

Разложение многочлена на множители с помощью комбинации различных приемов

Урок алгебры в 7 классе.
МОУ «Побединская СОШ», учитель математики Трубачева Светлана Владимировна.



Разложение многочлена на множители с помощью комбинации различных приемов.

*Три пути ведут к познанию:
путь размышления – это путь самый
благородный,
путь подражания – этот путь самый
легкий
и путь опыта – этот путь самый
горький.*

Конфуций

Схема урока:





Теория

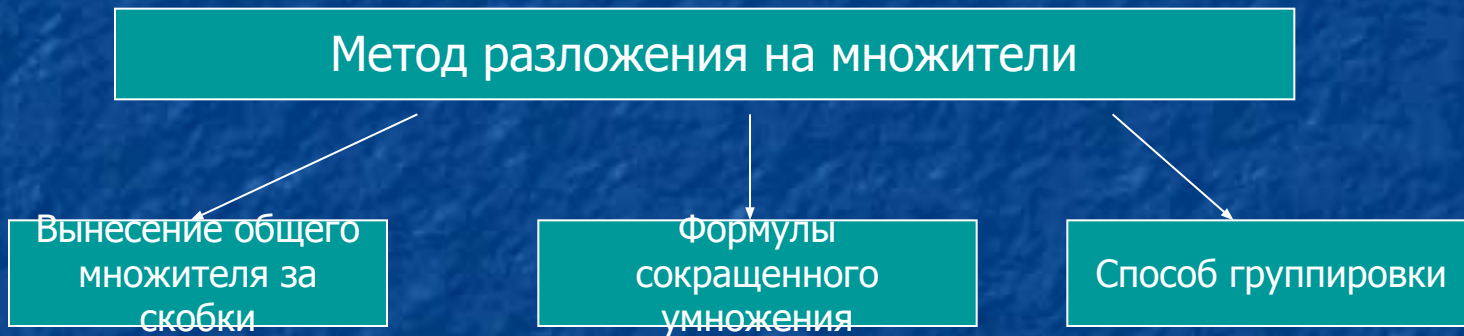
- Разложение многочлена на множители – это представление многочлена в виде произведения двух или нескольких многочленов

Комбинировали три приема:

1. Вынесение общего множителя за скобки
2. С помощью формул сокращенного умножения
3. Способ группировки



Провести классификацию данных многочленов по способу разложения на множители.



$$20x^3y^2 + 4x^2y$$

$$a^4 - b^8$$

$$2bx - 3ay - 6by + ax$$

$$27b^3 + a^6$$

$$x^2 + 6x + 9$$

$$b(a + 5) - c(a + 5)$$

$$15a^3b + 3a^2b^3$$

$$a^2 + ab - 5a - 5b$$

$$2ap - 5bm - 10bp + am$$

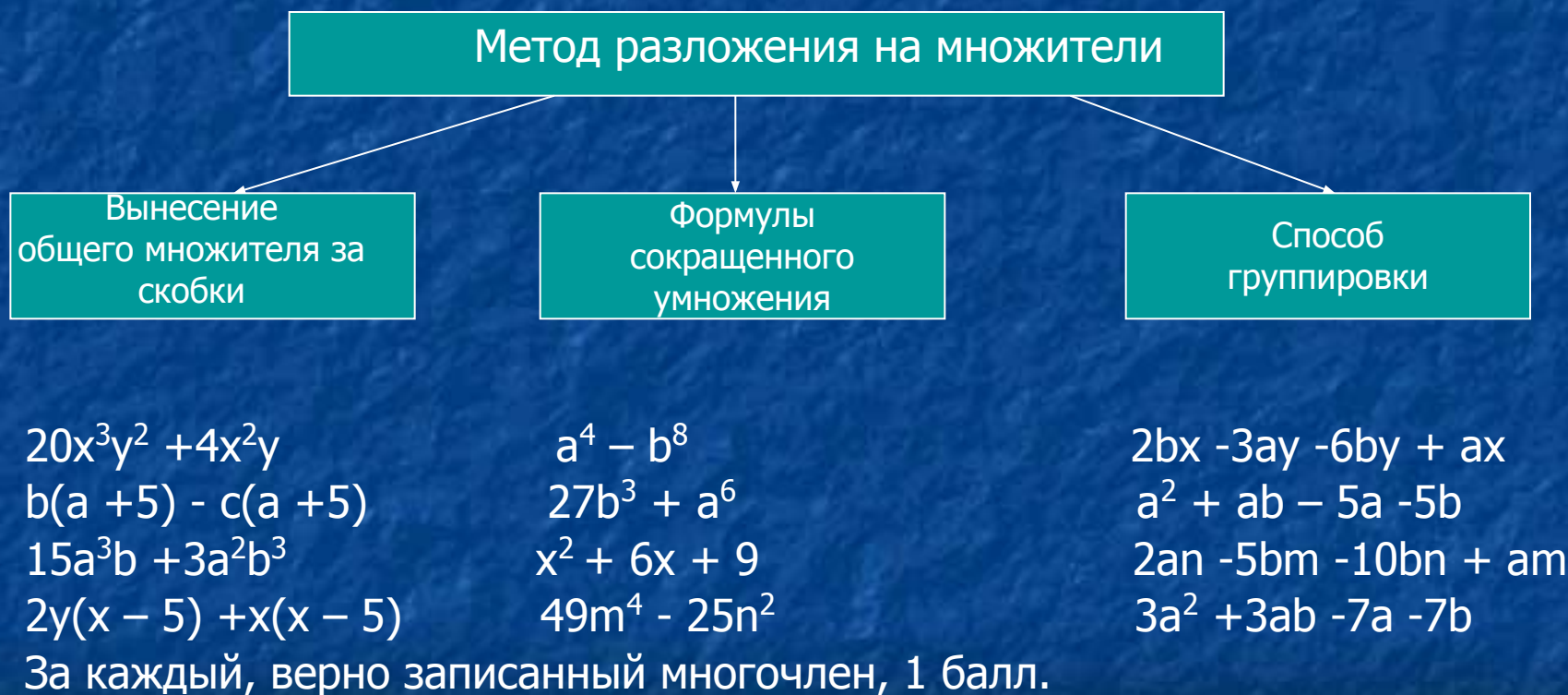
$$3a^2 + 3ab - 7a - 7b$$

$$49m^4 - 25n^2$$

$$2y(x - 5) + x(x - 5)$$

ОТВЕТЫ

Провести классификацию данных многочленов по способу разложения на множители.



Вынесение общего множителя за скобки

Из каждого слагаемого, входящего в многочлен, выносится некоторый одночлен, входящий в качестве множителя во все слагаемые. Таким общим множителем может быть не только одночлен, но и многочлен.

Применение формул сокращенного умножения

Здесь группа из двух, трех (или более) слагаемых, которая обращает выражение, входящее в одну из формул сокращенного умножения, заменяется произведением многочленов.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

Способ группировки

Бывает, что члены многочлена не имеют общего множителя, но после заключения нескольких членов в скобки (на основе переместительного и сочетательного законов сложения) удастся выделить общий множитель, являющийся многочленом.

Чтобы разложить многочлен на множители способом группировки, нужно:

1. Сгруппировать его члены так, чтобы слагаемые в каждой группе имели общий множитель
2. Вынести в каждой группе общий множитель в виде одночлена за скобки
3. Вынести в каждой группе общий множитель (в виде многочлена) за скобки.

Практика

Пример:

$$3a + 12b = 3(a + 4b)$$

$$2y(x - 5) + x(x - 5) = (x - 5)(2y + x)$$

С помощью формул сокращенного умножения

Пример:

$$4x^2 + 12xy + 9y^2 = (2x + 3y)^2$$

$$125a^3 - 64x^3 = (5a - 4x)(25a^2 + 20ax + 16x^2)$$

$$49x^4y^6 - 0,01a^2 = (7x^2y^3 - 0,1a)(7x^2y^3 + 0,1a)$$

Способ группировки




Пример:

$$3a^2 + 3ab - 7a - 7b = (3a^2 + 3ab) - (7a + 7b) = 3a(a + b) - 7(a + b) = (a + b)(3a - 7)$$

Порядок разложения многочлена на множители

- Вынести общий множитель за скобку (если он есть)
- Попробовать разложить многочлен на множители по формулам сокращенного умножения
- Попытаться применить способ группировки
(если предыдущие способы не привели к цели)

Задачник

1. Задания первого уровня 
2. Задания второго уровня 
3. Задания третьего уровня 



Задания первого уровня

Закончите разложение на множители:

1. $7a^2 - 28 = 7(a^2 - 4) =$

2. $-2b^2 + 18 = -2(b^2 - 9) =$

3. $3a^2 + 6a + 3 = 3(a^2 + 2a + 1) =$

4. $-x^2 + 4x - 4 = -(x^2 - 4x + 4) =$

5. $c^2 - b^2 + 8c + 8b = (c^2 - b^2) + (8c + 8b) = (c - b)(c + b) + 8(c + b) =$

6. $x^2 - y^2 - 3x - 3y = (x^2 - y^2) - (3x + 3y) =$

За каждое правильно выполненное задание один балл.

ответы

ОТВЕТЫ

1. $7(a - 2)(a + 2)$
2. $- 2(b - 3)(b + 3)$
3. $3(a + 1)^2$
4. $- (x - 2)^2$
5. $(c + b)(c - b + 8)$
6. $(x - y)(x + y) - 3(x + y) = (x + y)(x - y - 3)$



Задания второго уровня

Разложите на множители:

1. $ax^2 - ay^2$

2. $y^6 - y^4$

3. $4a^2b - 8ab + 4b$

4. $-10x^2 + 40ax - 40a^2$

5. $x^2 - 2xy + y^2 - 6x + 6y$

6. $4a^2 + 4ab + b^2 + 12a + 6b$

За каждое правильно выполненное задание два балла.

ОТВЕТЫ

Задачник

Ответы:

1. $a(x - y)(x + y)$
2. $(y^3 - y^2)(y^3 + y^2)$
3. $4b(a - 1)^2$
4. $- 10(x - 2a)^2$
5. $(x - y)(x - y - 6)$
6. $(2a + b)(2a + b + 6)$



Задания третьего уровня

Разложите на множители:

1. $32x^3y^2 - 2x$

2. $xy^4 - y^3 + xy^2 - y$

3. $a^4 - a^3b + a^2b - ab^2$

4. $9x^2 - 12x + 4 - y^2$

5. $c^2 - x^2 - 2xy - y^2$

6. $a^6 - a^4 + a^2 - 1$

За каждое правильно выполненное задание три балла.

Ответы

ОТВЕТЫ:

1. $2x(4xy - 1)(4xy + 1)$
2. $(y^3 + y)(yx - 1)$
3. $(a^3 - ab)(a - b)$
4. $(3x - 2 - y)(3x - 2 + y)$
5. $(c - x - y)(c + x + y)$
6. $(a^2 - 1)(a^4 + 1)$



Более сложный уровень.

$$\begin{aligned} \text{Пример: } n^3 + 3n^2 + 2n &= n(n^2 + 3n + 2) = \\ n(n^2 + 2n + n + 2) &= n((n^2 + 2n) + (n + 2)) = \\ n(n(n + 2) + (n + 2)) &= n(n + 2)(n + 1) \end{aligned}$$

Для решения этого примера мы использовали еще один прием разложения на множители – **предварительное преобразование**

Предварительное преобразование

Некоторый член многочлена раскладывается на необходимые слагаемые или дополняется путем прибавления к нему некоторого слагаемого. В последнем случае, чтобы многочлен не изменился, от него отнимается такое же слагаемое.

Решите уравнение:

$$x^2 + 10x + 21 = 0$$

$$x^2 + 10x + 25 - 4 = 0$$

$$(x + 5)^2 - 4 = 0$$

$$(x + 5 - 2)(x + 5 + 2) = 0$$

$$(x + 3)(x + 7) = 0$$

$$x + 3 = 0 \text{ или } x + 7 = 0$$

$$x = -3 \quad \text{или} \quad x = -7$$

Ответ: -3; -7.

Метод выделения полного квадрата.

Сложные задания:

1. Решите уравнение: $x^2 - 15x + 56 = 0$

2. Докажите тождество:

$$(a^2 + 3a)^2 + 2(a^2 + 3a) = a(a+1)(a+2)(a+3)$$

3. Разложите на множители:

a) $x^2 - 3x + 2$

bb) $x^2 + 4x + 3$

За каждое правильно выполненное задание 4 балла.

Решите уравнение:

$$x^2 - 15x + 56 = 0$$

$$x^2 - 7x - 8x + 56 = 0$$

$$(x^2 - 7x) - (8x - 56) = 0$$

$$x(x - 7) - 8(x - 7) = 0$$

$$(x - 7)(x - 8) = 0$$

$$x - 7 = 0 \text{ или } x - 8 = 0$$

$$x = 7 \text{ или } x = 8$$

Ответ: 7;8

Докажите тождество:

$$\begin{aligned} (a^2 + 3a)^2 + 2(a^2 + 3a) &= a(a + 1)(a + 2)(a + 3) \\ (a^2 + 3a)^2 + 2(a^2 + 3a) &= (a^2 + 3a)(a^2 + 3a) + \\ 2(a^2 + 3a) &= (a^2 + 3a)(a^2 + 3a + 2) = \\ (a(a + 3))(a^2 + 2a + a + 1 + 1) &= \\ a(a + 3)((a^2 + 2a + 1) + (a + 1)) &= \\ a(a + 3)((a + 1)^2 + (a + 1)) &= \\ a(a + 3)(a + 1)(a + 1 + 1) &= \\ a(a + 3)(a + 1)(a + 2) &= a(a + 1)(a + 2)(a + 3) \end{aligned}$$

Разложите на множители:

$$\begin{aligned} \text{а) } x^2 - 3x + 2 &= x^2 - 2x - x + 1 + 1 = \\ &= (x^2 - 2x + 1) - (x - 1) = (x - 1)^2 - (x - 1) = \\ &= (x - 1)(x - 1 - 1) = (x - 1)(x - 2) \end{aligned}$$

Разложите на множители:

$$\begin{aligned} \text{b) } x^2 + 4x + 3 &= x^2 + 4x + 4 - 1 = \\ &= (x^2 + 4x + 4) - 1 = (x + 2)^2 - 1^2 = \\ &= (x + 2 - 1)(x + 2 + 1) = (x + 1)(x + 3) \end{aligned}$$

Проверь себя.

Разложите на множители, используя различные способы:

■ $5a^3 - 125ab^2$

$$\frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25} \cdot \frac{5a(a - 5b)(a + 5b)}{-25}$$

■ $63ab^3 - 7a^2b$

$$\frac{7a^2b^2(9b - 1)}{ab(63b^2 - 7a)} \cdot \frac{a(9b - 1)}{7a - 7a} \cdot \frac{ab(9b - 1)}{7ab - 7a} \cdot \frac{ab(63(9b - 1))}{7ab(9 - 7a)}$$

■ $3a^2 + 6a + 3$

$$\frac{3(a + 1)(a - 1)}{1^2} \cdot \frac{3(a + 1)(a - 1)}{1} \cdot \frac{3(a + 1)^2}{1} \cdot \frac{(3a + 1)^2}{1}$$

■ $a^2 - b^2 + 6a + 6b$

$$\frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)} \cdot \frac{(a + b)(a - b + 6)}{(a - b)(a + b)(a - b + 6)}$$

■ $6x^2 - 12x + 6$

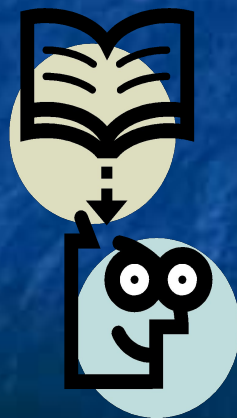
$$(3x - 3)^2 \cdot 6(x - 1)^2 \cdot (x - 1)(x + 6)$$

Молодец!

Так держать!



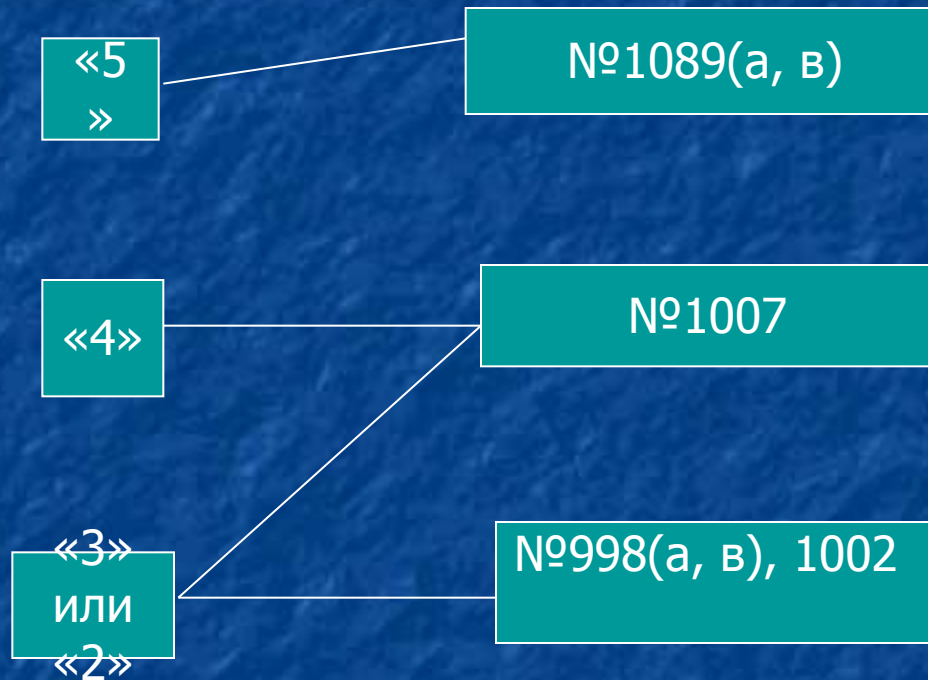
Подумай и попробуй еще раз!



Домашнее задание:

Если вы получили оценку:

21 -25 баллов
оценка «3»
26 – 34 балла
оценка «4»
35 и более
баллов
оценка «5»



Дополнительное задание:

Составить 8 примеров для математической эстафеты по теме урока.