Производная показательной функции.

11 класс.

План урока

1 Повторение материала

2 Объяснение нового материала

3 Решение примеров

4 Задание на дом

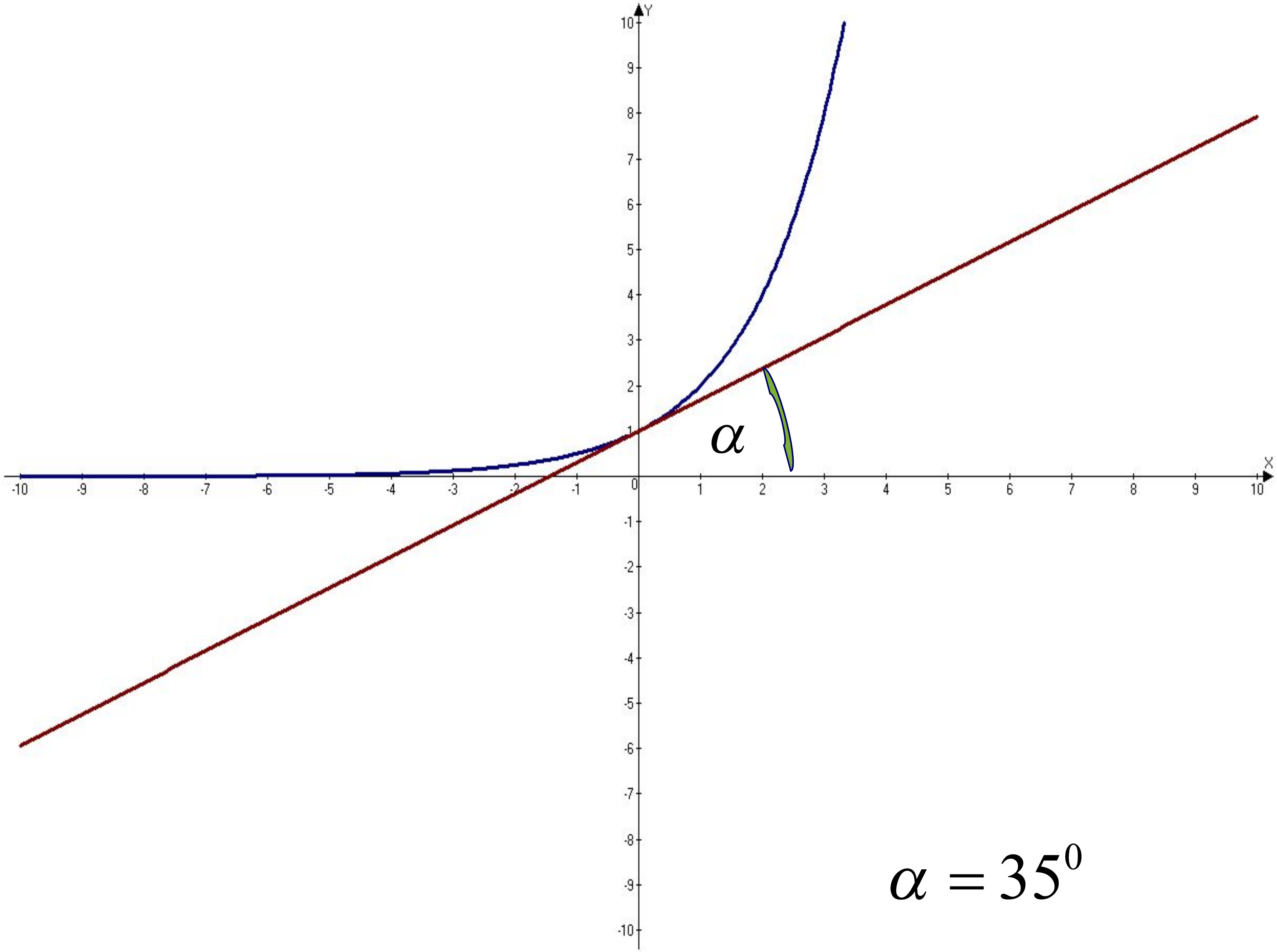
Устная работа.

1. Определение производной.
2. Правила дифференцирования.
3. Производные элементарных функций.
4. Применение производной при исследовании функции.
5. Уравнение касательной.

Устная работа.

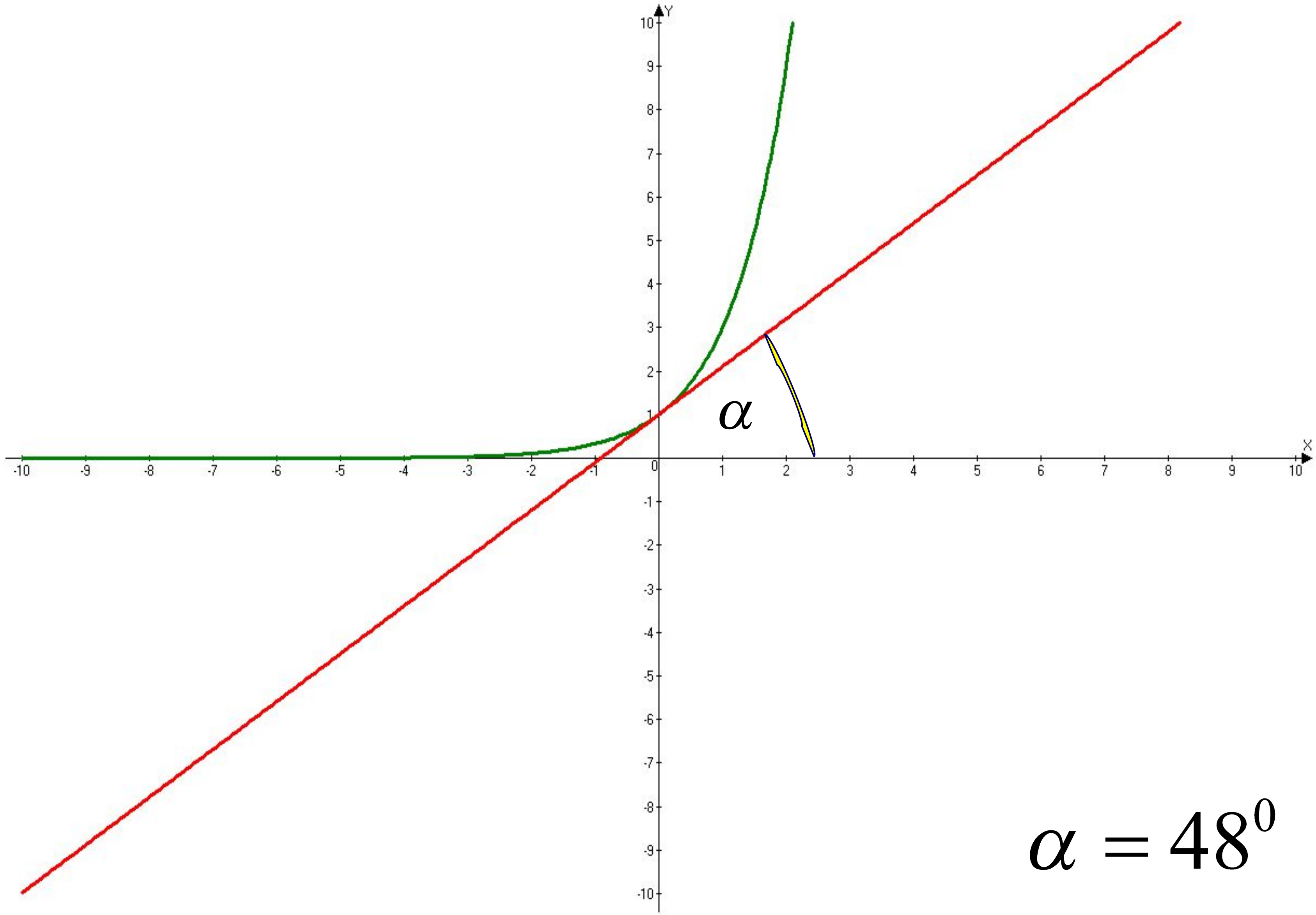
$f(x)$	x^3	x^{-7}	$4x^6$	8	$\sqrt{x}$	$\frac{x^3}{3}$	$\sin(4x)$
$f'(x)$	$3x^2$	$-7x^{-8}$	$24x^5$	0	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	x^2	$4\cos(4x)$

$$f(x) = 2^x$$



$$\alpha = 35^0$$

$$g(x) = 3^x$$



$$\alpha = 48^0$$

$f(x) = a^x,\ M(0;1)$ – *точка касания* .

α – *угол* наклона касательной

$\alpha = 45^0$

$a = 2,718281828...$

$e \approx 2,7$

Функция $f(x)=e^x$

Существует такое число большее 2 и меньшее 3 (это число обозначают буквой е), что показательная функция $f(x)=e^x$ в точке 0 имеет производную, равную 1, т.е.

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{e^{\Delta x}-1}{\Delta x}=1.$$

$f(x)=e^x$

экспонента

Теорема 1.

Функция $f(x) = e^x$ дифференцируема в каждой точке области определения, и

$$(e^x)' = e^x.$$

Определение

Натуральным логарифмом называется логарифм по основанию e:

$$\ln x = \log_e x$$

Теорема 2

Показательная функция $y = a^x$

дифференцируема в каждой точке области определения, и

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

Примеры.

1. **Найдите производную функции**

$$f(x)=e^{3x}(2x-1).$$

Решение:

$$f'(x)=(e^{3x})'(2x-1)+e^{3x}(2x-1)'=$$
$$=3e^{3x}(2x-1)+2e^{3x}.$$

Примеры

2. Исследуйте функцию на экстремумы:

$$f(x) = x^2 2^{-x}$$

Решение:

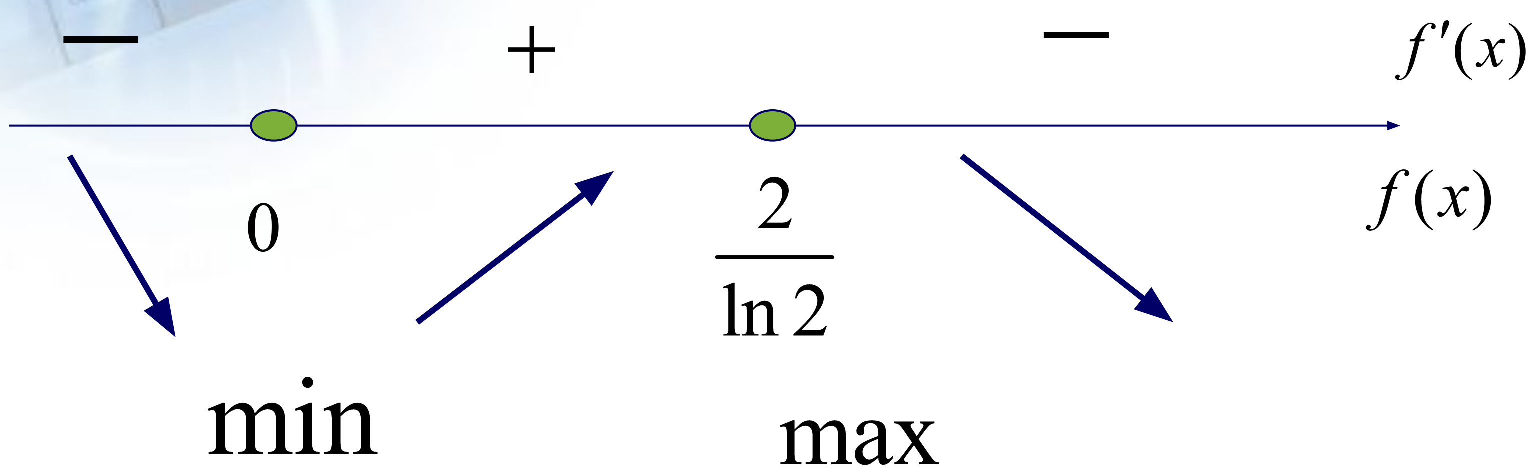
$$f(x) = x^2 \cdot 2^{-x}, D(f) = \mathbb{R}.$$

$$f'(x) = 2x \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 2^{-x} \ln 2, D(f') = \mathbb{R}.$$

$$2x \cdot 2^{-x} - x^2 \cdot 2^{-x} \ln 2 = 0;$$

$$x \cdot 2^{-x}(2 - x \ln 2) = 0;$$

$$x_1 = 0; x_2 = \frac{2}{\ln 2}.$$



$$\textit{Ответ}: x_{\max} = \frac{2}{\ln 2};\ x_{\min} = 0.$$

Теорема 3

Первообразной для функции $f(x) = a^x$

на $\mathbb{R}$ **является функция**

$$F(x) = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

Примеры.

3. Вычислить интеграл

$$\int_{-\frac{1}{2}}^{1} 3^x dx = \frac{3^x}{\ln 3}\Bigg|_{-\frac{1}{2}}^{1} = \frac{3^1}{\ln 3} - \frac{3^{-\frac{1}{2}}}{\ln 3} = \frac{3 - \sqrt{\frac{1}{3}}}{\ln 3} =$$

$$= \frac{3\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3}\ln 3}.$$

Решение примеров.

№ 1617

№ 1618(абв)

№ 1619(вг)

№ 1620(вг)

№ 1624 (аб)

№ 1627 (б)

№ 1631 (бг)

Задание на дом

Пункт 41

№ 538

№ 539

№ 540 (ав)

№ 542(абв)