По геометрическому смыслу производной, значение производной функции f(x) = e^x в точке x_0 = 0 равно tg45^0 = 1. Таким образом, f'(0) = $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{e^{\Delta x} - e^0}{\Delta x}$ = 1.

План нахождения производной функции f(x) = e^x.

1.Нах $e^{x+\Delta x} - e^x = e^x\left(e^{\Delta x} - 1\right)$; ие функции Δf:

Δf =

2.Вычислим отношен $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ е $\frac{e^{x_0}(e^{\Delta x}-1)}{\Delta x} = e^{x_0}\frac{e^{\Delta x}-1}{\Delta x} \to e^{x_0}$ функ e^{x_0} и к приращению аргумента = 1 = при Δx→0. e^x гда по определению производной получаем: $(e^x)' = e^x$

y' = или

любом при x.

$e^{x+\Delta x} - e^x = e^x(e^{\Delta x} - 1)$;

По основному логарифмическому тождеству $e^{\ln x}$ = x =

при всех положительных *x*, т.е. в этом равенстве справа и слева стоит одна и та же функция, определенная на R_+. Поэтому производные X и $e^{\ln x}$ равны.

$x' = 1$. Производную правой части вычисляем по правилу нахождения сложной функции

$(e^{\ln x})' = e^{\ln x}(\ln x)' = x \cdot (\ln x)'$. Имеем $1 = x(\ln x)'$

$(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Основное логарифмическое тождество

$a^{\log_a N}$ **= N,** N > 0, a > 0, a $\neq 1$.

1. Найдите числовое значение:

$a^{\log_a 2}$

$a^{3\log_a 2}$

$e^{2\ln x}$

2. Представьте в виде степени с основанием **е**:

4

6

а

4^x

6^x

a^x

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a N} = N, \quad N > 0,\ a > 0,\ a \neq 1.$$

1. Найдите числовое значение:

$a^{\log_a 2}$ 2

$a^{3\log_a 2}$ 8

$e^{2\ln x}$ x^2

2. Представьте в виде степени с основанием **e**:

4 $e^{\ln 4}$

6 $e^{\ln 6}$

a $e^{\ln a}$

4^x $e^{x\ln 4}$

6^x $e^{x\ln 6}$

a^x $a^{x\ln a}$

Найдем производные полученных функций:

$$\left(e^{x\ln 4}\right)' = e^{x\ln 4}\cdot\ln 4 = 4^x \ln 4$$

$$\left(e^{x\ln 6}\right)' = e^{x\ln 6}\ln 6 = 6^x\ln 6$$

$$\left(a^{x\ln a}\right)' = e^{x\ln a}\ln a = a^x \ln a$$

$$\left(a^{x\ln a}\right)' = a^x\cdot\ln a$$

Формула перехода от одного основания логарифма к другому $\log_a x = \dfrac{\log_b x}{\log_b a}$

Найти производную: а) $(\log_2 x)' = \left(\dfrac{\ln x}{\ln 2}\right)'$ $\left(\dfrac{1}{\ln 2} \cdot \ln x\right)' = \dfrac{1}{x \ln 2}$;

б) $(\log_3 x)' = \left(\dfrac{\ln x}{\ln 3}\right)' = \left(\dfrac{1}{\ln 3} \cdot \ln x\right)' = \dfrac{1}{x \ln 3}$;

в) $(\log_a x)'$ $\left(\dfrac{\ln x}{\ln a}\right)'$ $\left(\dfrac{1}{\ln a} \cdot \ln x\right)'$ $\dfrac{1}{x \ln a}$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}.$$

I уровень

Задание	Ответы			
	1	2	3	4
1. Найдите значение производной функции при x = 0. а) $y = 3^x$	**0**	$\ln 3$	**1**	**– 1**
б) $y = x \cdot 2^x$	**– 2**	**– 1**	**1**	**2**
в) $y = \log_2(x+1)$	$-\frac{1}{\ln 2}$	$\frac{1}{\ln 2}$	**1**	**–1**
2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 2^x + \cos x$ в его точке с абсциссой $x_0 = 0$.	$\ln 2$	$-\ln 2$	**1**	$\frac{1}{\ln 2}$

II уровень.

1. Найдите значение $f'(e^2)$, если $f(x) = \dfrac{x}{\ln x}$

1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{3}{4}$; 3) e^2 ; 4) e^4

2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции у = $5^{tgx-\cos x}$ в его точке с абсциссой x_0 = 0.

Ответ :_______________

3. Докажите, что функция у = $\log_3(1-3x)$ убывает на D(у).

I

уровень

1. Найдите значение производной функции при $x = 0$.

а) $y = 3^x$. Решение. $(3^x)' = 3^x \ln 3$. $f'(0)$ $3^0 \ln 3$ $\ln 3$. Ответ: 2.

б) $y = x \cdot 2^x$. Решение. (2^x) $'$ = 2^x + $(2^x)'$ = 2^x + $x \cdot 2^x \ln 2$.

$f'(0) = 2^0 + 0 \cdot 2^0 \ln 2 = 1$. Ответ: 3.

в) $y = \log_2(x+1)$. Решение $(\log_2(x+1))' = \frac{1}{(x+1)\ln 2}$.

$f'(0) = \frac{1}{(0+1)\ln 2} = \frac{1}{\ln 2}$. Ответ: 2.

2. Найдите угловой коэффициент касательной, проведенной к графику функции $y = 2^x + \cos x$ в его точке с абсциссой $x_0 = 0$.

Решение. Так как угловой коэффициент касательной равен $f'(x_0)$. Найдем производную функции: $f'(x) = (2^x + \cos x)' = 2^x \ln 2 - \sin x$. $K = f'(0) = 2^0 \ln 2 - \sin 0 = \ln 2$. Ответ: 1.

II уровень

1. Найдите значение $f'(e^2)$, если $f(x) = \frac{x}{\ln x}$.

Решение. $f'(x) = \frac{x' \cdot \ln x - x \cdot (\ln x)'}{(\ln x)^2} = \frac{1 \cdot \ln x - x \cdot \frac{1}{x}}{(\ln x)^2} = \frac{\ln x - 1}{(\ln x)^2}$.

$f'(e^2) = \frac{\ln e^2 - 1}{(\ln e^2)^2} = \frac{1}{4}$.

Ответ: 1.

2. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $y = 5^{tgx - \cos x}$ в его точке с абсциссой $x_0 = 0$.

Решение. Так как тангенс угла наклона касательной равен $f'(x_0)$. Найдем производную функции: $y' = (5^{tgx - \cos x})' = 5^{tgx - \cos x} \ln 5 \cdot \left(\frac{1}{(\cos x)^2} + \sin x\right)$.

$tg\alpha = 5^{tg0 - \cos 0} \ln 5 \cdot \left(\frac{1}{(\cos 0)^2} + \sin 0\right) = 5^{-1} \ln 5 \cdot 1 = \frac{\ln 5}{5}$.

Ответ: $\frac{\ln 5}{5}$.

3. Докажите, что функция $y = \log_3(1 - 3x)$ убывает на D(y).

Решение. Область определения данной функции промежуток $(-\infty; \frac{1}{3})$;

$y'(x) = \frac{-3}{(1-3x)\ln 3} < 0$ на интервале $(-\infty; \frac{1}{3})$, следовательно, функция

$y = \log_3(1 - 3x)$ убывает на D(y).