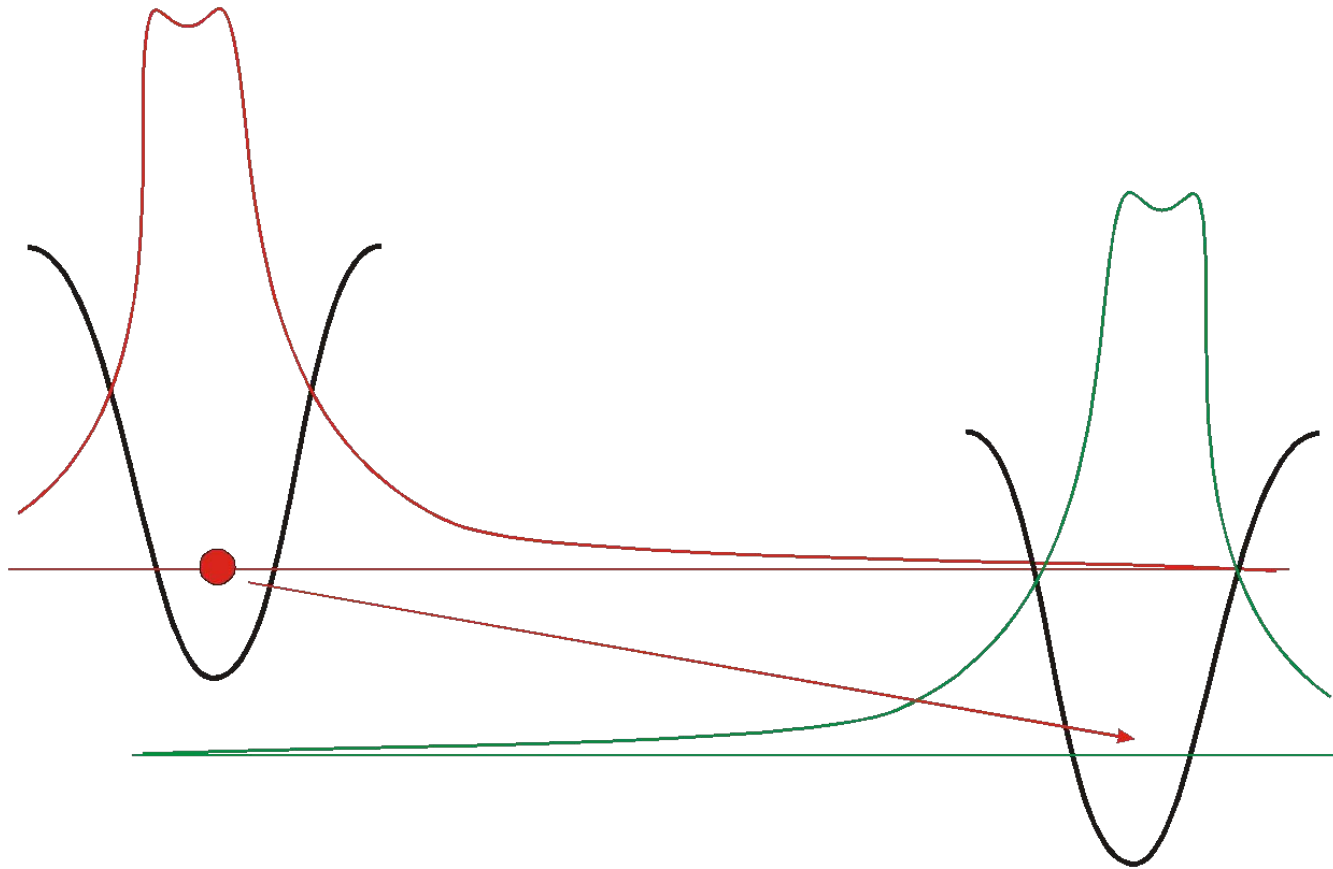


# Прыжковая проводимость



**Общее определение:**

$$\psi \rightarrow f(r) e^{-r/\xi} \quad \text{при} \quad r \rightarrow \infty$$

### Примеры локализованных состояний

I. *Центрально-симметричная прямоугольная трехмерная потенциальная яма*

$$U(r) = \begin{cases} 0, & r > a \\ -U_0, & r < a \end{cases} \quad \left| \quad \psi \propto \frac{1}{r} e^{-r/\xi}, \quad \xi = \frac{\hbar}{\sqrt{2m|E|}} \right.$$

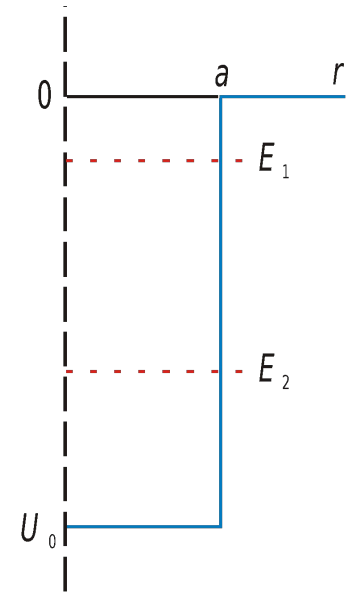
II. *Прямоугольная одномерная потенциальная яма шириной  $a$  и глубиной  $U_0$*

$$\psi \propto e^{-r/\xi}, \quad \xi = \frac{\hbar}{\sqrt{2m|E|}}$$

III. *Притягивающий кулоновский потенциал (атом водорода)*

$$E_n = -\frac{E_1}{n^2}, \quad \psi_n(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} C_n r^{n-1} \exp\left(-\frac{r}{na_B}\right) \quad (n = 1, 2, 3 \dots)$$

$$a_B = \frac{\hbar^2}{m^* e^2}$$



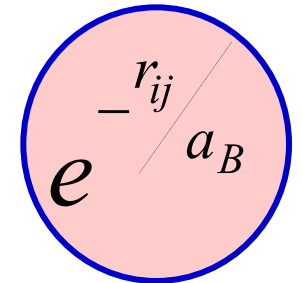
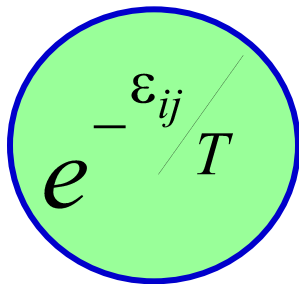
## Вероятность перехода (прыжка)

$$\frac{1}{\tau_{ij}} \propto F(\varphi_{ij}, f_i, f_j) \int |M_q|^2 \delta(\hbar q s - \Delta_{ij}) d^3 q \propto F(\varphi_{ij}, f_i, f_j) \left| \int \psi_j^* e^{iqr} \psi_i d^3 r \right|^2$$

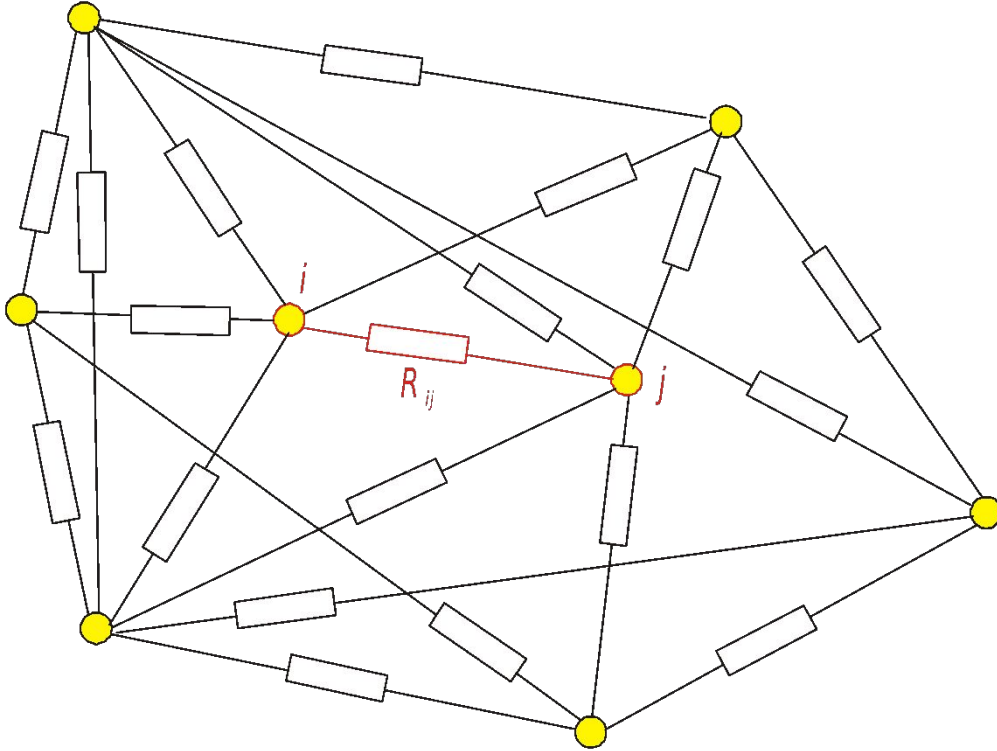
$$f_i = \left( \exp \frac{\varepsilon_i - \mu}{T} + 1 \right)^{-1}$$

$$\varphi_{ij} = \left( \exp \frac{\Delta_{ij}}{T} - 1 \right)^{-1}$$

$$\Delta_{ij} = \varepsilon_i - \varepsilon_j$$



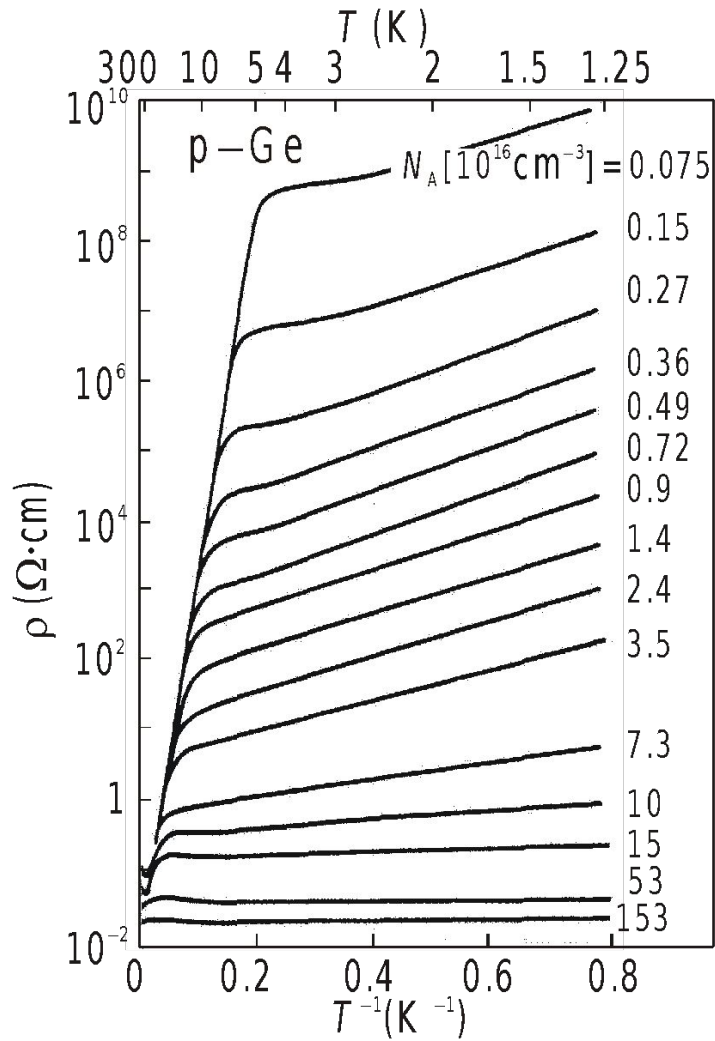
# Сетка Абрахамса–Миллера



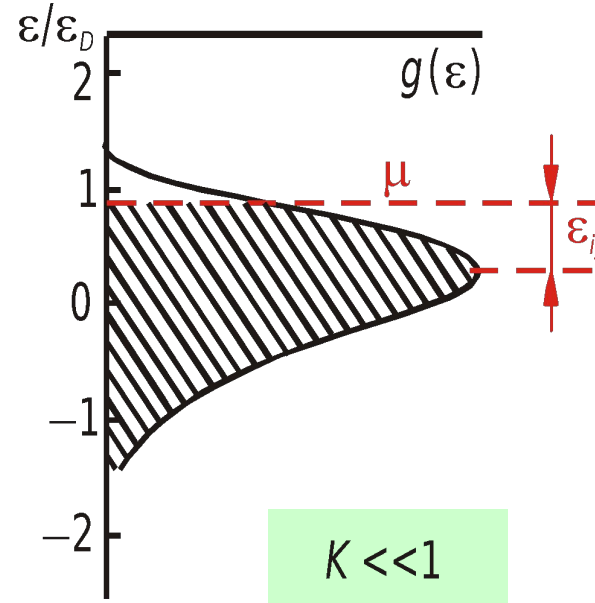
$$R_{ij} = R_0 e^{u_{ij}}$$

$$u_{ij} = \frac{2r_{ij}}{a_B} + \frac{\varepsilon_{ij}}{T}$$

# Прыжковая проводимость через ближайших соседей



H.Fritzsche, M.Guevas,  
PR 119, 1238 (1960)



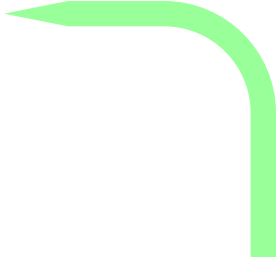
*Температурно-зависящий  
множитель у вероятности всех  
прыжков на ближайших соседей  
одинаков:*

$$e^{-\frac{\epsilon_{ij}}{T}}$$

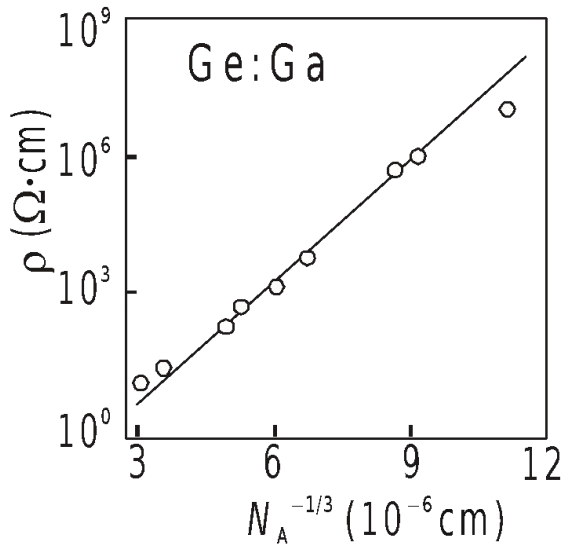
## Сравнение с экспериментом

Перколяционный порог  $\frac{4\pi}{3} r_c^3 n = B_c = 2.7$       Отсюда  $r_c = 0.865 n^{-1/3}$

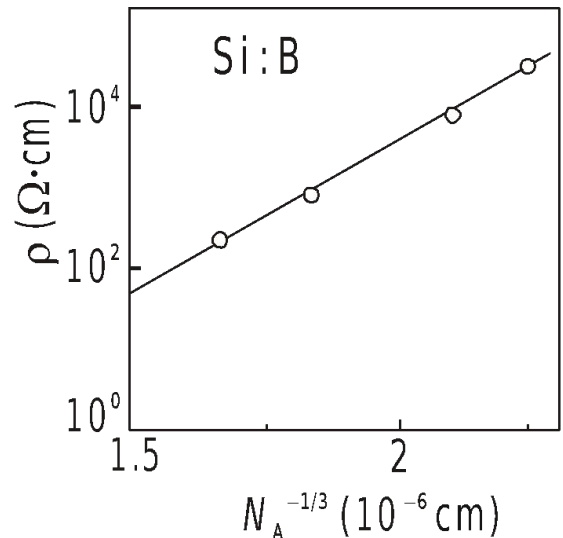
$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{1.73}{n^{1/3} a_B}\right)$$



H.Fritzsche, M.Guevas,  
PR **119**, 1238 (1960)

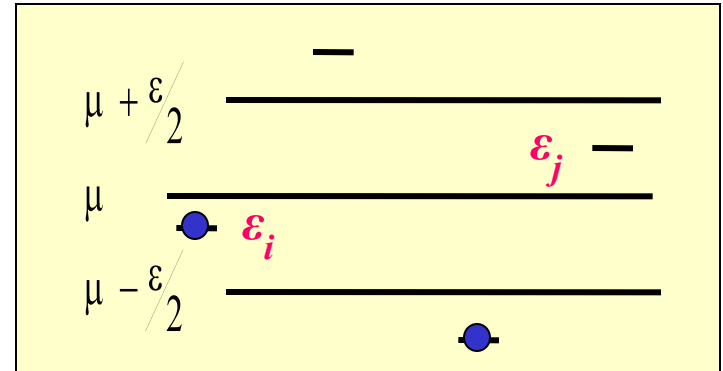
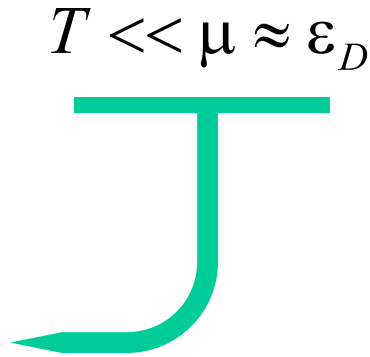
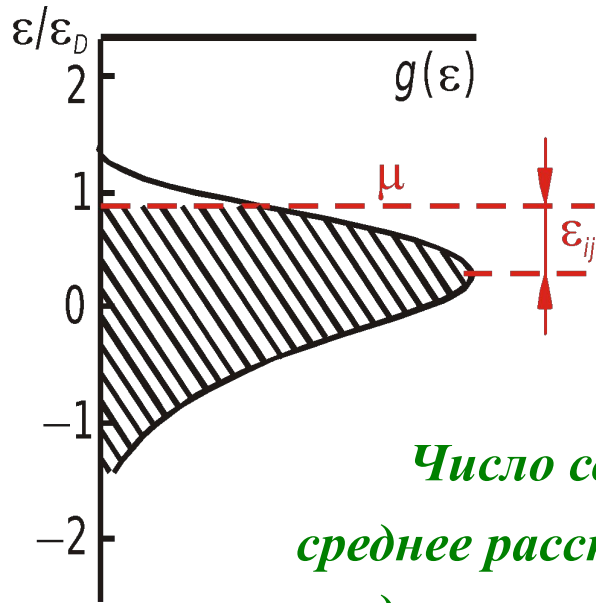


R. Ray, H.Fan,  
PR **121**, 768 (1961)



<b>n-GaAs</b>	1.7	1.88	1.9
<b>n-InP</b>	1.9		
<b>p-Ge</b>	1.9	1.75	2.0
<b>p-Si</b>	1.8		

# Прыжки с переменной длиной; закон Мотта



Число состояний в  $\varepsilon$ -окрестности  $N(\varepsilon) = g_\mu \varepsilon$ ,  
 среднее расстояние между ними  $\bar{r}_{ij}(\varepsilon) = [N(\varepsilon)]^{-1/3}$ ,  
 средняя разность энергий порядка  $\varepsilon$ .

Параметр  $u_{ij}$  (под)сетки Абрахамса-Миллера равен

$$u_{ij} = \frac{2}{a_B [N(\varepsilon)]^{1/3}} + \frac{\varepsilon}{T} = \frac{2}{g_\mu^{1/3} a_B \varepsilon^{1/3}} + \frac{\varepsilon}{T}$$

Величина  $u_{ij}$  зависит от  $\varepsilon$  и достигает минимума, когда  $\frac{d}{d\varepsilon} u_{ij}(\varepsilon) = 0$ ,

так что 
$$\varepsilon_{\min} = \left( \frac{T}{a_B g_\mu^{1/3}} \right)^{3/4} = (T^3 T_{Mott})^{1/4}, \quad T_{Mott} = (a_B^3 g_\mu)^{-1}$$

## *Закон Мотта (продолжение)*

*Средняя длина прыжка (среднее расстояние  $\bar{r} = \bar{r}_{ij}(\epsilon_{\min})$  между узлами подсетки) равна*

$$\bar{r} = (g_{\mu} \epsilon_{\min})^{-1/3} = a_B \left( \frac{T_{Mott}}{T} \right)^{1/4}$$

*Сопротивление равно*

$$\rho = \rho_0 \exp \left( \frac{T_{Mott}}{T} \right)^{1/4} \quad (d = 3)$$

*Для пленки ( $d=2$ ) вычисления аналогичны*

$$r_{ij} = [N(\epsilon)]^{-1/2}, \quad u_{ij} = \frac{2}{g_{\mu}^{1/2} a_B \epsilon^{1/2}} + \frac{\epsilon}{T},$$

$$\epsilon_{\min} = \left( \frac{T}{g_{\mu}^{1/2} a_B} \right)^{2/3} = (T^2 T_{Mott})^{1/3}, \quad T_{Mott} = (g_{\mu} a_B^2)^{-1}$$

*и сопротивление равно*

$$\rho = \rho_0 \exp \left( \frac{T_{Mott}}{T} \right)^{1/3} \quad (d = 2)$$



# *Прыжки с переменной длиной; закон Шкловского–Эфроса*

*При наличии кулоновской щели плотность состояний*

$$g(\varepsilon) = \left( \frac{\kappa}{e^2} \right)^d |\varepsilon|^{d-1}, \quad g(0) = 0$$

*а количество состояний в  $\varepsilon$ -окрестности уровня Ферми*

$$N(\varepsilon) = \left( \frac{\kappa\varepsilon}{e^2} \right)^d$$

*Далее все стандартно*

$$r_{ij} = [N(\varepsilon)]^{-1/d} = \frac{e^2}{\kappa\varepsilon}, \quad u_{ij} = \frac{2}{a_B [N(\varepsilon)]^{1/d}} + \frac{\varepsilon}{T} = \frac{2e^2}{\kappa a_B \varepsilon} + \frac{\varepsilon}{T},$$

$$\varepsilon_{\min} = \left( \frac{2e^2 T}{\kappa a_B} \right)^{1/2} = (T T_{ES})^{1/2}, \quad T_{ES} = \frac{2e^2}{\kappa a_B}$$

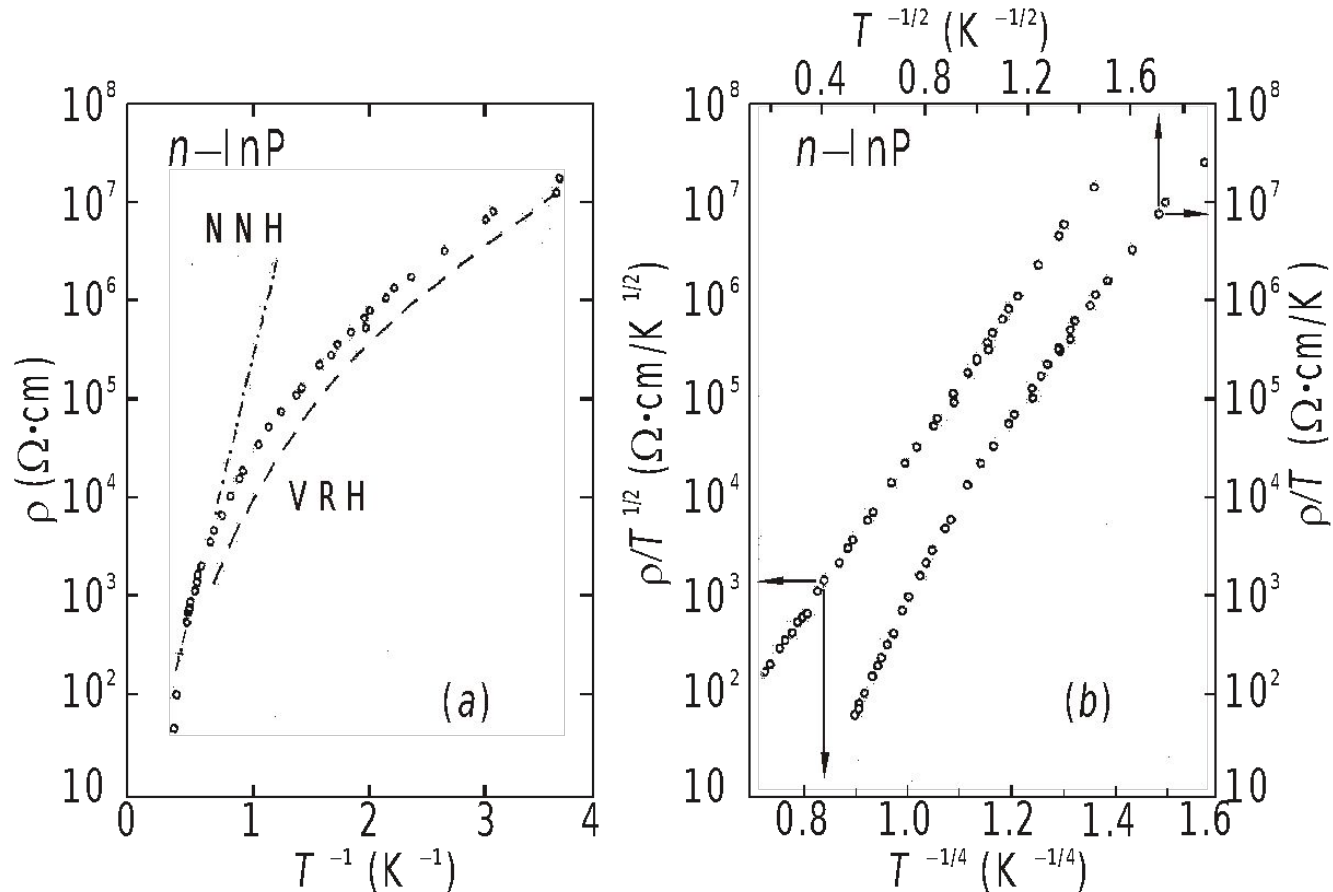
*и сопротивление равно*

$$\rho = \rho_0 \exp \left( \frac{T_{ES}}{T} \right)^{1/2} \quad (d = 3, 2)$$

# Прыжки с переменной длиной; эксперимент

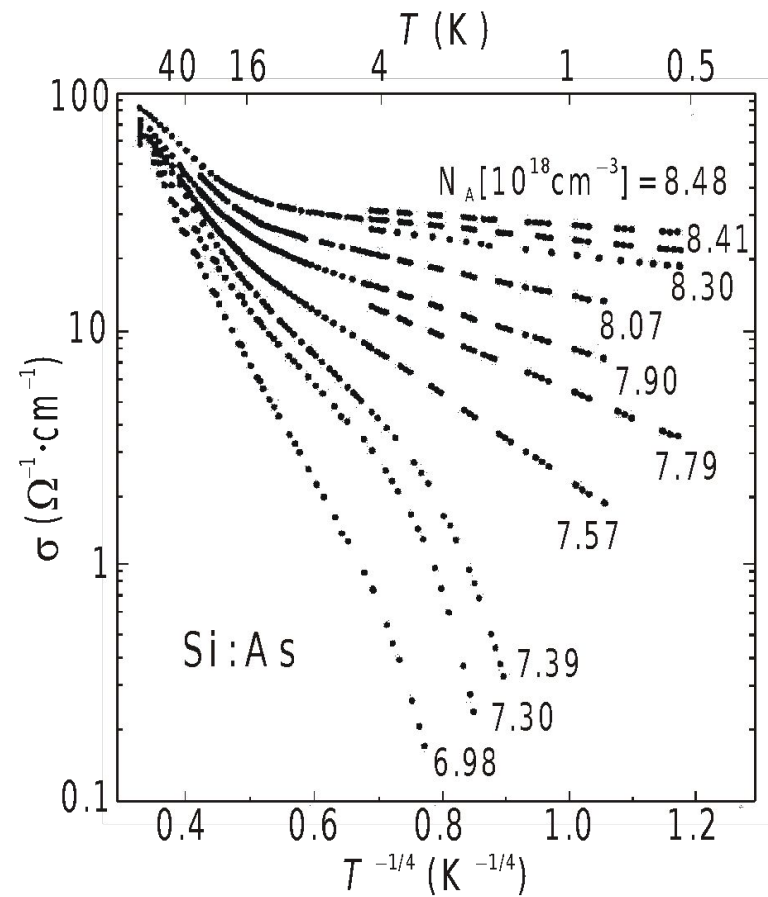
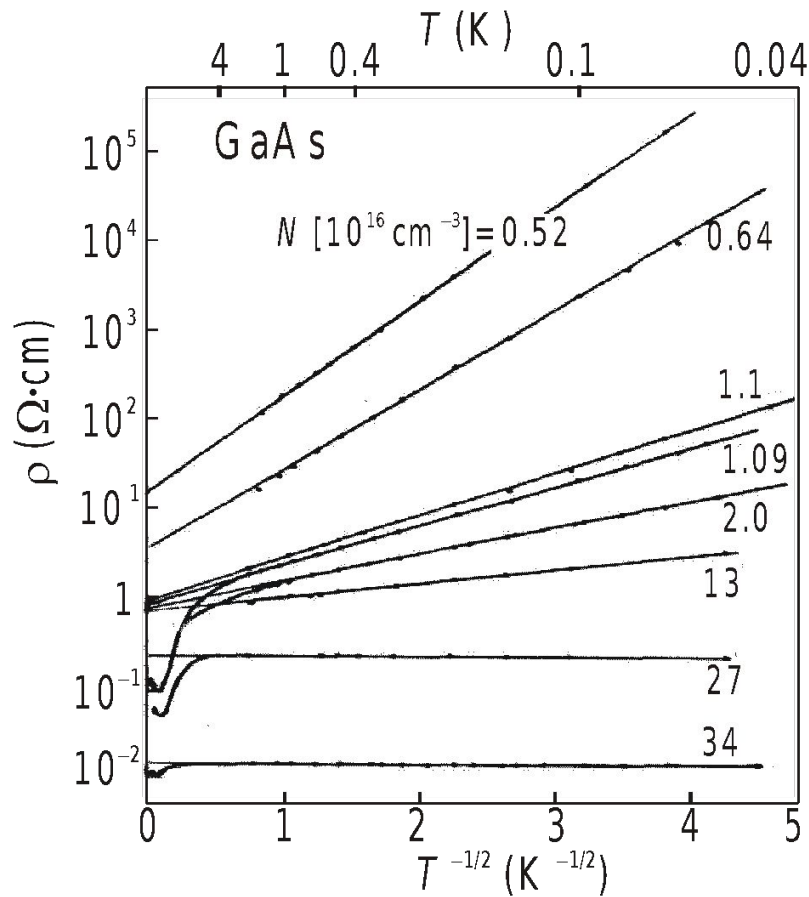
Анализ температурных зависимостей (аппроксимация стандартными функциями)

Очень важно и информативно, но очень опасно



R. Mansfield, S. Abboudy, F. Foozoni, *Philos.Mag. B* **57**, 777 (1988)

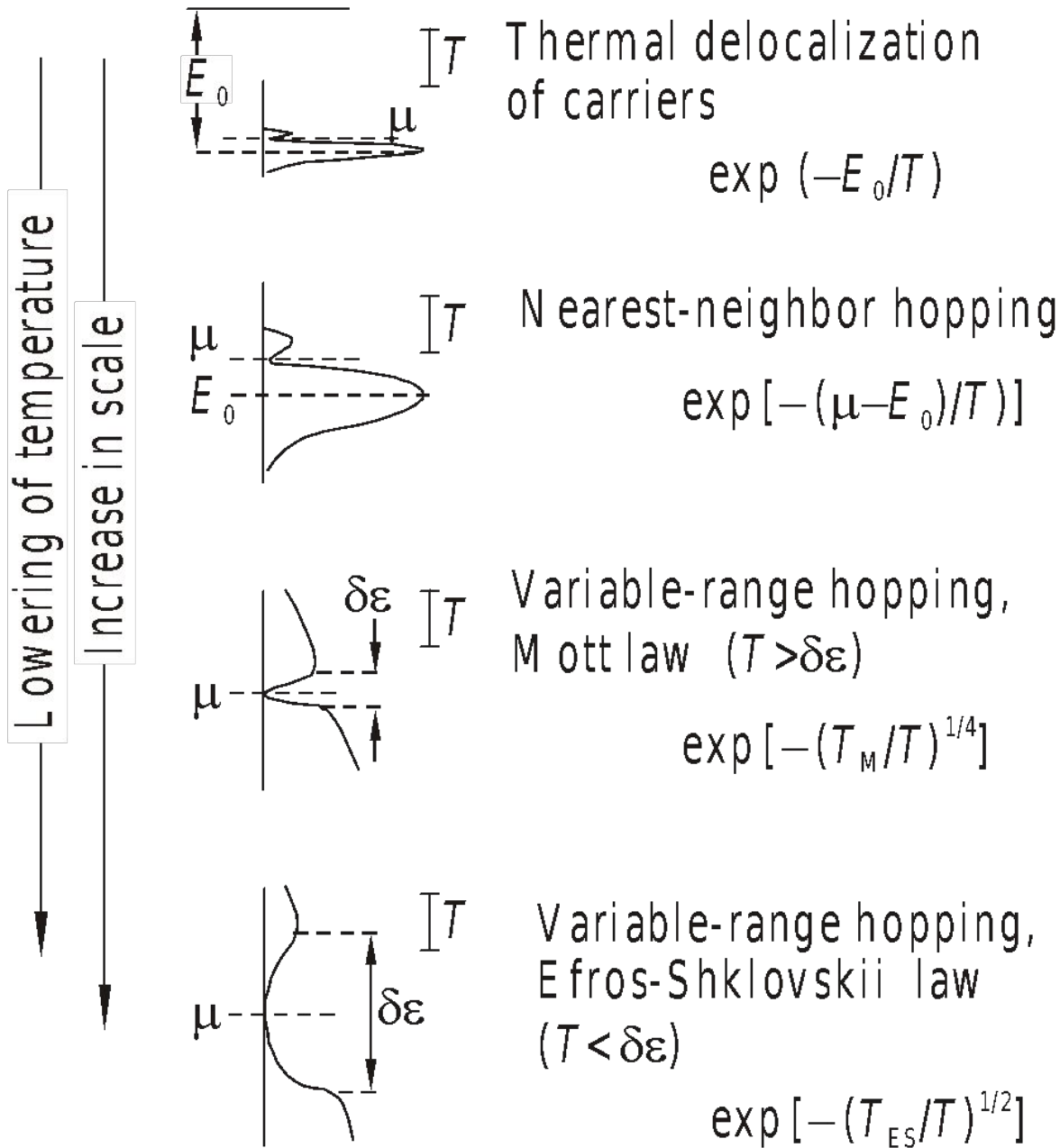
# Прыжки с переменной длиной; эксперимент



R. Rentsch, K.J. Friedland, A.N. Ionov,  
 et al.,  
 phys. stat. solidi b **137**, 691 (1986)

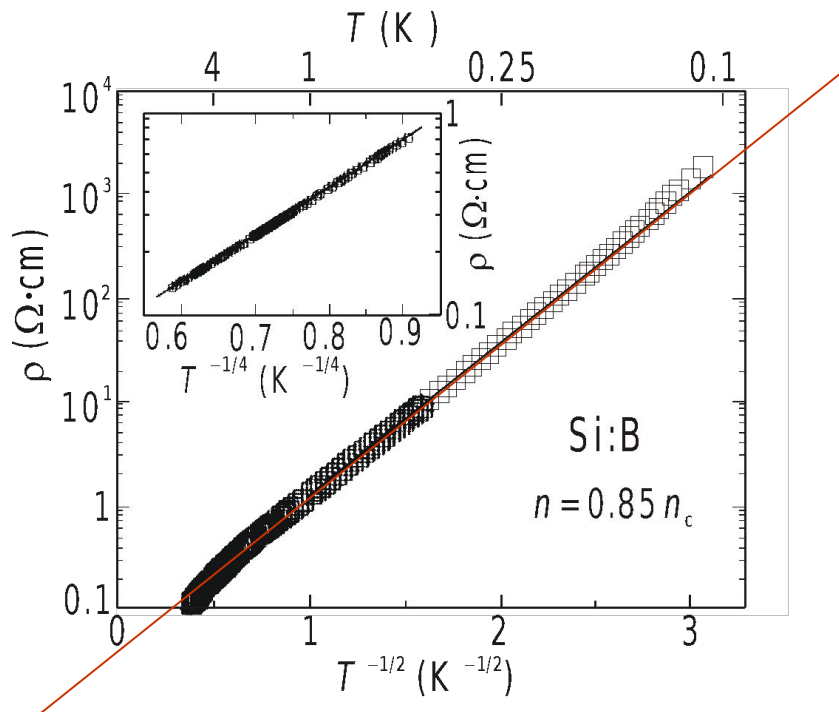
W.N. Shafarman, D.W.Koon,  
 T.G. Castner,  
 PRB **40**, 1216 (1989)

# Смена механизмов прыжковой проводимости



# Прыжки с переменной длиной; эксперимент (продолжение)

## Проблемы и трудности на примере Si:B



J.G. Massey, M. Lee,  
PRL 75, 4266 (1995)

P. Dai, Y. Zhang, M.P. Sarachik, PRL 69, 1804 (1992)

