



# Расчет погрешностей косвенных измерений

В большинстве случаев измерение физических величин являются косвенными, т.е. результат определяется на основе расчетов. Например, для определения электрического сопротивления проводника необходимо измерить силу тока в нем и напряжение на его концах. Отношение напряжения к силе тока и даст искомое сопротивление. При этом погрешности рассчитываются иначе.

Пусть искомая величина ( $y$ ) определяется в результате измерений некоторых величин  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_i$ , т.е. является функцией от этих величин

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_i)$$

# Последовательность действий

1). Рассчитайте средние арифметические значения аргументов  $\langle x_1 \rangle$ ,  $\langle x_2 \rangle$ , ...,  $\langle x_i \rangle$  на основе их прямых измерений.

2). Рассчитайте среднее значение искомой величины, подставив в расчетную формулу полученные средние значения аргументов, т.е.

$$\langle y \rangle = f(\langle x_1 \rangle, \langle x_2 \rangle, \langle x_3 \rangle, \dots, \langle x_i \rangle)$$

3). Рассчитайте абсолютную погрешность искомой величины по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{n=1}^i \left( \frac{\partial f}{\partial x_n} \Delta x_n \right)^2}$$

где  $\frac{\partial f}{\partial x_n}$  - Частная производная от функции  $f$  по  $x_n$ ,  
 $\Delta x_n$  - абсолютная погрешность величины  $x_n$ ,  
полученная при обработке её прямого измерения.

**Таким образом, от обработки прямых измерений Вам некуда не деться.**

4). Рассчитайте относительную погрешность искомой величины используя выражение

$$\varepsilon_y = \sqrt{\sum_{n=1}^i \left( \frac{\partial}{\partial x_n} (\ln f(x_1, x_2, \dots, x_n)) \right)^2 \Delta x_n^2}$$

Можно рассчитать относительную погрешность косвенного измерения упрощенно используя таблицу

| Номер | Вид функции                       | Относительная погрешность                                                                 |
|-------|-----------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | $x = A + B$                       | $\varepsilon_x = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B}$                                       |
| 2     | $x = AB; x = \frac{A}{B}$         | $\varepsilon_x = \varepsilon_A + \varepsilon_B = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$ |
| 4     | $x = A^n$                         | $\varepsilon_x = n\varepsilon_A = \frac{n\Delta A}{A}$                                    |
| 5     | $x = \sqrt[n]{A}$                 | $\varepsilon_x = \frac{1}{n}\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{nA}$                          |
| 6     | $x = \frac{1}{A} \pm \frac{1}{B}$ | $\varepsilon_x = \frac{\Delta A / A^2 + \Delta B / B^2}{1/A + 1/B}$                       |
| 7     | $x = \sin A$                      | $\varepsilon_x = \Delta A \cdot \operatorname{ctg} A$                                     |
| 8     | $x = \cos A$                      | $\varepsilon_x = \Delta A \cdot \operatorname{tg} A$                                      |
| 9     | $x = \operatorname{tg} A$         | $\varepsilon_x = \frac{2\Delta A}{\sin 2A}$                                               |

Иногда удобно сначала рассчитать относительную погрешность по упрощенной формуле

$$\varepsilon_y = \sum_{n=1}^i \frac{\partial}{\partial x_n} (\ln f(x_1, x_2, \dots, x_n)) \Delta x_n$$

а уже затем вычислить абсолютную погрешность искомой величины по формуле

$$\Delta y = \langle y \rangle \varepsilon_y$$

4). Запишите результат в виде

$$y = \langle y \rangle \pm \Delta y, \varepsilon_y = \dots, p = \dots$$

Если при расчетах погрешностей прямых измерений задавался одна и та же доверительная вероятность ( $p$ ), то для косвенного измерения указывается именно она, если нет, то наименьшая.