Решение алгебраических уравнений

Выполнил: Нелюбин Алексей
9 «В» класс
Школа№3
г. Свирск

Определение алгебраического уравнения

$$P_n(x) = 0, где$$

$$P_n(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + ... + a_{n-1} x + a_n$$

$$a_{0,} a_1, ..., a_{n-1}, a_n - некоторые\_числа$$

$$x - переменная.$$

$$n - натуральное\_число.$$

Кубические уравнения.

$$ax^3 + bx^2 + cx + d = 0 \_\_(1)$$

$$x^3 + px + q = 0 \_\_\_\_\_\_\_\_\_(2)$$

Формула Кардано

x= $\sqrt[3]{-\frac{q}{2} + \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}}$+ $\sqrt[3]{-\frac{q}{2} - \sqrt{(\frac{q}{2})^2 + (\frac{p}{3})^3}}$

Пример:

$$x^3+3x-4=0$$

$$x=1$$

$$x=\sqrt[3]{-\frac{-4}{2}+\sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{3}\right)^3}}+\sqrt[3]{-\frac{-4}{2}-\sqrt{\left(\frac{-4}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{3}\right)^3}}$$

$$x=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}+\sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$$

Способы и методы решения уравнений.

* **Разложение на множители**.
  - Вынесение общего множителя за скобку
  - Применение формул сокращённого умножения
  - Способ группировки
* **Замена переменной**
  - Биквадратное уравнение
  - Понижение степени уравнения
  - Уравнение вида $(x+\alpha)^4+(x+\beta)^4=\gamma$
  - Возвратное уравнение
* **Метод деления на многочлен, содержащий переменную**
* **Метод выделения полного квадрата**

Задачи с параметрами

Пример1

Пример2

Заключение

Рассмотрев в своей работе достаточно примеров уравнений, я пришёл к выводу, что предпочтительней решать некоторые уравнения нетрадиционным способом, так как вычисления при этом получаются намного проще.

Все эти способы я описал выше, применяя их можно решить большинство алгебраических уравнений.

$$9x^3 - 27x^2 = 0$$

$$9x^2(x-3) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = 3$$

$$x^6 - 1 = 0$$

$$(x^3 - 1)(x^3 + 1) = 0$$

$$x^3 - 1 = 0, \_\_\_ \; x^3 + 1 = 0$$

$$x_1 = 1, \_\_\_\_\_ \; x_2 = -1$$

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 15 = 0$$

$$(x^3 - 3x^2) + (5x - 15) = 0$$

$$x^2(x - 3) + 5(x - 3) = 0$$

$$(x - 3)(x^2 + 5) = 0$$

$$x - 3 = 0, x^2 + 5 = 0$$

$$x_1 = 3, нет\_корней.$$

$$4x^4 + 7x^2 - 2 = 0$$

$$Замена\_x^2 = y$$

$$y^2 + 7y - 2 = 0$$

$$Д = 49 - 4 * 2$$

$$Д = 41$$

$$y_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2},\_y_{1,2} \rangle 0 \Rightarrow$$

$$вернемся\_к\_переменной\_x$$

$$x^2 = \frac{7 \pm \sqrt{41}}{2},$$

$$x = \sqrt{\frac{7 \pm \sqrt{41}}{2}}.$$

$$(x-1)(x-7)(x-4)(x+2)=40$$

перемножим _первую _и _третью _скобки,

затем _вторую _и _четвертую :

$$(x^2-5x+4)(x^2-5x-14)=40$$

замена : _ $x^2-5x+4=y$

$$y(y-18)=40$$

$$y^2-18y-40=0$$

$y_1=20,\ y_2=-2,$ _*тогда*

$$x^2-5x+4=20,\ x^2-5x+4=-2$$

$$x^2-5x-16=0,\ x^2-5x+6=0$$

$$x_{1,2}=\frac{-5\pm\sqrt{69}}{2},\ x_3=-2,\ x_4=-3.$$

$$\lambda = -1,$$
$$2x^4 + 3x^3 - 3x^2 - 3x + 2 = 0$$
$$2x^2 + 3x - 3 - \frac{3}{x} + \frac{2}{x^2} = 0$$
$$2(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 3(x - \frac{1}{x}) - 3 = 0$$
$$\textit{Замена}\_\, x - \frac{1}{x} = y, x^2 + \frac{1}{x^2} = y^2 + 2$$
$$2(y^2 + 2) + 3y - 3 = 0$$
$$2y^2 + 3y + 1 = 0$$
$$y_1 = -1, y_2 = -0{,}5$$
$$x - \frac{1}{x} = -1, x - \frac{1}{x} = -0{,}5$$
$$x^2 + x - 1 = 0, x^2 + 0{,}5x - 1 = 0$$
$$Д = 5 \underline{\qquad\qquad} 2x^2 + x - 2 = 0$$
$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}, \underline{\qquad} Д = 17$$
$$\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad} x_{3,4} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$(2x-1)^2+(2x-1)(x+2)=2(x+2)^2$$

$$\frac{(2x-1)^2+(2x-1)(x+2)-2(x+2)^2}{(x+2)^2}=0$$

$$(\frac{2x-1}{x+2})^2+\frac{2x-1}{x+2}-2=0$$

$$\frac{2x-1}{x+2}=y$$

$$y^2+y-2=0$$

$$y_1=1, y_2=-2$$

$$\frac{2x-1}{x+2}=1, \frac{2x-1}{x+2}=-2. \_\_\_\_\_ ОДЗ \_ x\neq -2$$

$$x_1=3, x_2=1\frac{1}{4}.$$

$$x^2+\left(\frac{x}{x-1}\right)^2=8$$

$$x^2+\frac{2x^2}{x-1}+\left(\frac{x}{x-1}\right)^2-\frac{2x^2}{x-1}=8$$

$$\left(x+\frac{x}{x-1}\right)^2-\frac{2x^2}{x-1}=8$$

$$\left(\frac{x^2}{x-1}\right)^2-2*\frac{x^2}{x-1}-8=0$$

$$\text{замена}\ \frac{x^2}{x-1}=y$$

$$y^2-2y-8=0$$

$$y_1=4,\ y_2=-2$$

$$\frac{x^2}{x-1}=4,\ \frac{x^2}{x-1}=-2,\ \_\_\_\ \text{ОДЗ}\ \_\ x\neq 1$$

$$x^2-4x+4=0,\ x^2+2x-2=0$$

$$(x-2)^2=0,\ \_\_\_\_\ D=2\sqrt{3}$$

$$x_1=2,\ x_{2,3}=-1\pm\sqrt{3}$$

Найти значение с, при котором корнем уравнения $3(x-4)-5(x+2)=cx-6$ является число 6.

Решение:

$3x-12-5x-10-cx+6=0$ Сгруппируем слагаемые относительно х

$-2x-cx-16=0$ Подставим $x=6$

$-12-6c-16=0$

$-6c=28$

$c=-14/3$

Ответ: При $c=-14/3$ корнем данного уравнения является число 6.

Для каждого значения параметра а решить уравнение: $x^4+(a^2-a+1)x^2-a^3-a=0.$

замена $x^2=y$

$$y^2+(a^2-a+1)y-a(a^2+1)=0$$

замена $u=a^2+1$

$$y^2+(u-a)y-au=0$$

$$D=u^2-2au+a^2+4au$$

$$D=(u+a)^2$$

$$y_{1,2}=\frac{-(u-a)\pm(u+a)}{2}$$

$$y_1=a, y_2=-u$$

$вернёмся\_к\_переменной\_x.$

$1)x^2=a$

$при\_a>0\_x_{1,2}=\pm\sqrt{a}$

$при\_a=0\_x=0$

$.при\_a<0\_нет\_корней.$

$2)x^2=-u\_то\_есть$

$x^2=-(a^2+1)$

$нет\_корней.$

$Ответ:\_a>0, x_{1,2}=\pm\sqrt{a}$

$\_\_\_\_\_\_\_a=0, x=0$

$\_\_\_\_\_\_\_a<0, нет\_решений.$