

# Реляционная алгебра – механизм манипулирования реляционными данными

Все операции производятся над  
отношениями, и результатом  
операции является отношение.

$$R=f(R_1, R_2, \dots, R_n)$$

# Две группы операций РА

- теоретико-множественные операции
- специальные реляционные операции

# Теоретико-множественные операции

- объединения отношений;
- пересечения отношений;
- взятия разности отношений;
- взятия декартова произведения отношений.

# Объединение, пересечение и разность

- Отношения совместимыми по типу, если они имеют идентичные заголовки, а атрибуты с одинаковыми именами определены на одних и тех же доменах .

# Объединение

## union

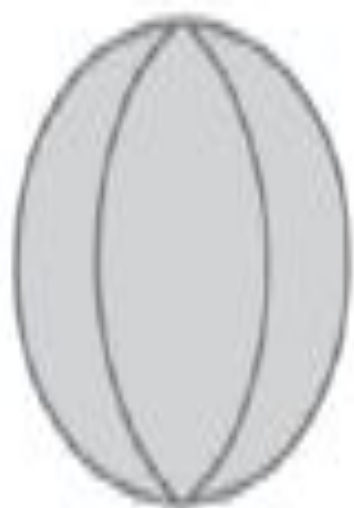
- При выполнении операции объединения (UNION) двух отношений с одинаковыми заголовками производится отношение, включающее все кортежи, которые входят хотя бы в одно из отношений-операндов.
- $A \cup B = \{ c : c \in A \text{ OR } c \in B \}$

# Пересечение intersect

- пересечением множеств  $A$  и  $B$  является такое множество  $C\{c\}$ , что для любого  $c$  существуют такие элементы  $a$ , принадлежащий множеству  $A$ , и  $b$ , принадлежащий множеству  $B$ , что  $c=a=b$ ;
- $A \cap B = \{ c: c \in A \text{ AND } c \in B \}$

# Разность minus

- разностью множеств  $A$  и  $B$  является такое множество  $C\{c\}$ , что для любого  $c$  существует такой элемент  $a$ , принадлежащий множеству  $A$ , что  $c=a$ , и не существует такой элемент  $b$ , принадлежащий  $B$ , что  $c=b$ .
- $A \setminus B = \{ c: c \in A \text{ AND } c \notin B \}$



Объединение



Пересечение



Взятие разности



# Избыточность пересечения

# Избыточность пересечения

- $A \cap B = A \setminus (A \setminus B)$
- $A \cap B = B \setminus (B \setminus A)$

**СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ\_1**

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	22000.00	310
2935	Петров	30000.00	310
2936	Сидоров	18000.00	313
2937	Федоров	20000.00	310
2938	Иванова	22000.00	315

**СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ\_2**

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	22000.00	310
2935	Петров	30000.00	310
2939	Сидоренко	18000.00	313
2940	Федоренко	20000.00	310
2941	Иваненко	22000.00	315

**СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 UNION СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	22000.00	310
2935	Петров	30000.00	310
2939	Сидоренко	18000.00	313
2940	Федоренко	20000.00	310
2941	Иваненко	22000.00	315
2936	Сидоров	18000.00	313
2937	Федоров	20000.00	310
2938	Иванова	22000.00	315

**СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 INTERSECT СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	22000.00	310
2935	Петров	30000.00	310

**СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 MINUS СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_2**

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_НОМЕР
2936	Сидоров	18000.00	313
2937	Федоров	20000.00	310
2938	Иванова	22000.00	315

Чему тождественно равно  
выражение  
 $(A \cap B) \setminus (A \setminus B)$

- $(A \cap B) \cap (B \setminus (A \setminus B))$
- $(A \cap B) \cup (B \setminus A)$
- $A \cap B$

# Декартово произведение

- Два отношения совместимы по взятию декартова произведения в том и только в том случае, если пересечение множеств имен атрибутов, взятых из их схем отношений, пусто.
- Любые два отношения всегда могут стать совместимыми по взятию декартова произведения, если применить операцию переименования к одному из этих отношений.

# Переименование атрибутов

- Оператор переименования атрибутов имеет следующий синтаксис:  
A RENAME  $Atr_1$ ,  $Atr_2$  AS  $NewAtr_1$ ,  $NewAtr_2$   
где  $Atr_1$ ,  $Atr_2$  - старые значения атрибутов  
 $NewAtr_1$ ,  $NewAtr_2$  - новые значения атрибутов
- A (a, b, c) B (a, d)  
A×B (A.a, b, c, B.a, d)

# Декартово произведение times

- Заголовок

$$R_1 \times R_2 \quad R(a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m),$$

- Тело

$$R_1 \times R_2 = \{r_{a_1}, r_{a_2}, \dots, r_{a_n}, r_{b_1}, r_{b_2}, \dots, r_{b_m} : \\ r_{a_1}, r_{a_2}, \dots, r_{a_n} \in R_1, r_{b_1}, r_{b_2}, \dots, r_{b_m} \in R_2\}.$$

- Мощность

$$[R_1 \times R_2] = [R_1] \times [R_2]$$

- На основе ДК производится операция соединения



# Декартово произведение - пример

**ПРОЕКТЫ**

ПРОЕКТ_НАЗВ	ПРОЕКТ_РУК
ПРОЕКТ 1	Иванов
ПРОЕКТ 2	Иваненко

**СЛУЖАЩИЕ В ПРОЕКТЕ 1 TIMES ПРОЕКТЫ**

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_НОМЕР	ПРОЕКТ_НАЗВ	ПРОЕКТ_РУК
2934	Иванов	22000.00	310	ПРОЕКТ 1	Иванов
2935	Петров	30000.00	310	ПРОЕКТ 1	Иванов
2936	Сидоров	18000.00	313	ПРОЕКТ 1	Иванов
2937	Федоров	20000.00	310	ПРОЕКТ 1	Иванов
2938	Иванова	22000.00	315	ПРОЕКТ 1	Иванов
2934	Иванов	22000.00	310	ПРОЕКТ 2	Иваненко
2935	Петров	30000.00	310	ПРОЕКТ 2	Иваненко
2936	Сидоров	18000.00	313	ПРОЕКТ 2	Иваненко
2937	Федоров	20000.00	310	ПРОЕКТ 2	Иваненко
2938	Иванова	22000.00	315	ПРОЕКТ 2	Иваненко

# Свойства операций (ОР)

- Ассоциативность  
 $(A \text{ ОР } B) \text{ ОР } C = A \text{ ОР } (B \text{ ОР } C)$
- Коммутативность (кроме разности)  
 $A \text{ ОР } B = B \text{ ОР } A$

# Реляционные операции

- ограничение отношения (селекция) – горизонтальная вырезка;
- проекцию отношения – вертикальная вырезка;
- соединение отношений (по условию, эквисоединение и естественное соединение);
- деление отношений.

# Селекция (where)

- Простое условие требует наличия двух операндов: ограничиваемого отношения и условия ограничения ( $f$ ).
- Условие ограничения может иметь вид:
  - $(a \text{ comp-op } b)$ ,  
где  $a$  и  $b$  – имена атрибутов ограничиваемого отношения;  
атрибуты  $a$  и  $b$  определены на одном домене, для значений которого поддерживается операция сравнения  $\text{comp\_op}$ ;
  - $(a \text{ comp-op } \text{const})$ ,  
где  $a$  – имя атрибута ограничиваемого отношения, а  $\text{const}$  – константа;  
атрибут  $a$  должен быть определен на домене или базовом типе, для значений которого поддерживается операция сравнения  $\text{comp\_op}$ .
  - Операцией сравнения  $\text{comp-op}$  могут быть

$=$   $\neq$   $>$   $<$   $>=$   $<=$

# Селекция (where)

- Условие может состоять из нескольких простых условий, связанных булевыми операторами AND NOT OR  
Приоритеты – NOT AND OR
- Результатом селекции является отношение, заголовок которого совпадает с заголовком отношения-операнда, а в тело входят те кортежи отношения-операнда, для которых значением условия ограничения является true.

# Как обойтись только простыми условиями?

- A WHERE (comp1 AND comp2)  
(A WHERE comp1) ???? (A WHERE comp2);
- A WHERE (comp1 OR comp2)  
(A WHERE comp1) ???? (A WHERE comp2);
- A WHERE NOT comp1  
(A WHERE comp1) ????.

# Так обойтись только простыми условиями

- $A \text{ WHERE } (\text{comp1 AND comp2}) = (A \text{ WHERE comp1}) \cap (A \text{ WHERE comp2});$
- $A \text{ WHERE } (\text{comp1 OR comp2}) = (A \text{ WHERE comp1}) \cup (A \text{ WHERE comp2});$
- $A \text{ WHERE NOT comp1} = A \setminus (A \text{ WHERE comp1}).$

# Селекция (where)

- $\sigma_A \text{ WHERE } f = \{ c : c \in A \text{ AND } f \}$
- $\sigma_f(A) = \{ c \in A : f(c) \}$



# Селекция - пример

$\sigma$  СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1 WHERE  
(СЛУ\_ЗАРП > 20000.00  
AND (СЛУ\_ОТД\_НОМ = 310  
OR СЛУ\_ОТД\_НОМ = 315))

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	СЛУ_ОТД_НОМЕР
2934	Иванов	22000.00	310
2935	Петров	30000.00	310
2938	Иванова	22000.00	315

# Проекция

- Операция взятия проекции также требует наличия двух операндов – проецируемого отношения A и подмножества множества имен атрибутов, входящих в заголовок отношения A.
- Атрибутами результирующего отношения являются один или несколько атрибутов исходного, возможно в другом порядке.

# Проекция

## PROJECT

- Проекцией отношения  $A$  по атрибутам  $X, Y, \dots, Z$ , где каждый из атрибутов принадлежит отношению, называется отношение с заголовком  $(X, Y, \dots, Z)$  и телом, содержащим множество кортежей вида  $(x, y, \dots, z)$ , таких, для которых в отношении найдутся кортежи со значением атрибута  $X$  равным  $x$ , значением атрибута  $Y$  равным  $y$ , ..., значением атрибута  $Z$  равным  $z$ .
- Синтаксис операции проекции:  
$$\pi_{(X, Y, \dots, Z)}(A) = \{x, y, \dots, z : \exists a_1, a_2, \dots, a_n \in A \text{ AND } x = a_{i_1}, y = a_{i_2}, \dots, z = a_{i_m}\},$$
- Операция проекции дает "вертикальный срез" отношения, в котором удалены все возникшие при таком срезе дубликаты кортежей.

# Проекция - пример

ПРОЕКТ (СЛУ ОТД\_НОМ)  
СЛУЖАЩИЕ\_В\_ПРОЕКТЕ\_1

СЛУ_ОТД_НОМЕР
310
313
315

# Соединение по условию – JOIN

## Тэта-соединение

- Требует наличия двух операндов – соединяемых отношений и третьего операнда – простого условия.
- Условие – см. селекцию.
- Операнды совместимы по взятию декартова произведения.
- $A \text{ JOIN } B \text{ WHERE } \text{comp} = (A \times B) \text{ WHERE } \text{comp}$ .
- $R \bowtie_f S = \sigma_f(R \times S)$

# Соединение по условию - JOIN

СЛУЖАЩИЕ			
СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ
2934	Иванов	22400.00	1
2935	Петров	29600.00	1
2936	Сидоров	18000.00	1
2937	Федоров	20000.00	1
2938	Иванова	22000.00	1
2934	Иванов	22400.00	2
2935	Петров	29600.00	2
2939	Сидоренко	18000.00	2
2940	Федоренко	20000.00	2
2941	Иваненко	22000.00	2

ПРОЕКТЫ		
ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
1	Иванов	22400.00
2	Иваненко	22400.00

(ПРО\_ЗАРП – средняя зарплата по проекту)

# Соединение по условию – JOIN

- СЛУЖАЩИЕ JOIN ПРОЕКТЫ WHERE (СЛУ\_ЗАРП > ПРО\_ЗАРП)

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРО_НОМ1	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
2935	Петров	29600.00	1	1	Иванов	22400.00
2935	Петров	29600.00	2	2	Иваненко	22400.00

# Эквисоединение

- Операция соединения называется операцией эквисоединения (EQUIJOIN), если условие соединения имеет вид ( $a = b$ ), где  $a$  и  $b$  – атрибуты разных операндов соединения. Этот случай важен потому, что он чаще всего встречается на практике, и для него существуют наиболее эффективные алгоритмы реализации.



# Эквисоединение

- СЛУЖАЩИЕ JOIN (ПРОЕКТЫ RENAME ПРО\_НОМ AS ПРО\_НОМ1) WHERE (СЛУ\_ЗАРП = ПРО\_ЗАРП)

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРО_НОМ1	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
2934	Иванов	22400.00	1	1	Иванов	22400.00
2934	Иванов	22400.00	2	2	Иваненко	22400.00

# Естественное соединение

## NATURAL JOIN

- Операция естественного соединения применяется к паре отношений  $A$  и  $B$ , обладающих (возможно, составным) общим атрибутом  $c$  (т. е. атрибутом  $c$  одним и тем же именем и определенным на одном и том же домене).
- Пусть  $ab$  обозначает объединение заголовков отношений  $A$  и  $B$ . Тогда естественное соединение  $A$  и  $B$  – это спроецированный на  $ab$  результат эквисоединения  $A$  и  $B$  по условию  $A.c = B.c$ .

Естественное соединение  
через другие операции?

# Естественное соединение через другие операции

- Переименование
- Декартово произведение
- Селекция
- Проекция
- $R \bowtie S = \pi_{\text{атрибуты } R, S \setminus S.A} \sigma_{R.A=S.A}(R \times S)$

# Естественное соединение - пример

- СЛУЖАЩИЕ NATURAL JOIN ПРОЕКТЫ (естественное соединение – выдать полную информацию о служащих и проектах, в которых они участвуют).

Результат операции СЛУЖАЩИЕ NATURAL JOIN ПРОЕКТЫ

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП	ПРО_НОМ	ПРОЕКТ_РУК	ПРО_ЗАРП
2934	Иванов	22400.00	1	Иванов	22400.00
2935	Петров	29600.00	1	Иванов	22400.00
2936	Сидоров	18000.00	1	Иванов	22400.00
2937	Федоров	20000.00	1	Иванов	22400.00
2938	Иванова	22000.00	1	Иванов	22400.00
2934	Иванов	22400.00	2	Иваненко	22400.00
2935	Петров	29600.00	2	Иваненко	22400.00
2939	Сидоренко	18000.00	2	Иваненко	22400.00
2940	Федоренко	20000.00	2	Иваненко	22400.00
2941	Иваненко	22000.00	2	Иваненко	22400.00

# Деление

## DIVIDE

- Пусть заданы два отношения:
  - А с заголовком  $\{a_1, a_2, \dots, a_n, b_1, b_2, \dots, b_m\}$
  - В с заголовком  $\{b_1, b_2, \dots, b_m\}$ .
- Будем считать, что атрибут  $b_i$  отношения А и атрибут  $b_i$  отношения В ( $i = 1, 2, \dots, m$ ) не только обладают одним и тем же именем, но и определены на одном и том же домене.
- Назовем множество атрибутов  $\{a_i\}$  составным атрибутом а, а множество атрибутов  $\{b_j\}$  – составным атрибутом b.
- После этого будем говорить о реляционном делении «бинарного» отношения  $A\{a, b\}$  на унарное отношение  $V\{b\}$ .

# Деление

- По определению, результатом деления  $A$  на  $B$  ( $A \text{ DIVIDE BY } B$ ) является «унарное» отношение  $C$  ( $a$ ), тело которого состоит из кортежей  $v$  таких, что в теле отношения  $A$  содержатся кортежи  $\langle v, w \rangle$  для любого  $w$  из  $B$ .
- Операция реляционного деления не является примитивной и выражается через операции декартова произведения, взятия разности и проекции.
- $(A \text{ DIVIDE BY } B) = C : C \times B \in A$

# Деление - пример

- Найдем всех сотрудников, которые работают и в 1, и во 2 проектах.

Отношение НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

ПРО_НОМ
1
2

Результат операции СЛУЖАЩИЕ DIVIDE BY НОМЕРА\_ПРОЕКТОВ

СЛУ_НОМЕР	СЛУ_ИМЯ	СЛУ_ЗАРП
2934	Иванов	22400.00
2935	Петров	29600.00



# Деление

$$R \text{ DIVIDE } S = \pi_{1,2,\dots,r-s}(R) - \pi_{1,2,\dots,r-s}(\pi_{1,2,\dots,r-s}(R) \times S) - R).$$

# Примеры:

- Кто работает только в одном проекте.
- Найти табельный номер начальника.
- Кто получает зарплату больше, чем его начальник.
- У кого самая большая зарплата.