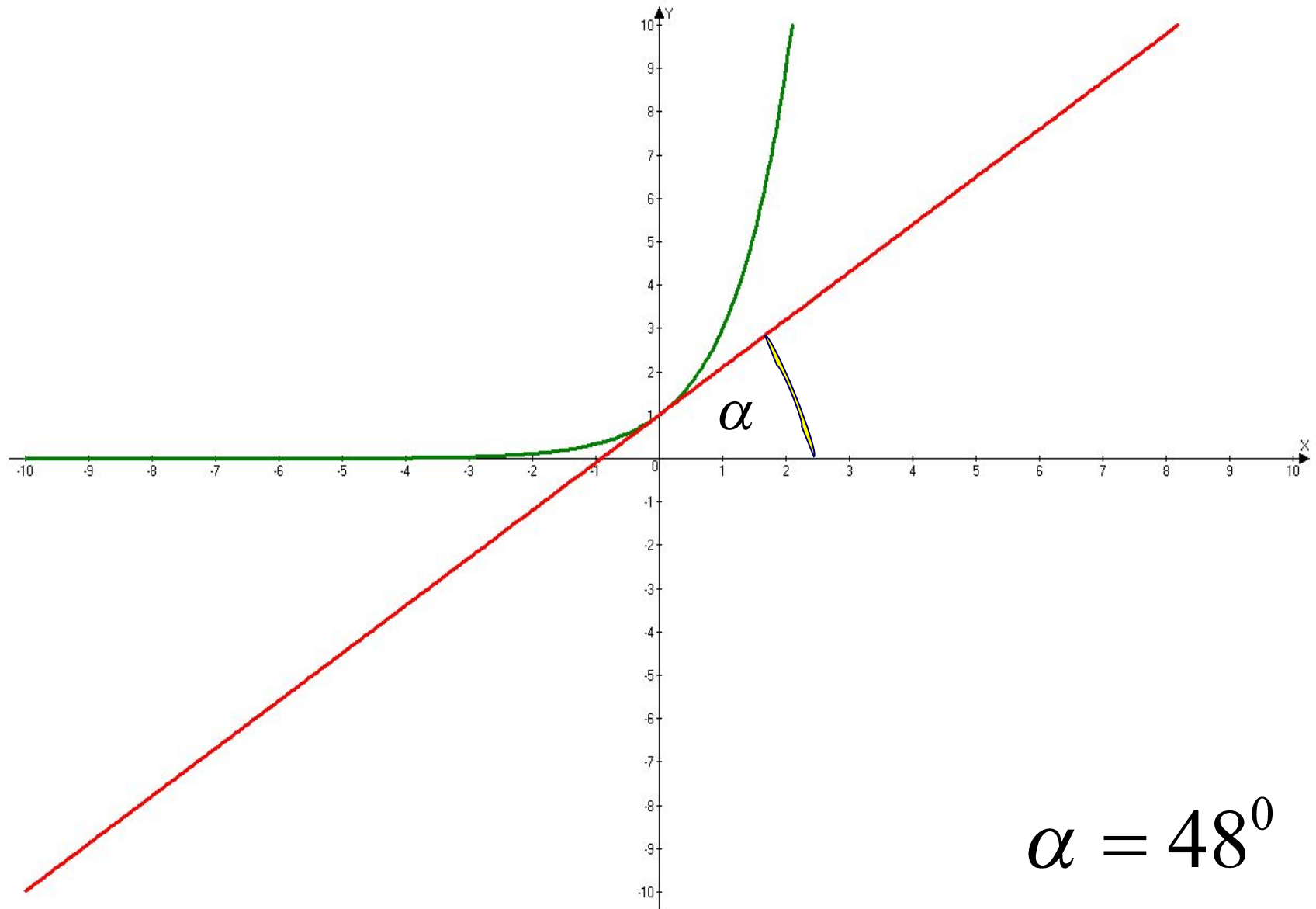
|         |        |            |         |     |                       |                 |             |
|---------|--------|------------|---------|-----|-----------------------|-----------------|-------------|
| $f(x)$  | $x^3$  | $x^{-7}$   | $4x^6$  | $8$ | $\sqrt{x}$            | $\frac{x^3}{3}$ | $\sin(4x)$  |
| $f'(x)$ | $3x^2$ | $-7x^{-8}$ | $24x^5$ | $0$ | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$ | $x^2$           | $4\cos(4x)$ |

$$f(x) = 2^x$$



$$\alpha = 35^\circ$$

$$g(x) = 3^x$$



$$\alpha = 48^{\circ}$$

$f(x) = \ln(x)$  –

$\alpha$  – угол наклона касательной

$$\alpha = 45^\circ$$

$$a = 2,718281828\dots$$

$$e \approx 2,7$$

# Функция $f(x) = e^x$

Существует такое число большее 2 и меньше 3 (это число обозначают буквой  $e$ ), что показательная функция  $f(x) = e^x$  в точке 0 имеет производную, равную 1, т.е.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x} = 1.$$

*Функция  $f(x) = e^x$*



# Теорема 1.

Функция  $f(x) = e^x$   
дифференцируема в каждой точке  
области определения, и

$$(e^x)' = e^x.$$

# Определение

Натуральным логарифмом  
называется логарифм по  
основанию  $e$ :

$$\ln x = \log_e x$$

## Теорема 2

Показательная функция  $y = a^x$

дифференцируема в каждой точке области определения, и

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

# Примеры.

1. Найдите производную функции

$$f(x) = e^{3x} (2x - 1).$$

**Решение:**

$$\begin{aligned} f'(x) &= (e^{3x})'(2x - 1) + e^{3x} (2x - 1)' = \\ &= 3e^{3x} (2x - 1) + 2e^{3x}. \end{aligned}$$

## 2. Исследуйте функцию на экстремумы:

$$f(x) = x^2 2^{-x}$$

**Решение:**

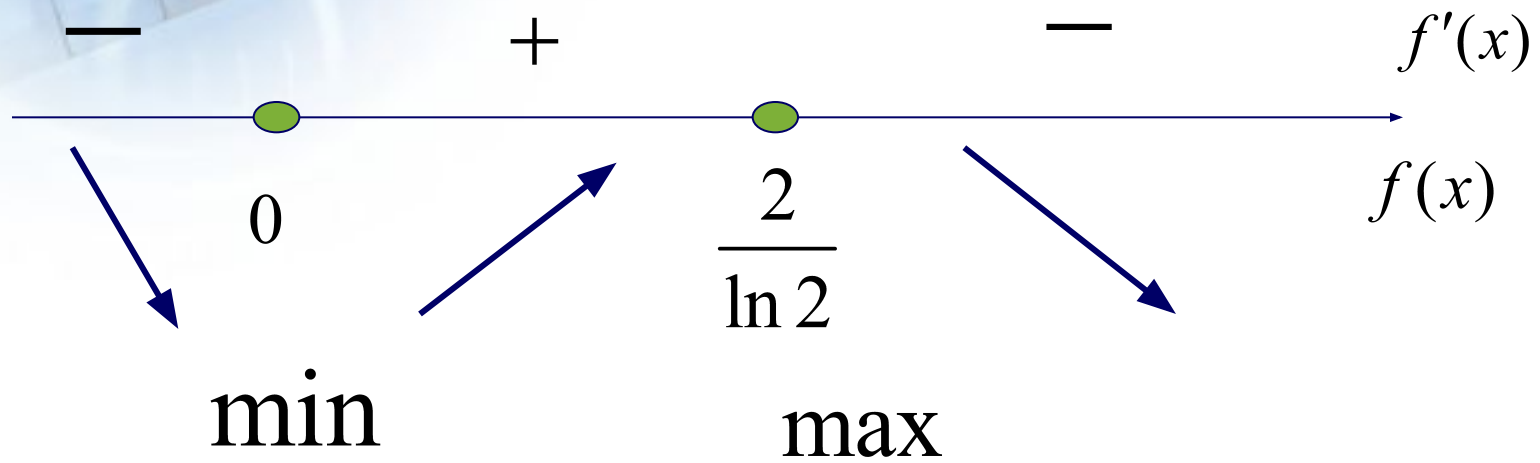
$$f(x) = x^2 \cdot 2^{-x}, D(f) = \mathbb{R}.$$

$$f'(x) = 2x \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 2^{-x} \ln 2, D(f') = \mathbb{R}.$$

$$2x \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 2^{-x} \ln 2 = 0;$$

$$x \cdot 2^{-x} (2 - x \ln 2) = 0;$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{2}{\ln 2}.$$



$$\text{Ответ : } x_{\max} = \frac{2}{\ln 2}; x_{\min} = 0.$$

## Теорема 3

Первообразной для функции

$$f(x) = a^x$$

на  $\mathbb{R}$

является функция

$$F(x) = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

# Примеры.

## 3. Вычислить интеграл

$$\int_{-\frac{1}{2}}^1 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3} \Big|_{-\frac{1}{2}}^1 = \frac{3^1}{\ln 3} - \frac{3^{-\frac{1}{2}}}{\ln 3} = \frac{3 - \sqrt{\frac{1}{3}}}{\ln 3} =$$
$$= \frac{3\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} \ln 3}.$$



# Решение примеров.

**№ 1617**

**№ 1618(абв)**

**№ 1619(вг)**

**№ 1620(вг)**

**№ 1624 (аб)**

**№ 1627 (б)**

**№ 1631 (бг)**

# Задание на дом

Пункт 41

№ 538

№ 539

№ 540 (ав)

№ 542(абв)