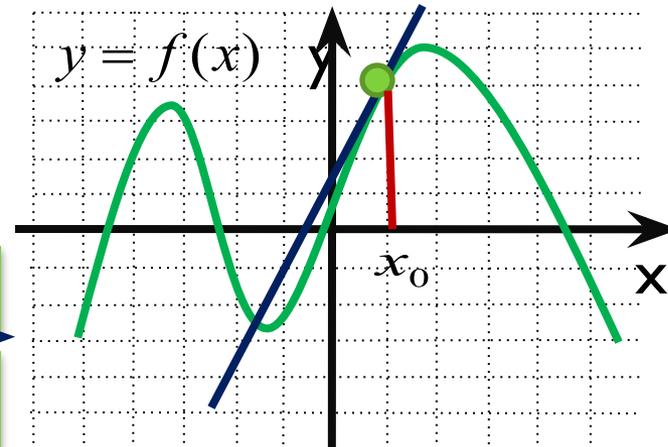
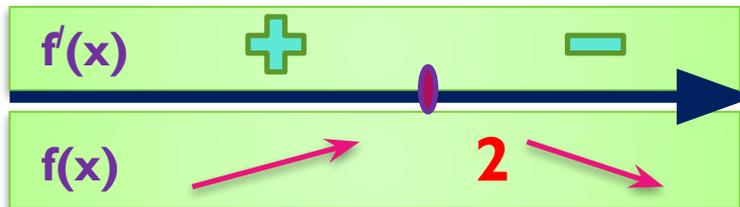




ЕГЭ

Производная в заданиях уровня В.



Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

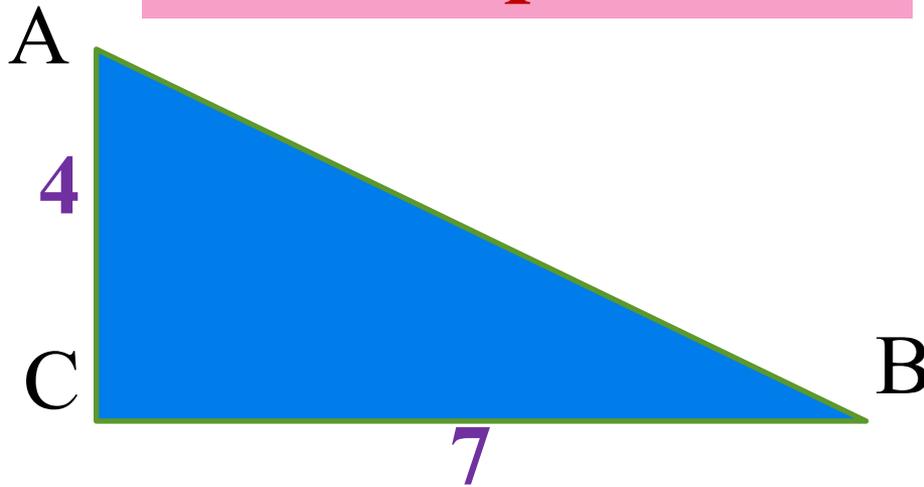
Цели урока

- повторить и обобщить теоретические знания по темам: «Геометрический смысл производной», «Применение производной к исследованию функций»
- рассмотреть все типы задач В8, встречающиеся на ЕГЭ по математике
- проверить свои знания при самостоятельном решении задач
- научиться вносить свой ответ в экзаменационный бланк ответов

ТЕМА I

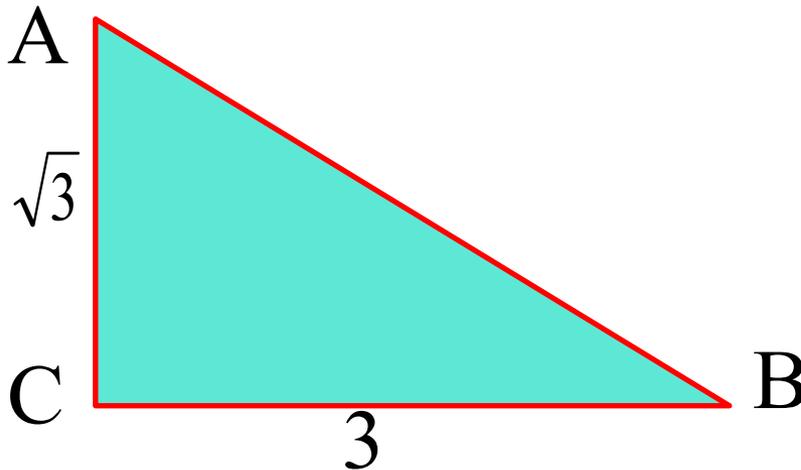
Геометрический смысл производной

Устная работа



$\operatorname{tg} A$ -?

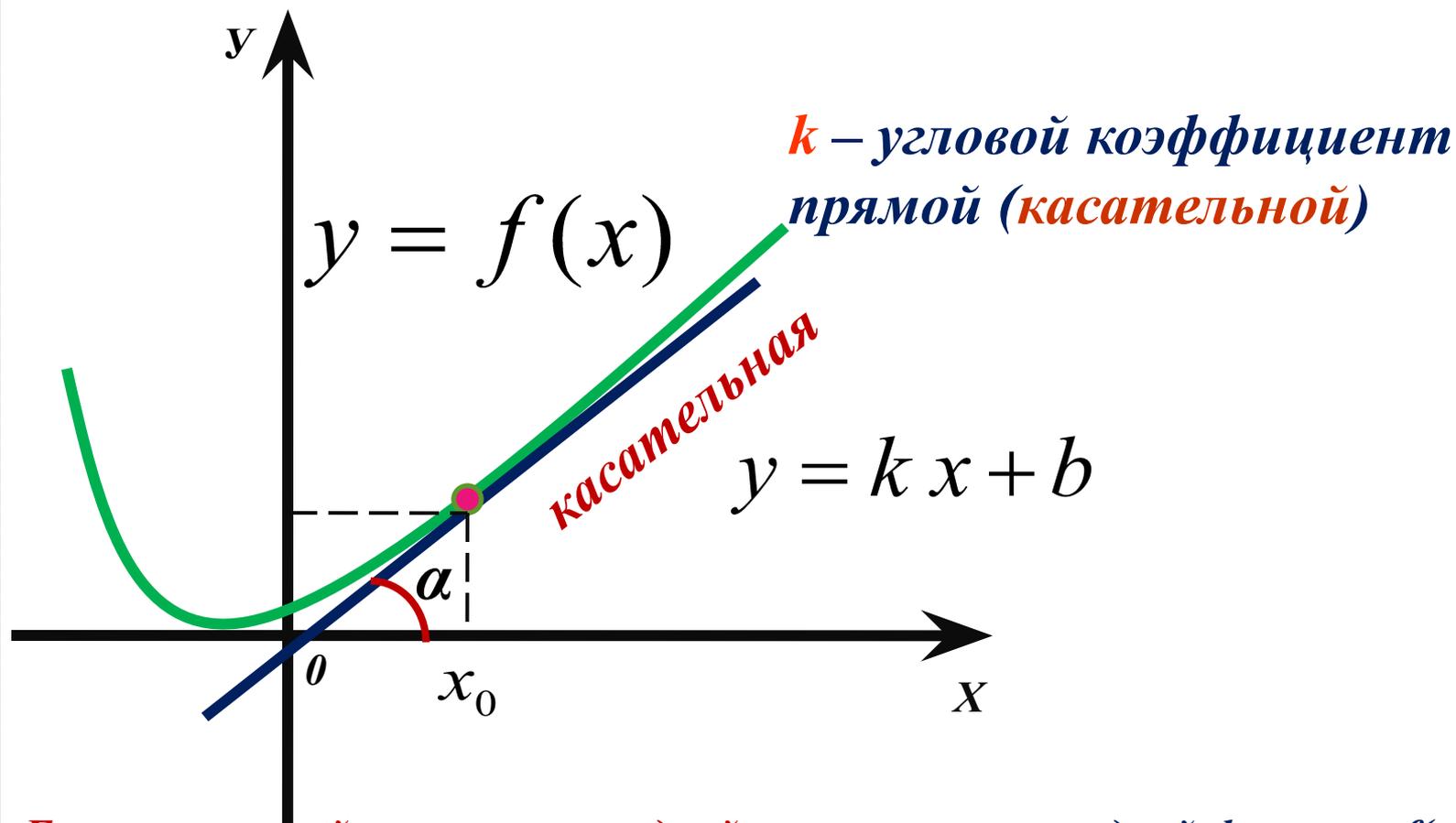
$\operatorname{tg} B$ -?



Вычислите
 tga , если
 $\alpha = 135^\circ,$
 $120^\circ, 150^\circ$

Найдите градусную меру $\angle B$

Найдите градусную меру $\angle A$

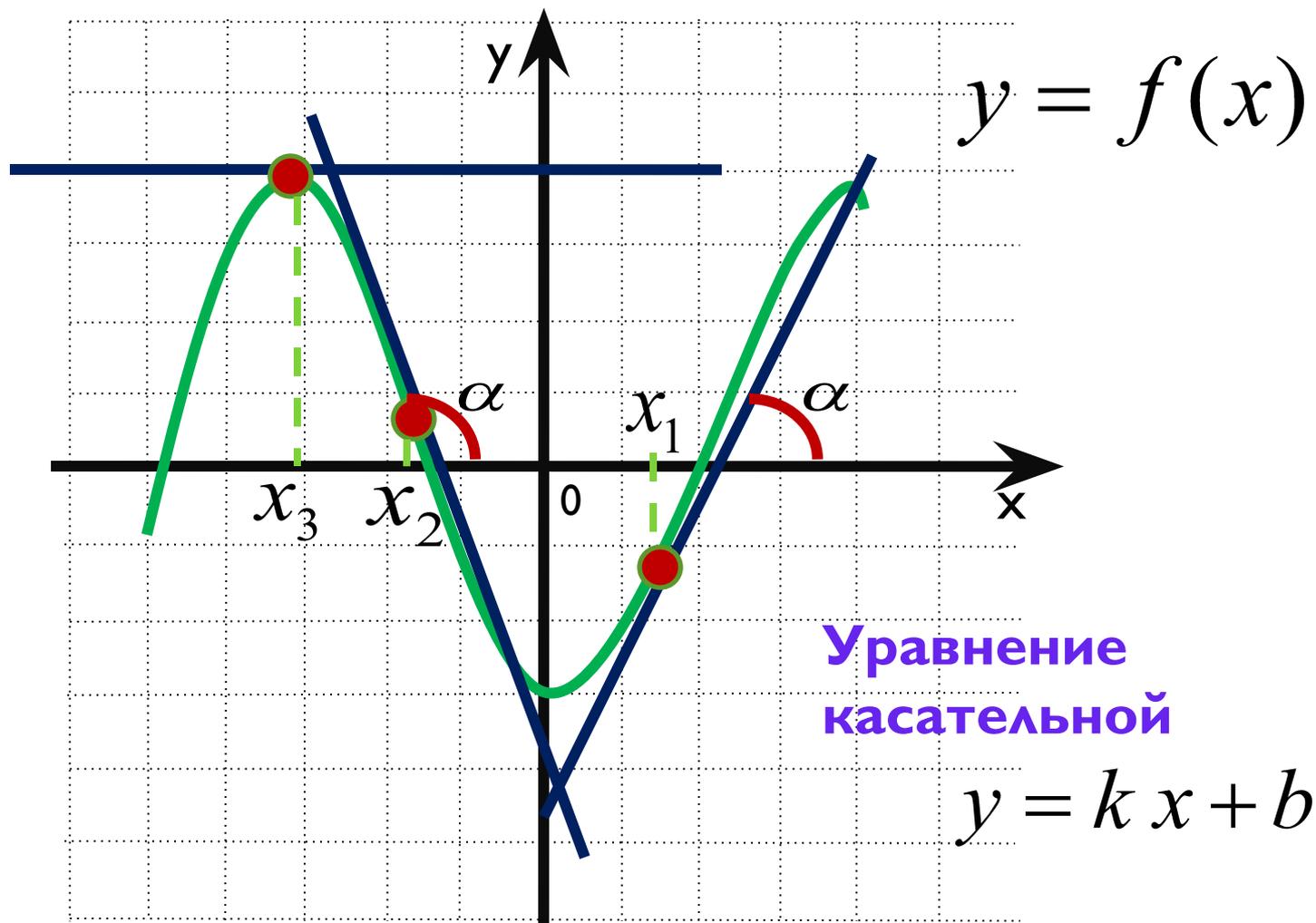


Геометрический смысл производной: значение производной функции $f(x)$ в точке с абсциссой x_0 равно угловому коэффициенту касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$, т.е. $f'(x_0) = k$

Поскольку $k = \operatorname{tg} \alpha$, то верно равенство $f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$

Если $\alpha < 90^\circ$, то $k > 0$.

Если $\alpha > 90^\circ$, то $k < 0$.



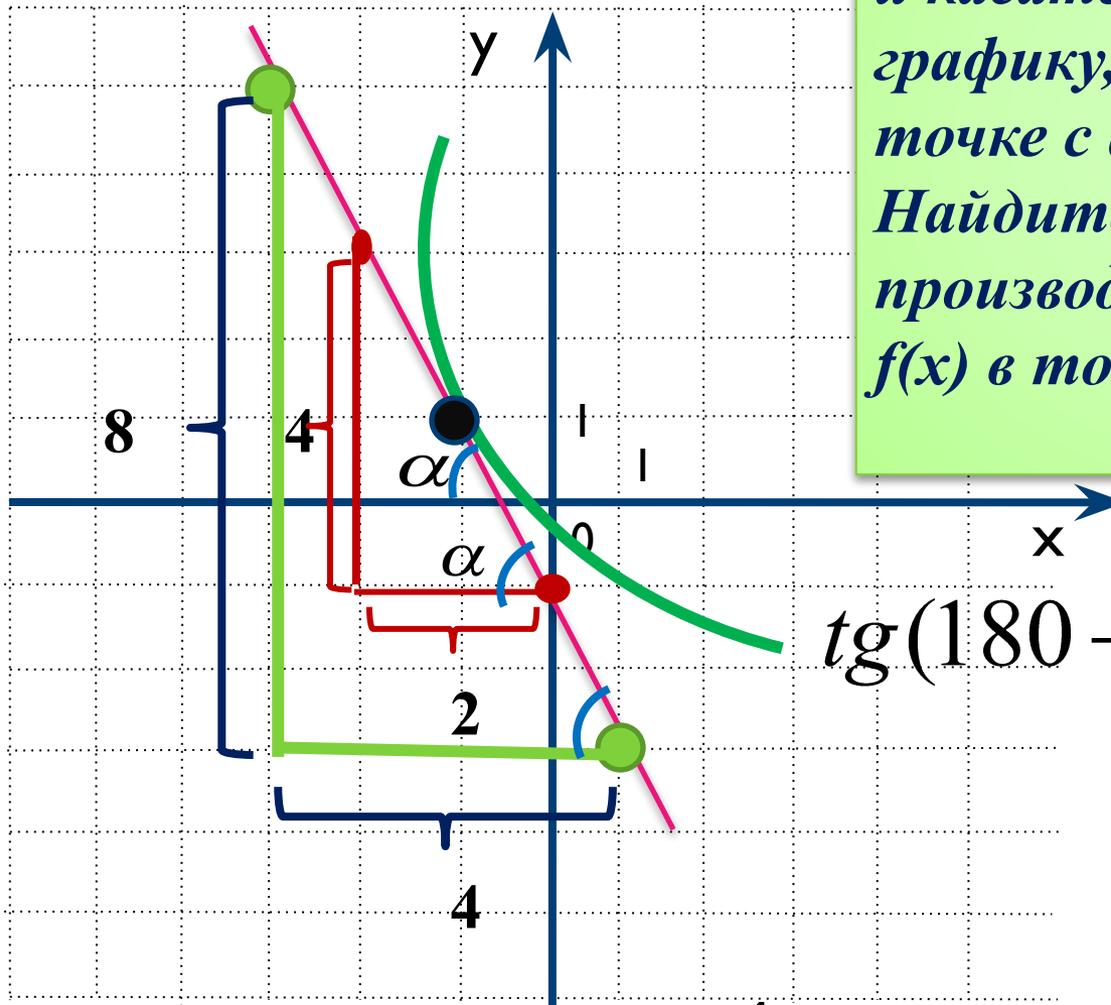
Если $\alpha = 0^\circ$, то $k = 0$. Касательная параллельна оси Ox .

□ *Острый или тупой угол образует касательная к графику функции в точке x_0 с положительной полуосью Ox ?*

□ *Чему равен тангенс угла наклона касательной к графику функции $y = x^2 + 2$ в точке $x_0 = -1$?*

Задание №1.

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведённая в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



$$\operatorname{tg}(180 - \alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg}\alpha$$

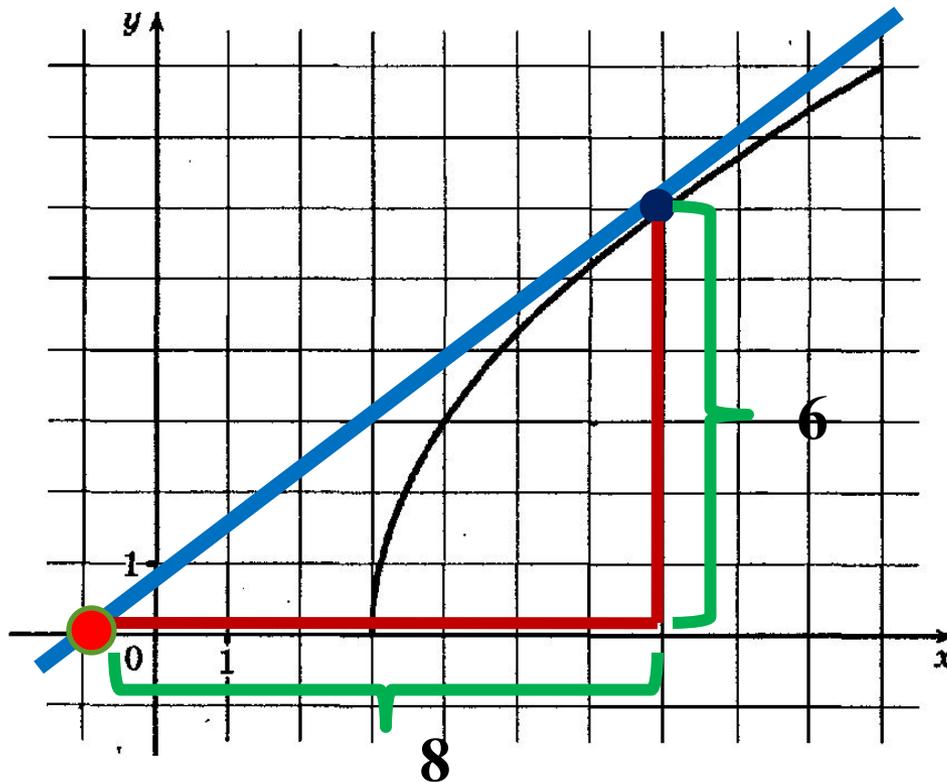
$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{4}{2}$$

$$f'(x_0) = -2$$

ПОДСКАЗКА

Задание №2.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-1; 0)$, касается графика этой функции в точке с абсциссой 7. Найдите $f'(7)$.

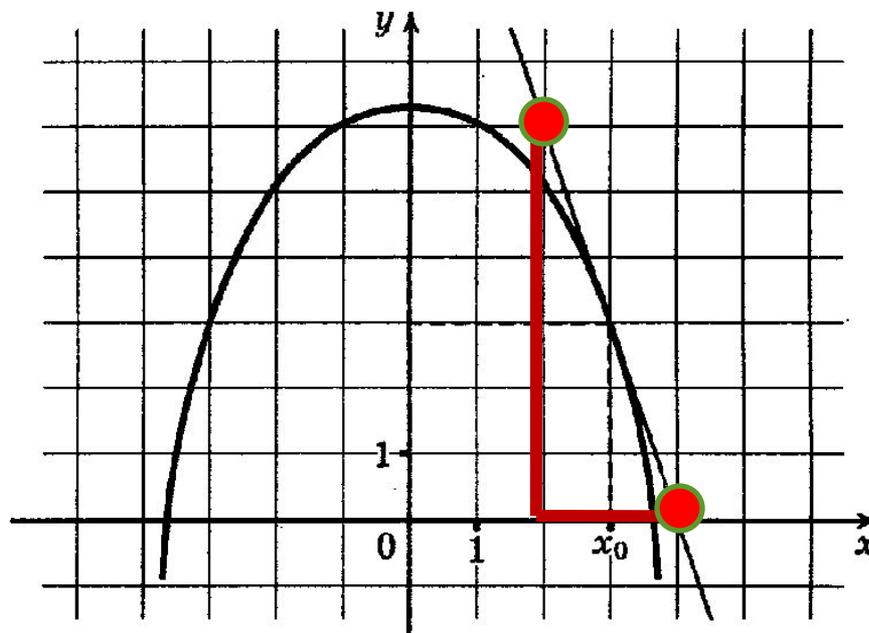


Ответ:

В 8 0 , 7 5

Задание №3.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной $f'(x)$ в точке x_0 .



Ответ:

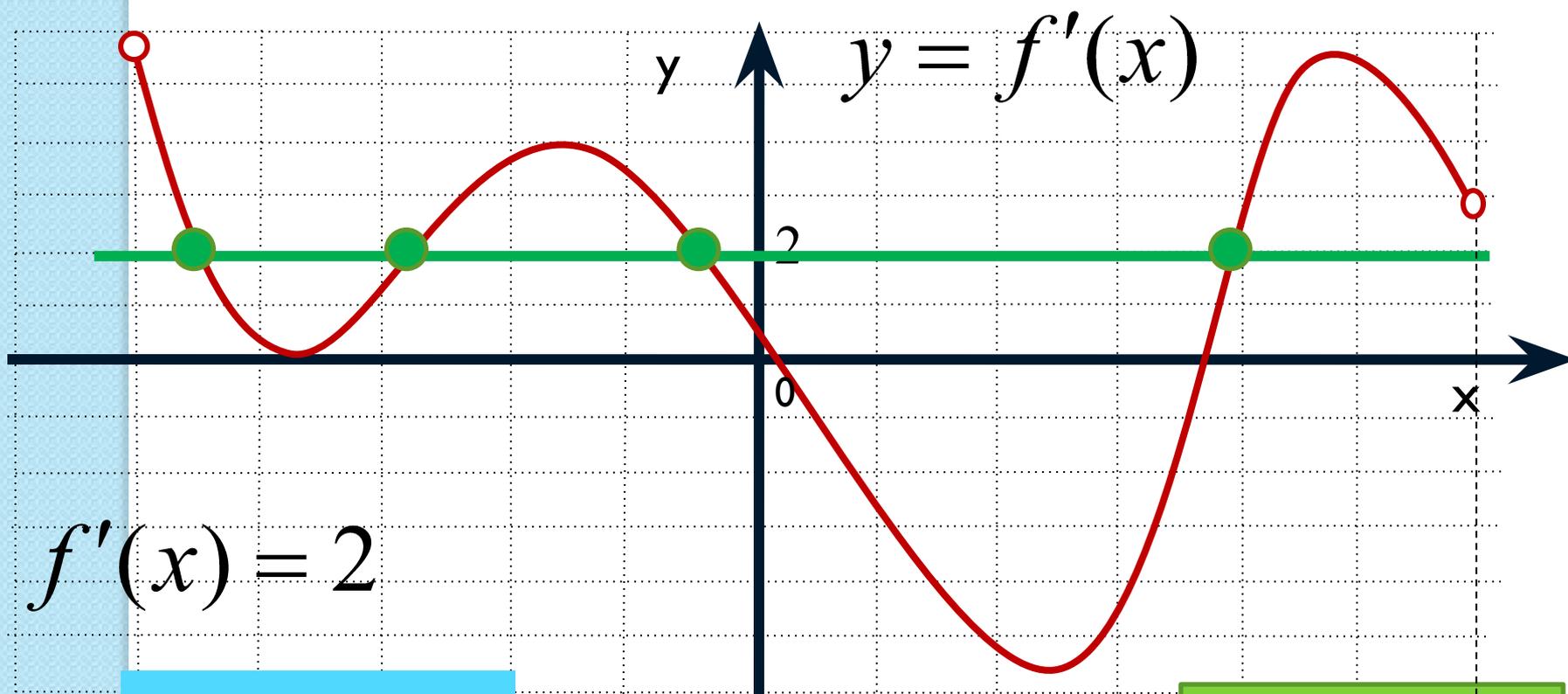
В 8

-

3

Задание №4.

На рисунке изображён график производной функции $y = f'(x)$, определённой на интервале $(-5; 6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 5$ или совпадает с ней.



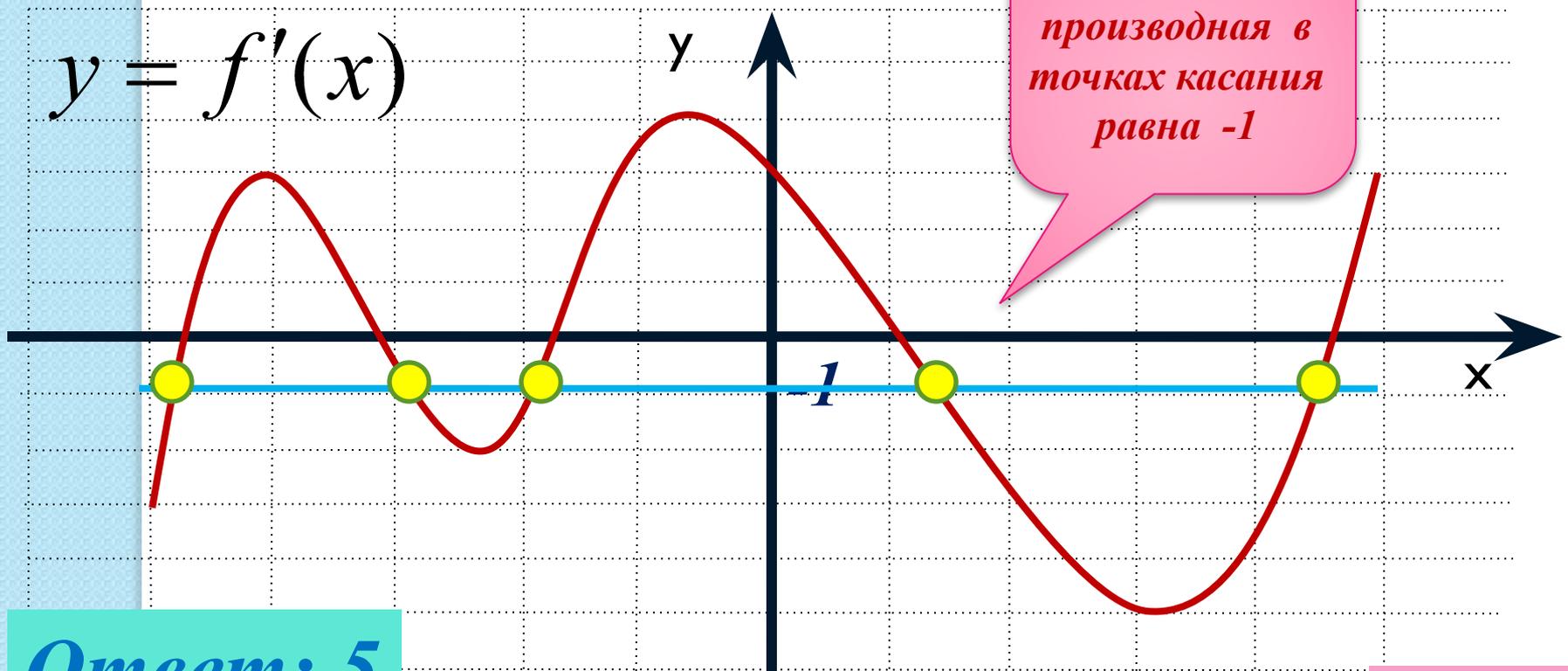
Ответ: 4

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

подсказка

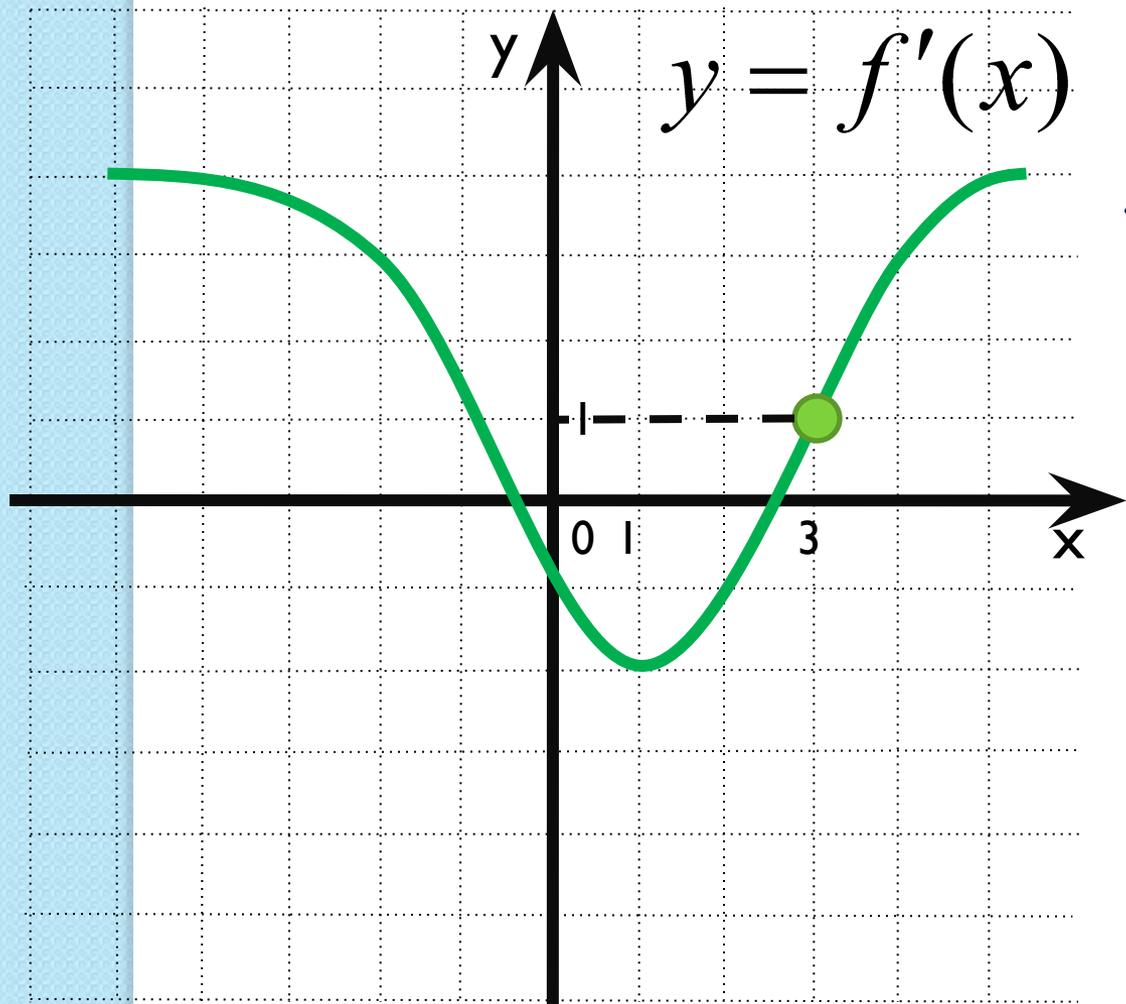
Задание №5

К графику функции $y = f(x)$ провели касательные под углом 135° к положительному направлению оси Ox . На рисунке изображён график производной функции. Укажите количество точек касания.



Ответ: 5

Задание №6



К графику функции $y = f(x)$ проведена касательная в точке с абсциссой $x_0 = 3$. Определите градусную меру угла наклона касательной, если на рисунке изображён график производной этой функции.

$$f'(x_0) = 1$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 1$$

$$\alpha = 45^\circ$$

Ответ:

В8

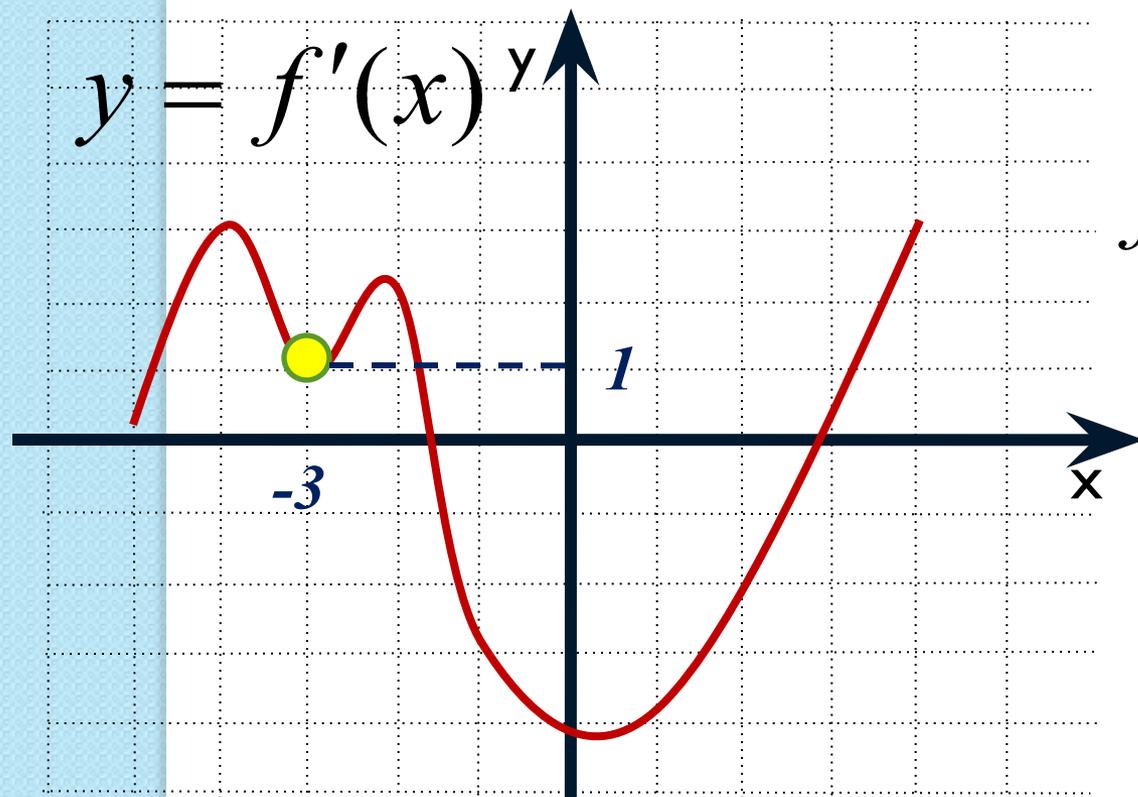
4

5

Задание №7

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н.,
г.Белый Тверской обл.

По графику производной функции определите величину угла в градусах между положительным направлением оси Ox и касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $x_0 = -3$.



$$f'(-3) = 1 = \operatorname{tg} \alpha$$

Ответ:

В8

4

5

В8	4	5					
----	---	---	--	--	--	--	--

Задание

№8

Прямая $y = 8x + 11$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 7x - 7$. Найдите абсциссу точки касания.

В8	0	,	5				
-----------	----------	----------	----------	--	--	--	--

Ответ:

[подсказка](#)

Задание

№9

Прямая $y = -4x - 11$ является касательной к графику функции $y = x^3 + 7x^2 + 7x - 6$. Найдите абсциссу точки касания.

В8	-	1					
-----------	----------	----------	--	--	--	--	--

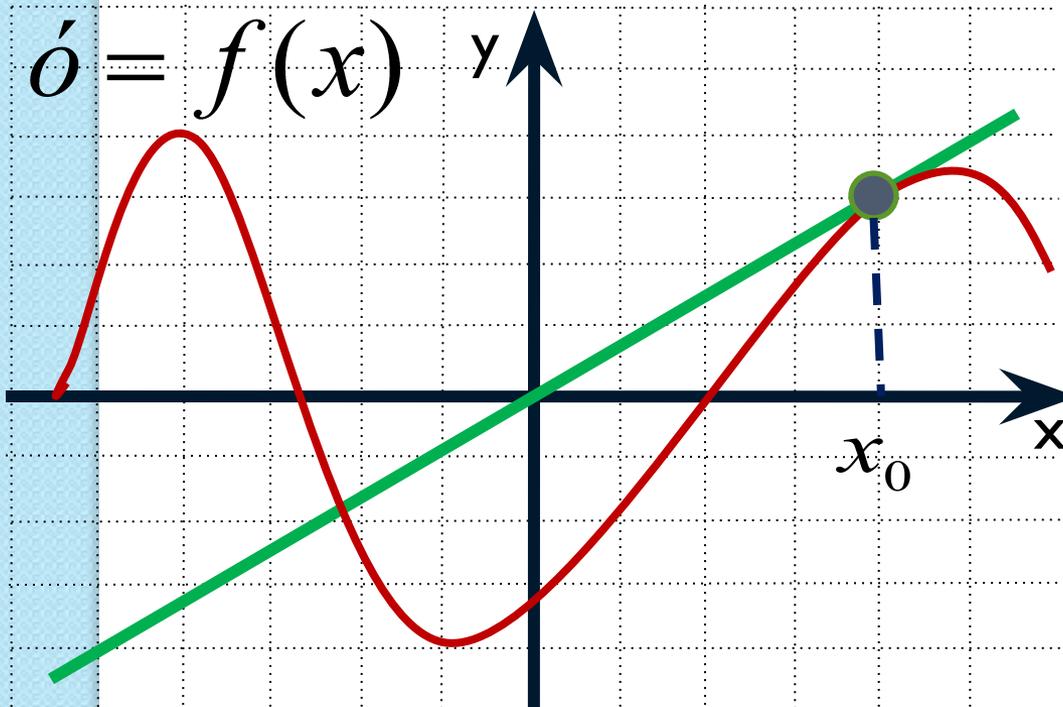
Ответ:

Учитель высшей категории Сильченкова С.Н., г.Белый Тверской обл.

[подсказка](#)

Задание №10

Прямая проходит через начало координат и касается графика функции $y = f(x)$. Найдите производную в точке $x = 4$.



Производная функции в точке $x = 4$ – это производная в точке касания x_0 , а она равна угловому коэффициенту касательной или тангенсу угла наклона касательной к положительному направлению оси ox

ПОДСКАЗКА

Ответ:

В8

0

,

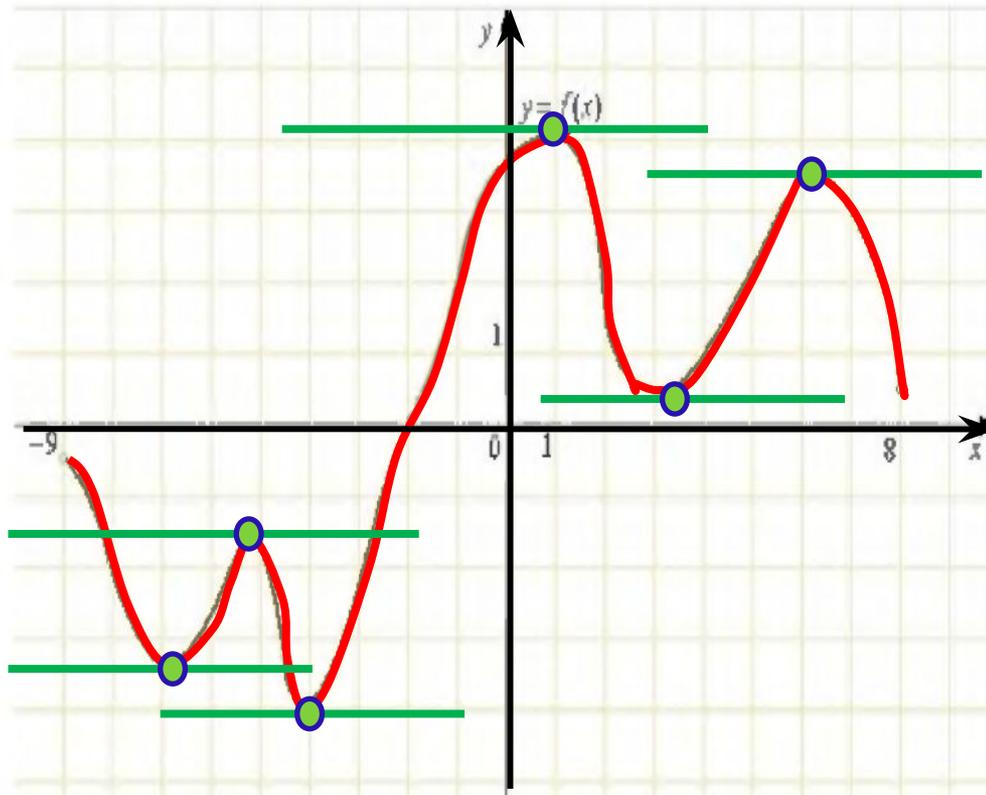
7

5

--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задание №11

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$.
Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 10$.



Ответ

В8

6

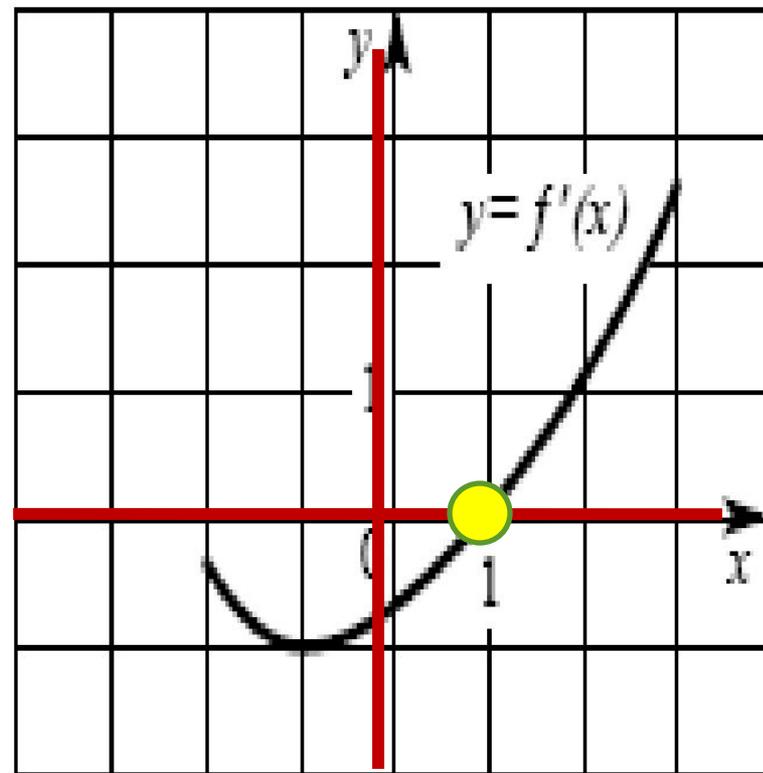
--	--	--	--	--	--	--	--	--

***Решите
самостоятельно
следующие
задания***



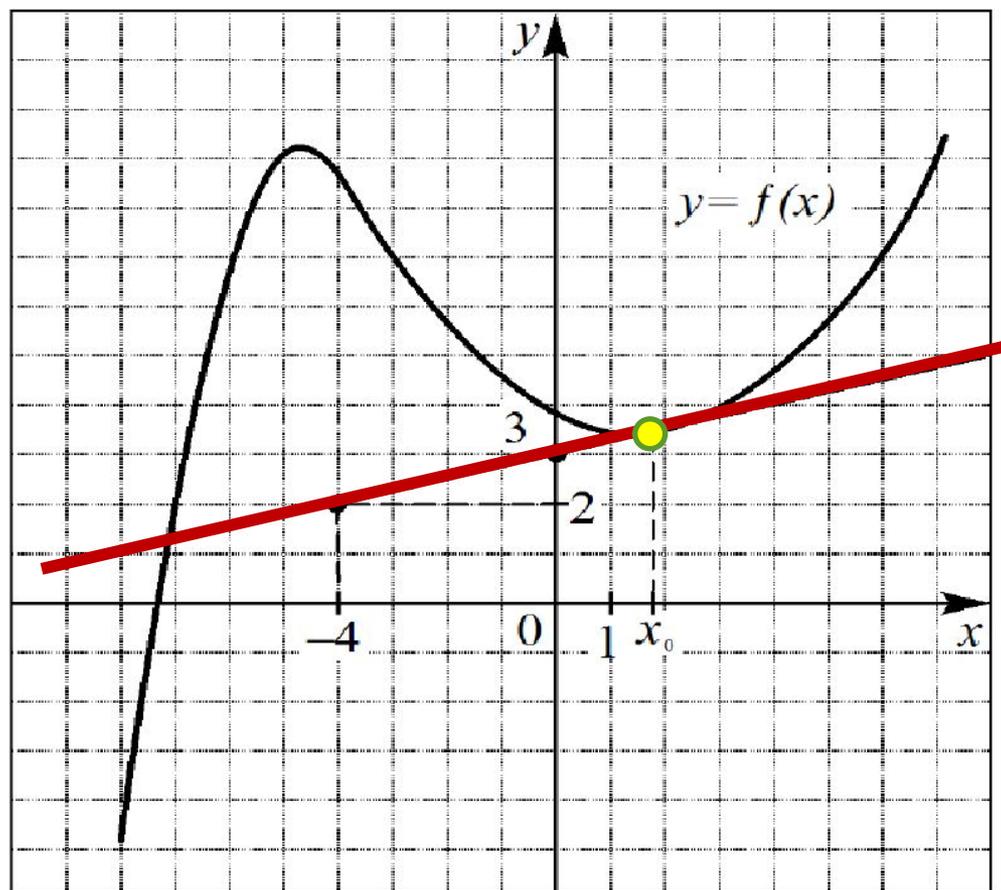
№1

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -3$ или совпадает с ней.



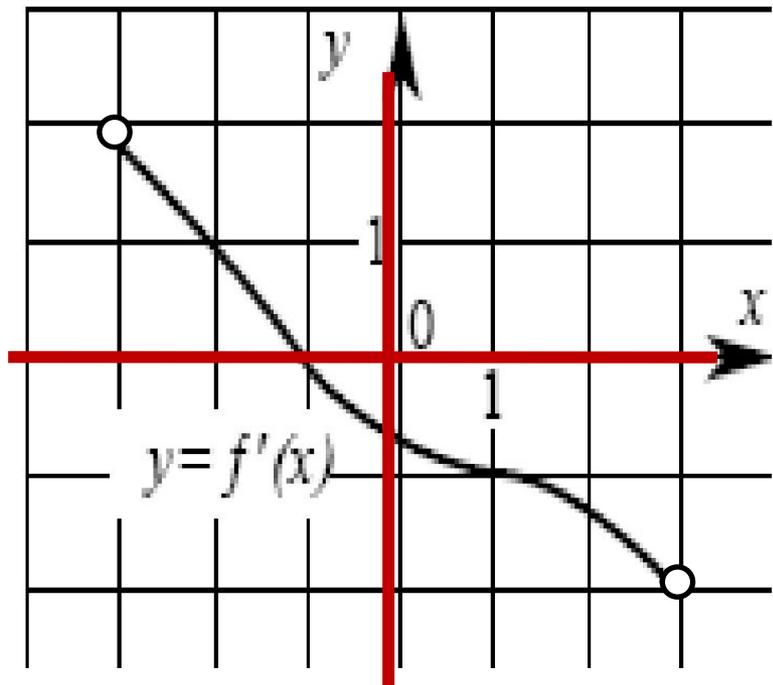
№2

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке x_0 . Пользуясь рисунком, найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



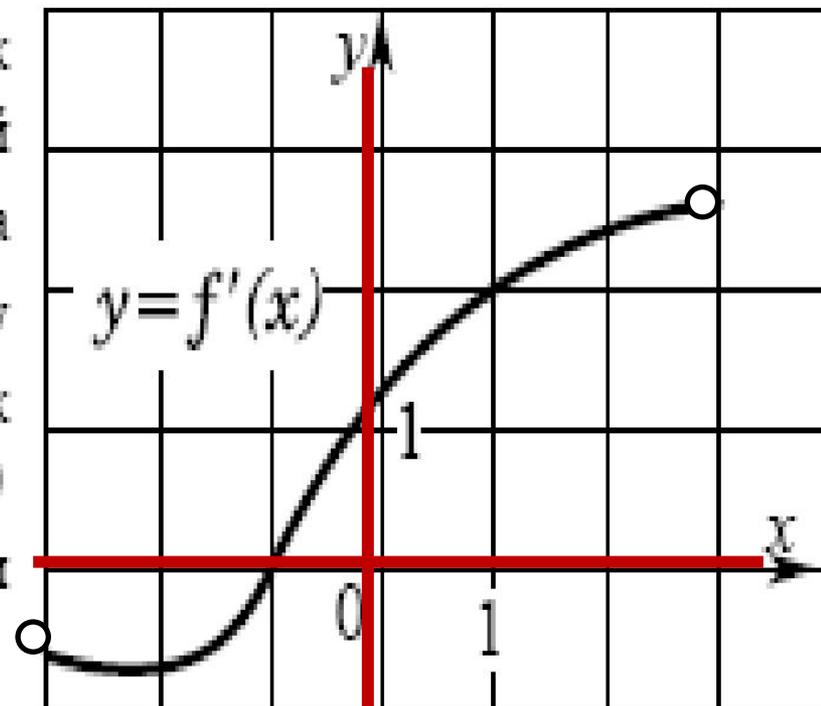
№3

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 4 - x$ или совпадает с ней.



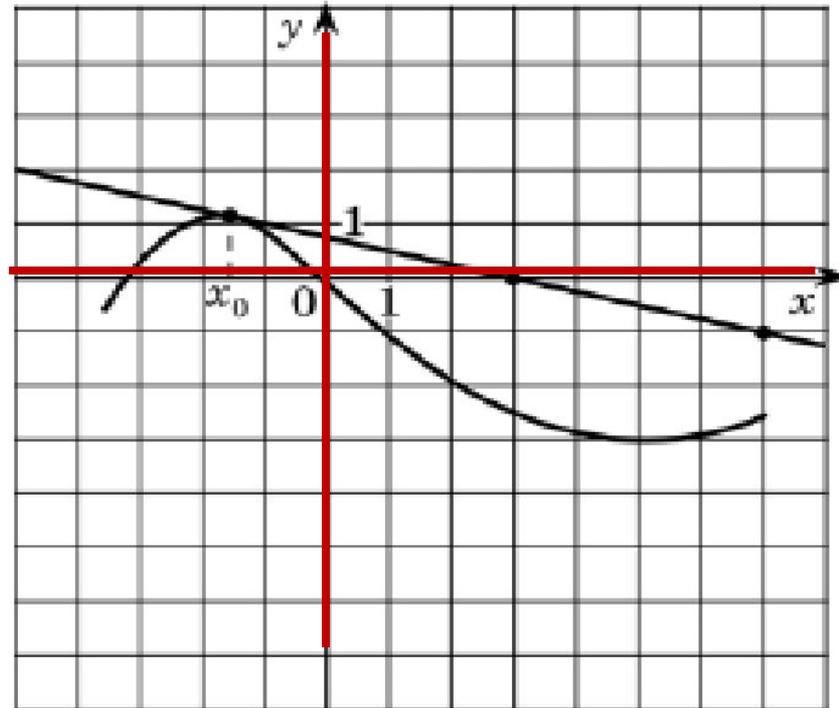
№4

На рисунке изображен график производной $y = f'(x)$ некоторой функции $f(x)$, определенной на интервале $(-3; 3)$. Укажите абсциссу точки, в которой касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x$ или совпадает с ней.



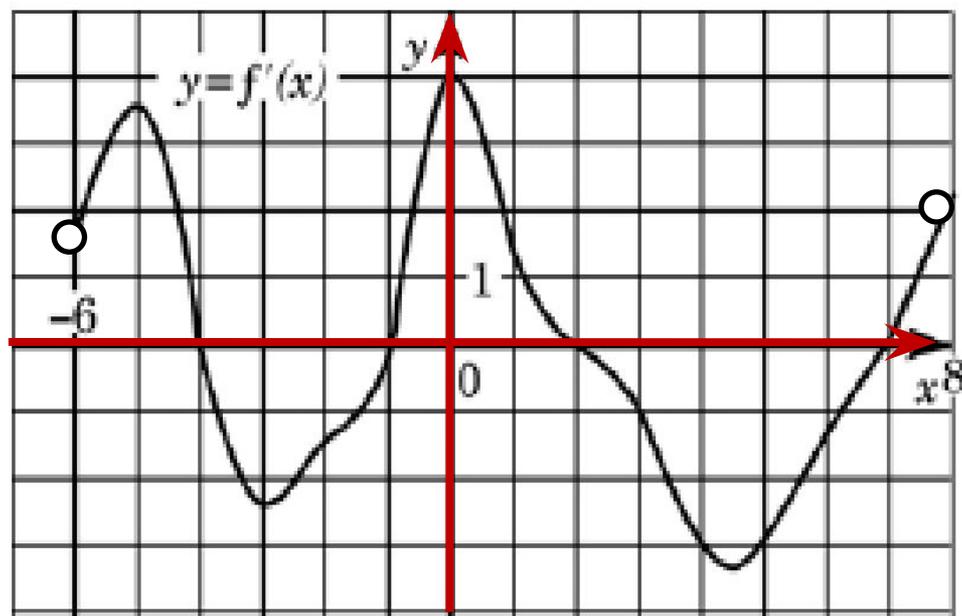
№5

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



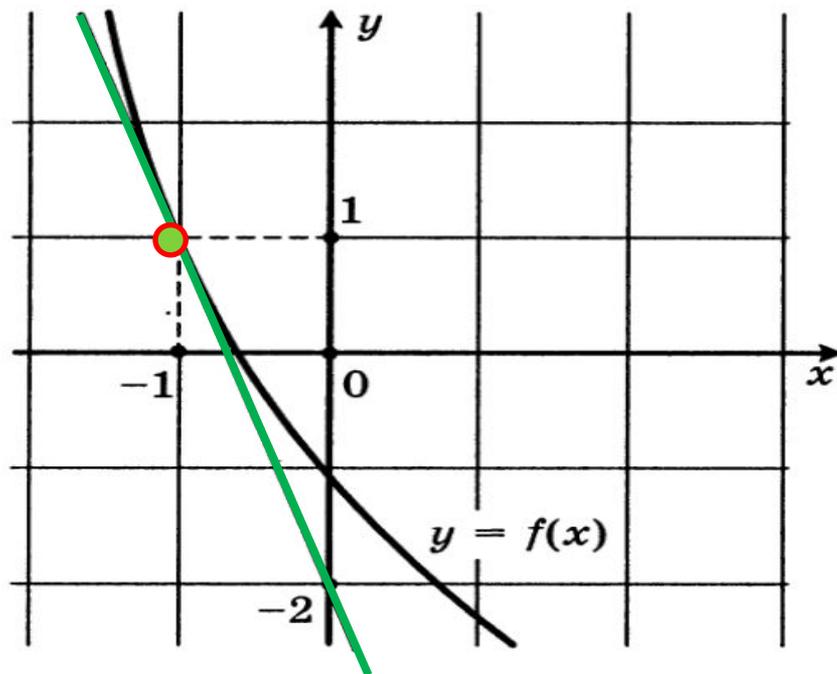
№6

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y=f(x)$ параллельна прямой $y = -2x - 7$ или совпадает с ней.



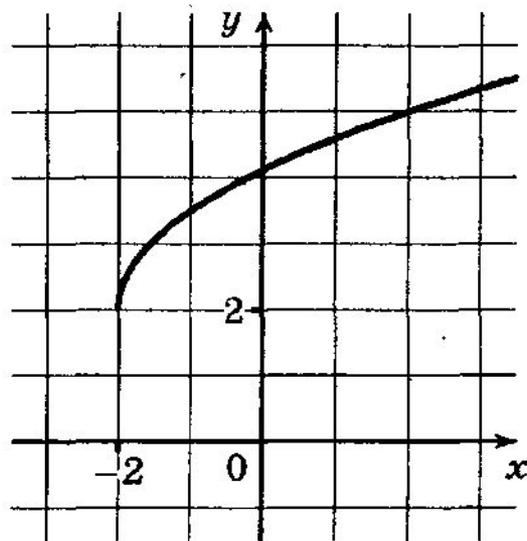
№7

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой -1 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0 = -1$.



№8

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точку $(-2; 4)$, касается этого графика в точке с абсциссой 2. Найдите $f'(2)$.



Проверьте себя

№1

1

№5

- 0, 25

№2

0, 25

№6

4

№3

1

№7

- 3

№4

1

№8

0, 25

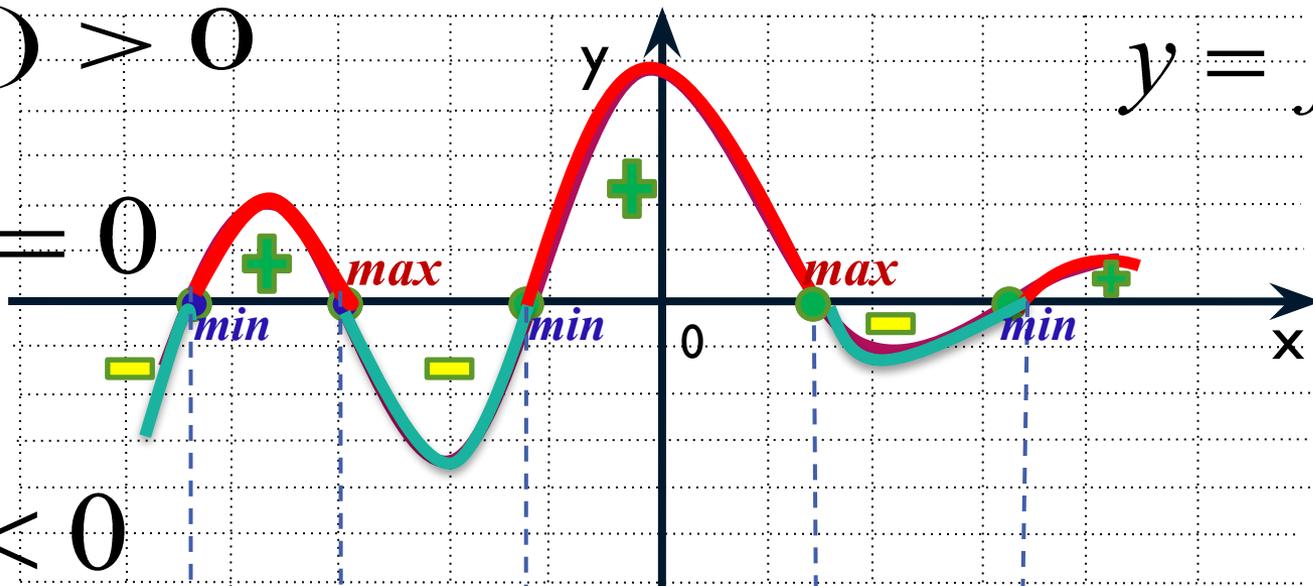
ТЕМА 2

Применение производной к исследованию функций

$$f'(x) > 0$$

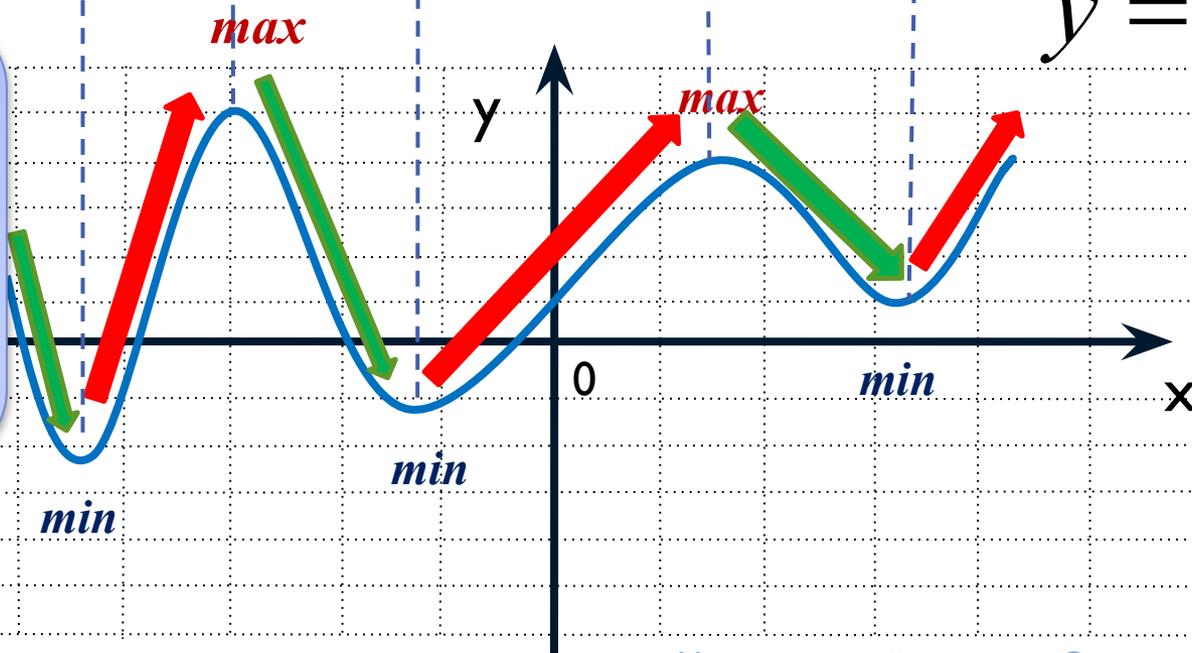
$$y = f'(x)$$

$$f'(x) = 0$$



$$f'(x) < 0$$

$$y = f(x)$$



Если производная

меняет знак с плюса

на минус при

переходе через

точку x_0 , то

x_0 -точка

максимума

Закончите

свойство предложения
а $f(x)$.

свойств
а $f'(x)$.

1 функция **возрастает** на промежутке и **имеет** на нем

2 **производную** функция **убывает** на промежутке и **имеет** на нем **производную**

3 функция **возрастает** на промежутке

4 функция **убывает** на промежутке

5 в точке x_0 функция **имеет экстремум**

6 x_0 - точка **минимума** функции

7 x_0 - точка **максимума** функции

6 проходя через точку x_0 , $f'(x)$ **меняет** **знак с «-» на «+»**

7 проходя через точку x_0 , $f'(x)$ **меняет** **знак с «+» на «-»**

4 **неверно**, что $f'(x) > 0$

3 **неверно**, что $f'(x) < 0$

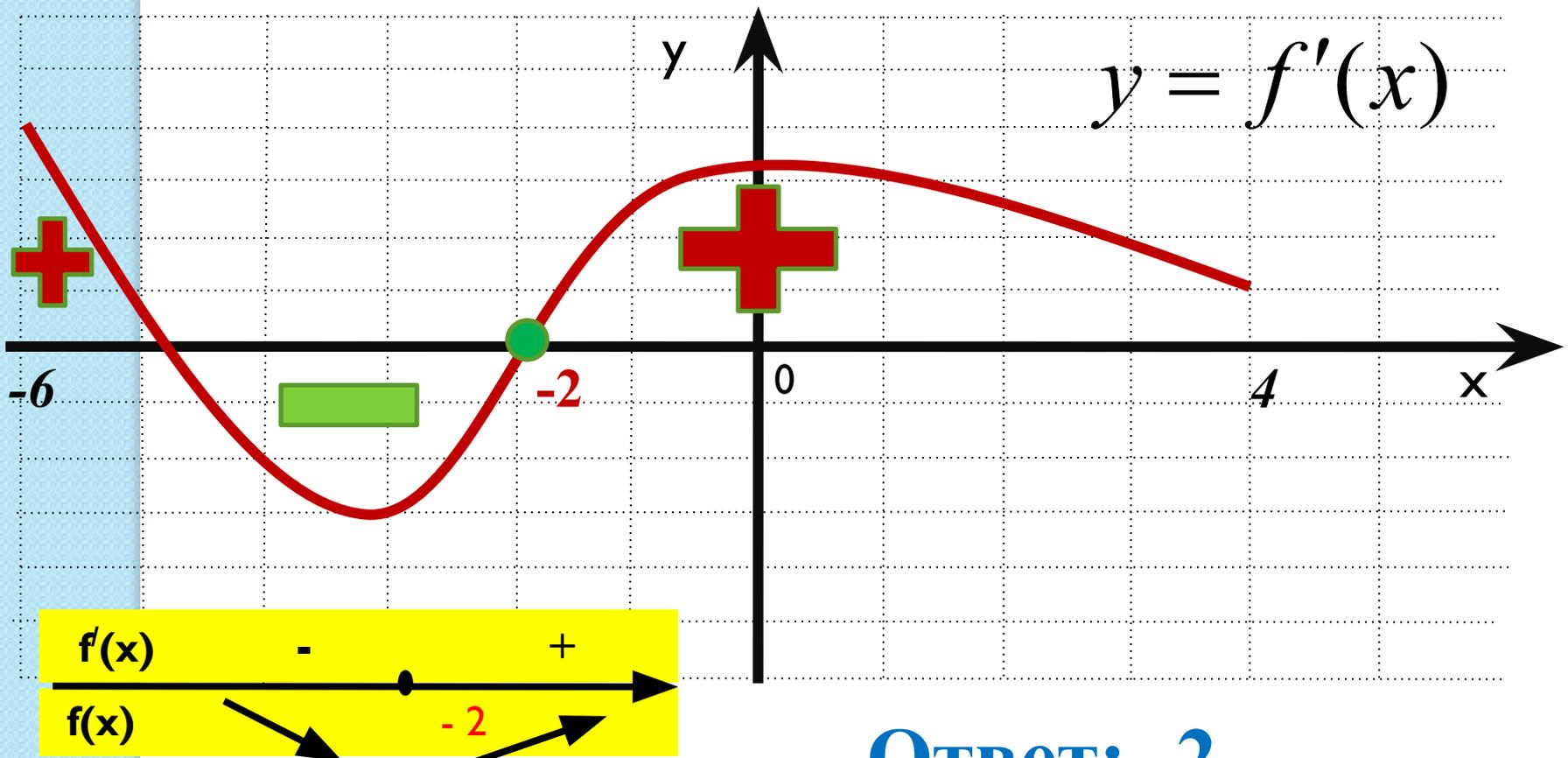
1 $f'(x) \geq 0$

2 $f'(x) \leq 0$

5 $f'(x_0) = 0$ или $f'(x_0)$ **не существует**

Задание №1.

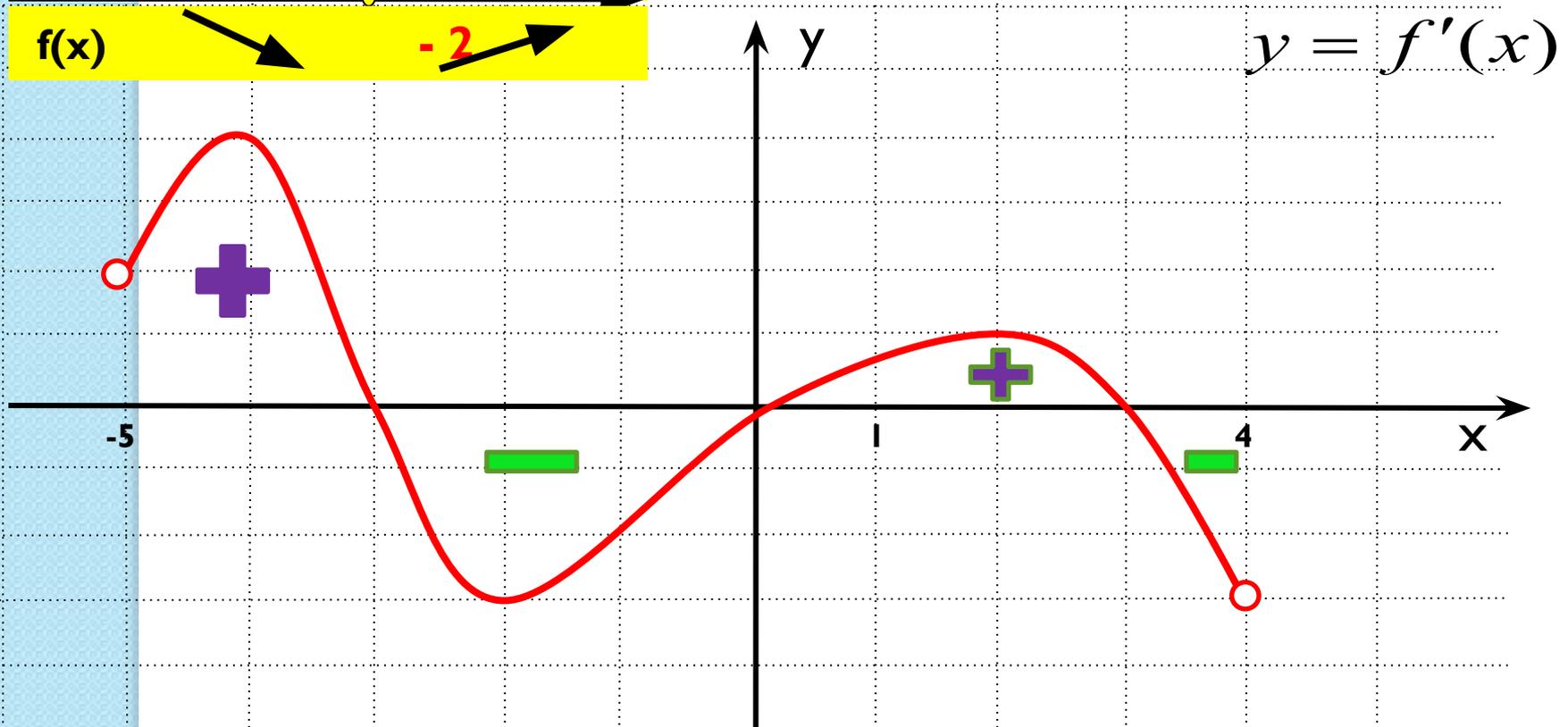
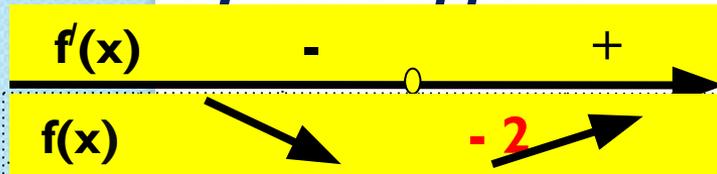
Укажите точку минимума функции $y = f(x)$, заданной на отрезке $[-6; 4]$, если на рисунке изображён график её производной.



Ответ: -2

Задание №2.

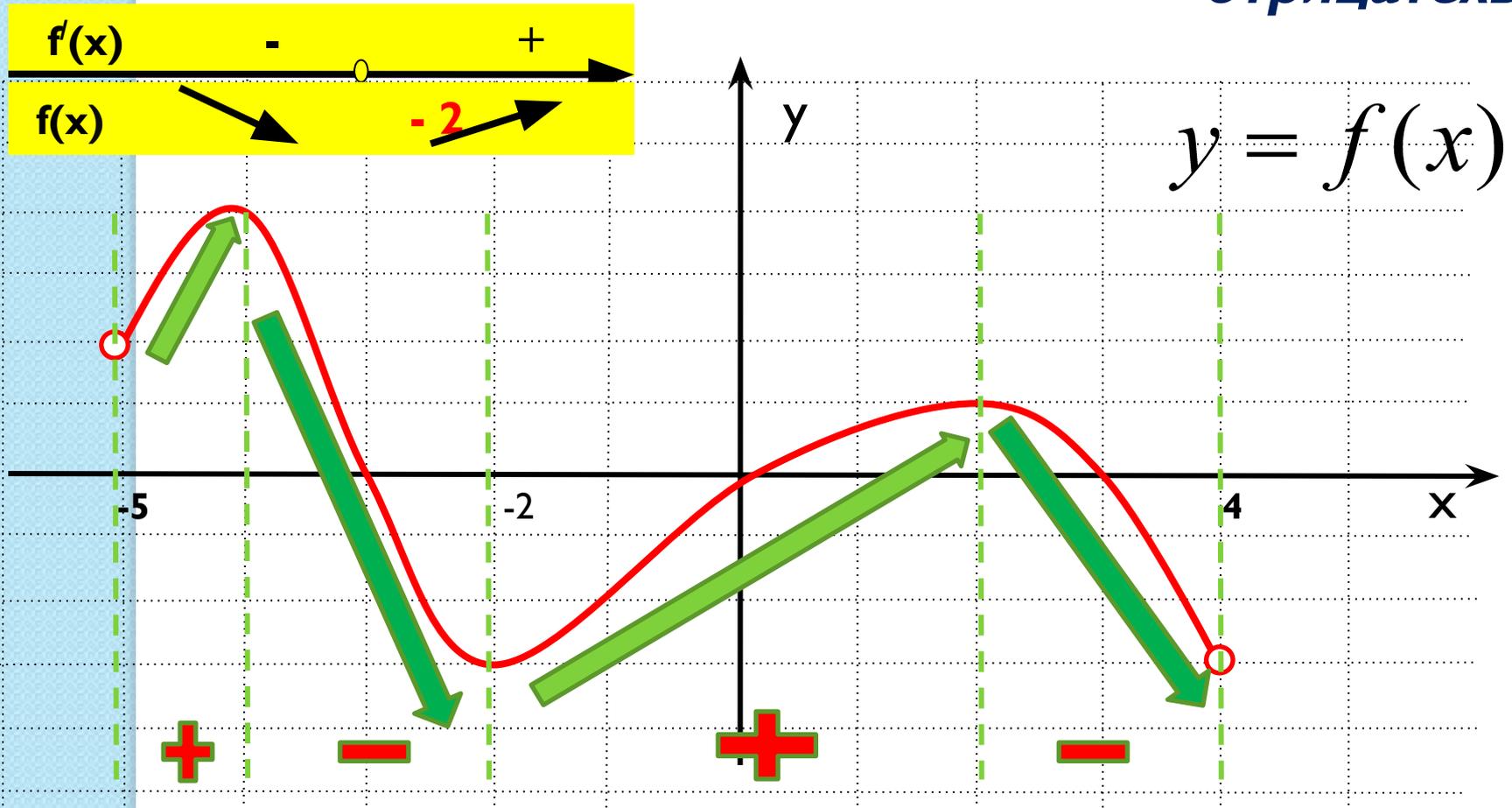
Укажите промежутки монотонности функции, используя график её производной.



Ответ: $(-5; -3], [0; 3]$ - промежутки возрастания,

$(-3; 3), (3; 4)$ - промежутки убывания

Задание №3. Используя график функции, укажите промежутки, на которых её производная положительна, отрицательна.



Производная положительна на промежутках: $(-5; -4)$, $(-2; 2)$
 Производная отрицательна на

промежутках $(-4; -2)$, $(2; 4)$

Решите

самостоятельно

следующие задания



Задание №1

Прямая $y = 7x - 5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2 + 6x - 8$. Найдите абсциссу точки касания.

Задание №2

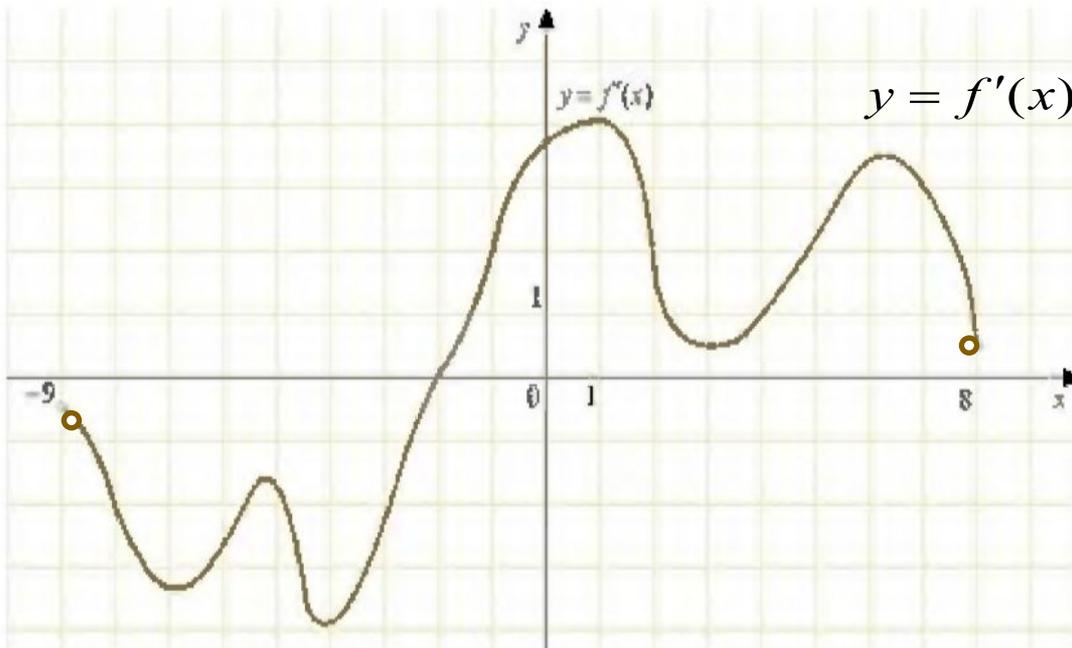
Прямая $y = 2x$ является касательной к графику функции

$$y = x^3 + 5x^2 + 9x + 3$$

Найдите абсциссу точки касания.

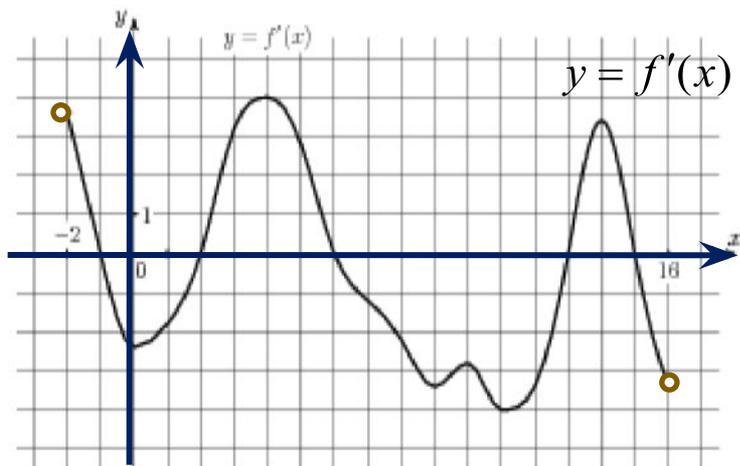
Задание №3

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. В какой точке отрезка $[1; 7]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.



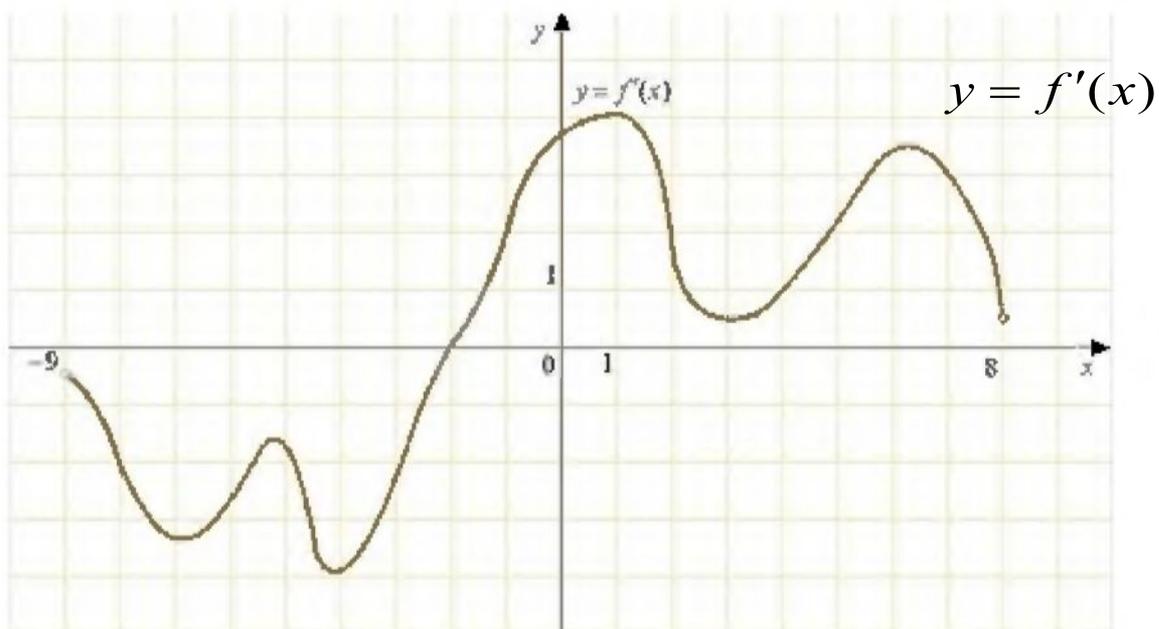
Задание №4

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-2; 16)$. Найдите промежутки убывания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



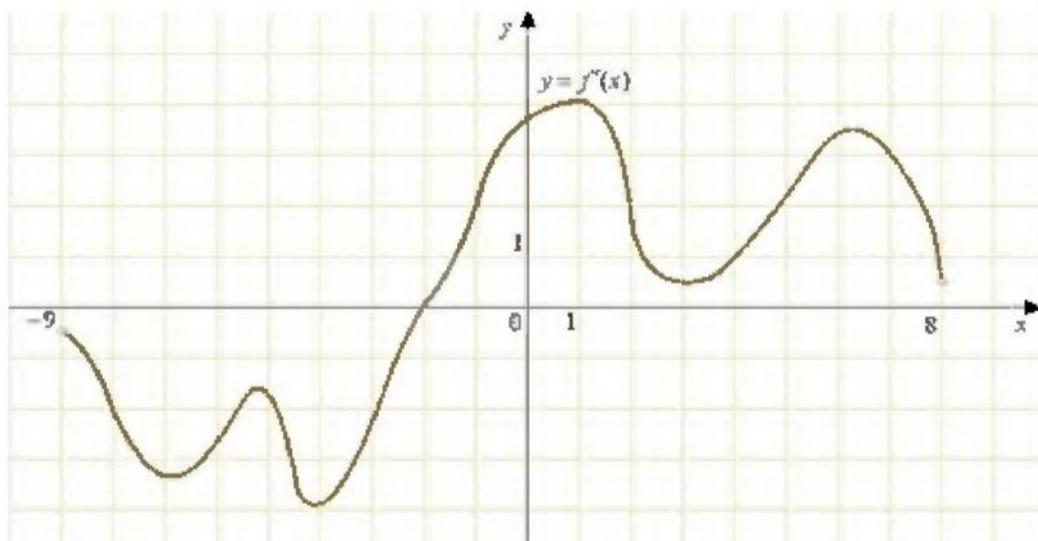
Задание №5

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$.
Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



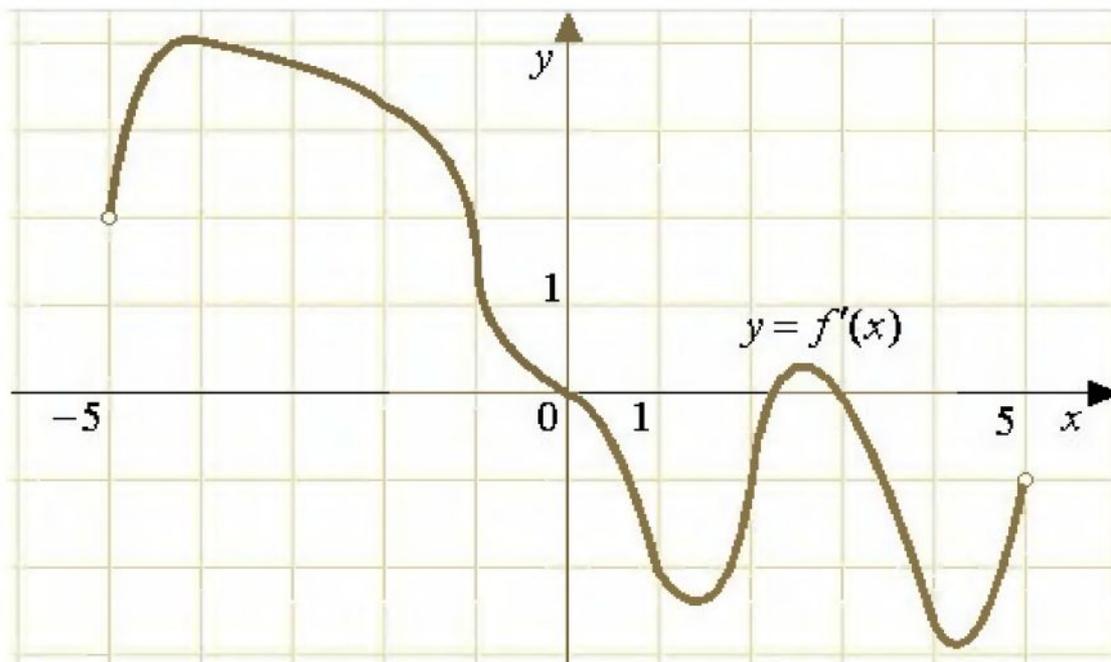
Задание №6

На рисунке изображен график производной функции $f'(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на интервале $(-3; 3)$.



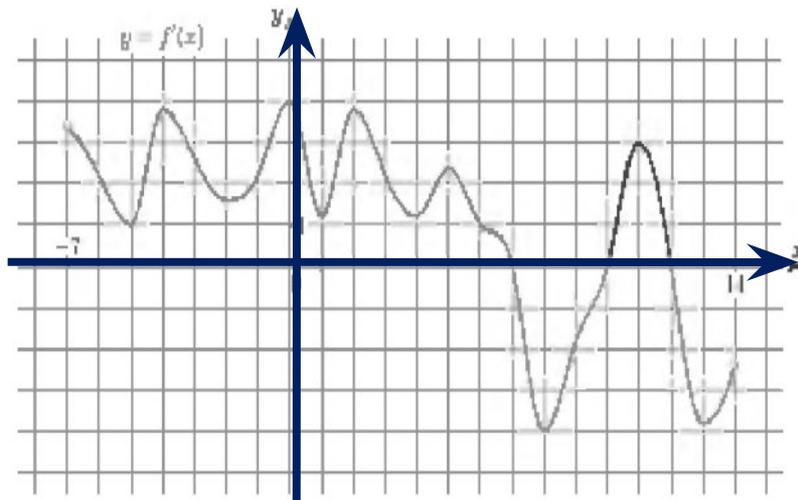
Задание №7

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-4; 4]$.



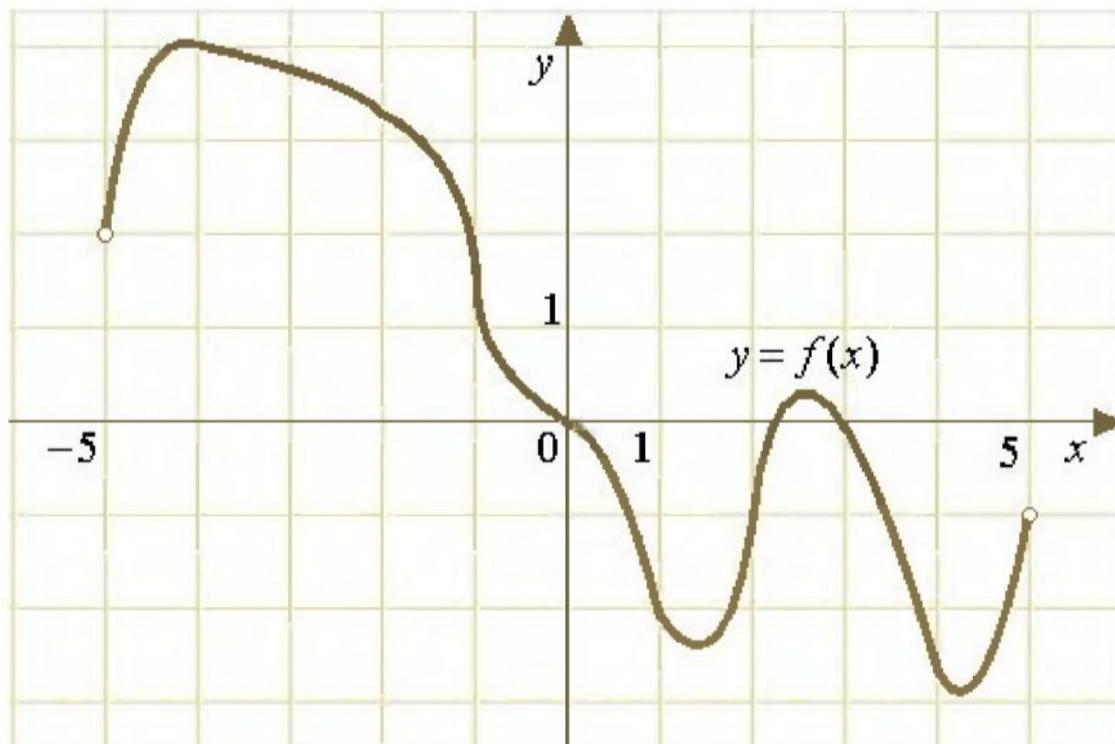
Задание №9

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-7; 14)$. Найдите количество точек максимума функции $f(x)$ на отрезке $[-6; 9]$.



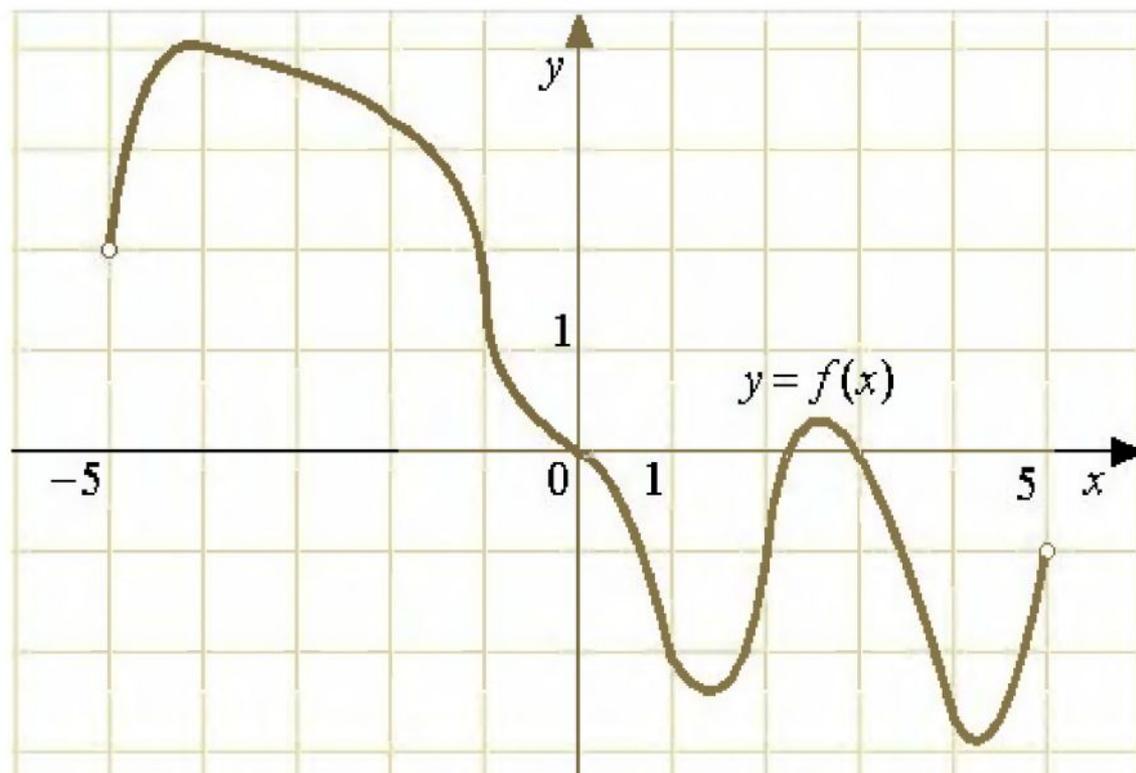
Задание №10

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$.
Определите количество целых точек, в которых производная функции $f'(x)$ отрицательна.



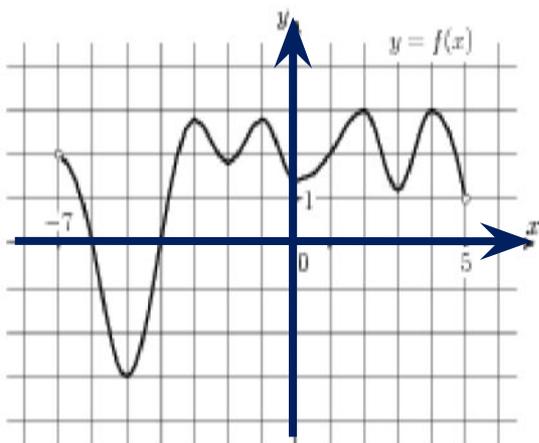
Задание №11

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$.
Определите количество целых точек, в которых производная функции $f'(x)$ положительна.

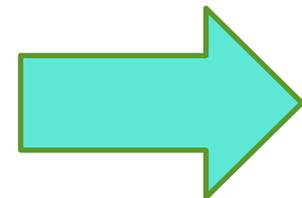


Задание №12

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-7; 5)$.
Найдите сумму точек экстремума функции $f(x)$.



Проверьте себя



1

0, 5

7

3

2

- 1

8

1

3

7

9

1

4

7

10

8

5

25

11

1

6

- 2

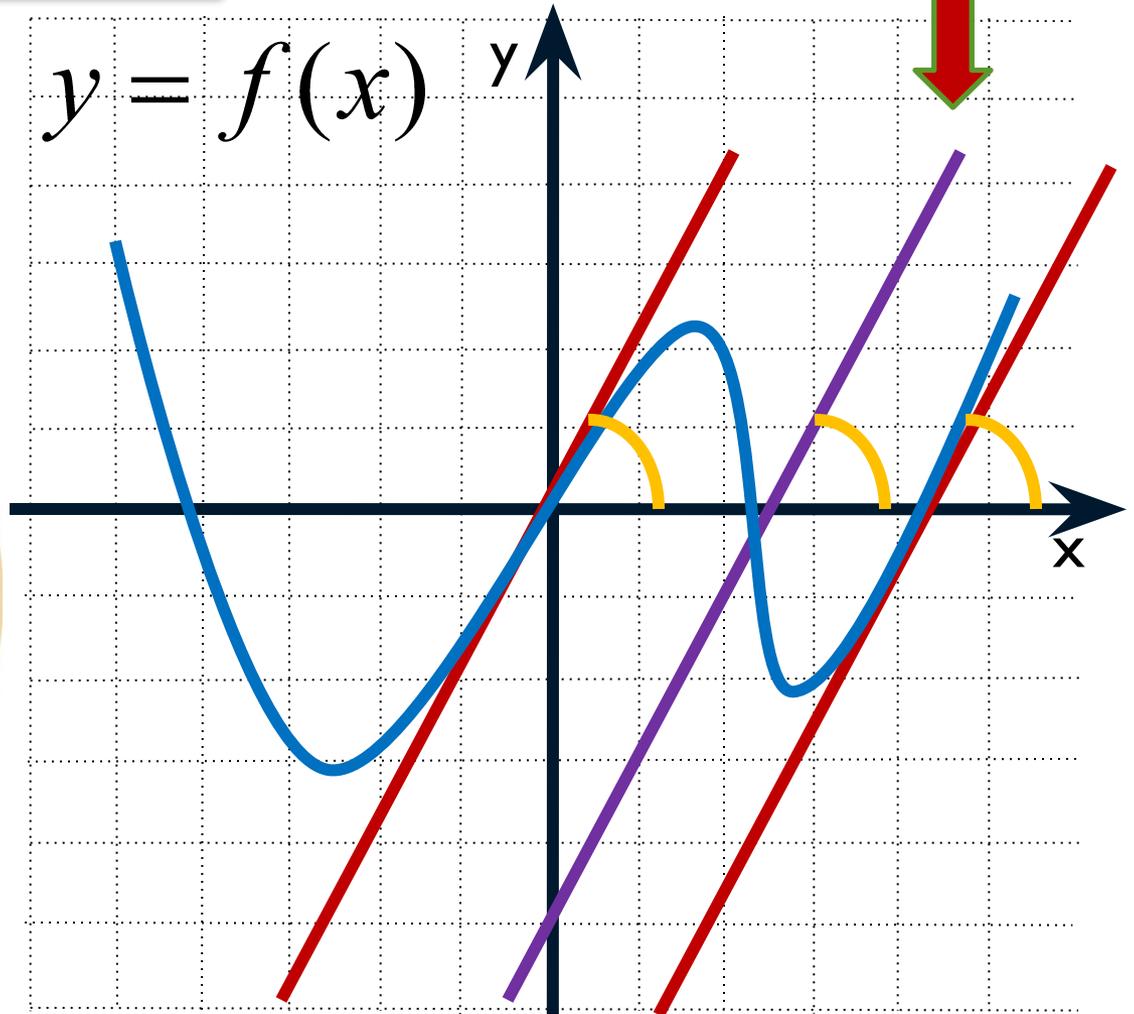
12

- 2

Угловые коэффициенты
параллельных прямых равны

$$k_1 = k_2 = k_3 = 2$$

$$y = 2x - 5$$

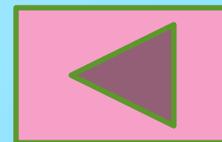


$$y = 2x + b$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

Для вычисления углового коэффициента касательной достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток u , считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, найти отношение катетов.



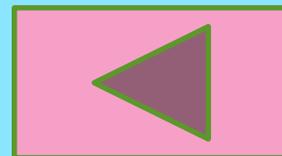
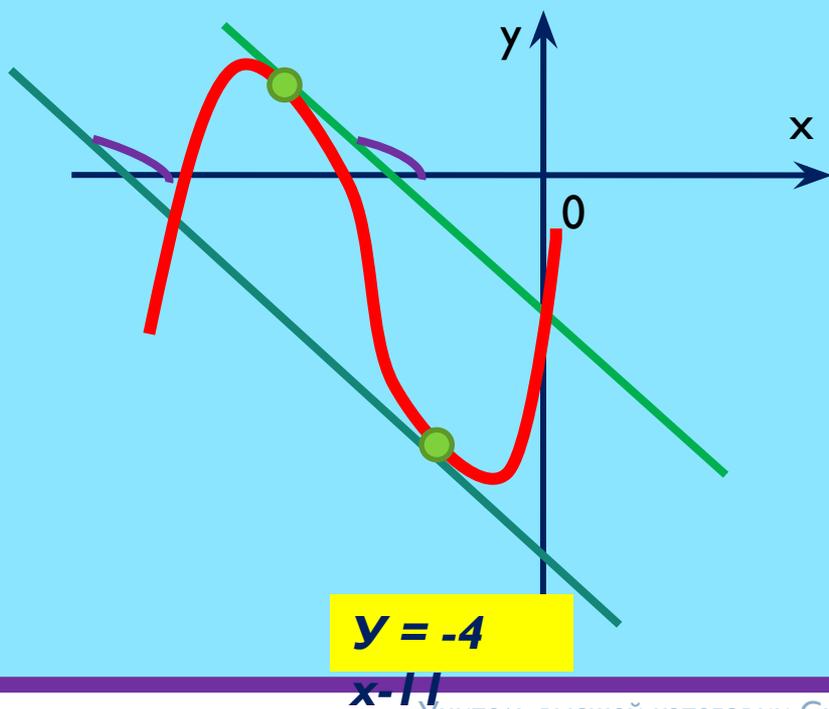
- Так как касательная параллельна прямой $y=8x+11$, то их угловые коэффициенты совпадают, т.е. угловой коэффициент касательной равен восьми **$k = 8$** .

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$$

x_0 – абсцисса искомой точки касания



- В результате решения будут найдены абсциссы двух точек касания, которые принадлежат графику данной функции.
- Но только одна из этих точек принадлежит касательной $y = -4x - 11$, чтобы определить какая, нужно найденные абсциссы подставить в оба из данных уравнений. Должны получиться верные равенства.



Поставьте себе оценку за самостоятельные работы

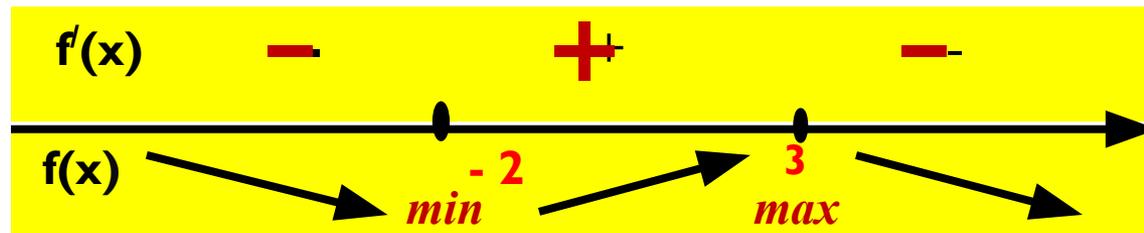
<u>Балл</u>	<u>Оценка</u>
19-20	5
15-18	4
10-14	3
0-9	2

Верно выполненное задание – 1 балл. Каждая консультация учителя во время самостоятельной работы снимает 0,5 балла

Памятка

- Чтобы найти угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке или значение производной функции в точке, надо найти тангенс угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox . Для этого достаточно найти отрезок касательной с концами в вершинах клеток и, считая его гипотенузой прямоугольного треугольника, **найти отношение противолежащего катета к прилежащему.**
- Если на рисунке нет касательной, но известны точки, через которые она проходит, сначала надо провести касательную, а потом рассмотреть прямоугольный треугольник, в котором найти отношение катетов.
- Если **угол** наклона касательной к положительному направлению оси Ox **острый**, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке **положительны.**
- Если **угол** наклона касательной к положительному направлению оси Ox **тупой**, то угловой коэффициент касательной и значение производной функции в точке **отрицательны.**

- *Вспомнить связь функции и её производной поможет рисунок*



- *Точки экстремума(максимума и минимума) следует искать среди критических точек (производная равна нулю или не существует).*
- *Если производная меняет свой знак с плюса на минус при переходе через точку x_0 , то x_0 – точка максимума.*
- *Если производная меняет свой знак с минуса на плюс при переходе через точку x_0 , то x_0 – точка минимума.*
- *Если функция на отрезке возрастает, то своё наименьшее значение она принимает на левом конце отрезка, а наибольшее - на правом.*
- *Если функция на отрезке убывает, то своё наименьшее значение она принимает на правом конце отрезка, а наибольшее - на левом .*

Рефлекси



У меня всё
получилось!
!!

Надо
ещё
примеров.
решить
пару

Ну
придумал
математику!
кто
эту





Спасибо за работу!

Автор: учитель высшей категории
МОУ «Бельская СОШ» Тверской
области Сильченкова Светлана
Николаевна