

*«Решение
дробно - рациональных
неравенств
методом интервалов»*

Цели урока:

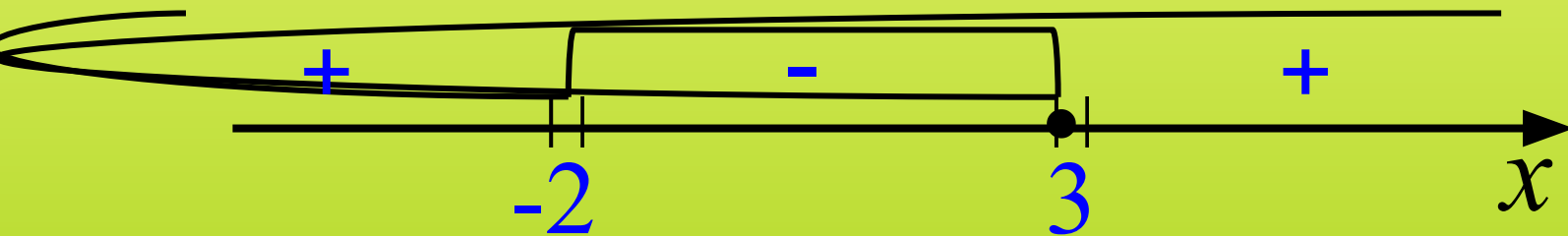
- ✓ *Повторить решение рациональных неравенств методом интервалов;*
- ✓ *Обобщить метод интервалов для решения дробно-рациональных неравенств;*
- ✓ *Закрепить полученные знания при решении практических задач.*



1. Решите неравенство:

$$(x+2)(x-3) < 0$$

Решение:

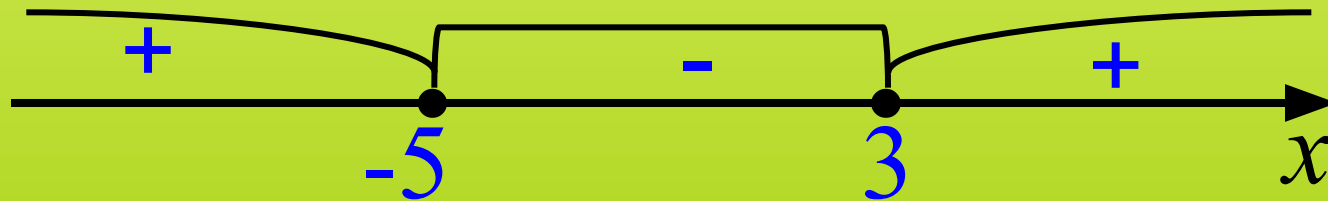


Ответ. $x \in (-2, 3]$.

2. При каких значениях x имеет смысл выражение $\sqrt{x^2 + 2x - 15}$?

Решение:

$$x^2 + 2x - 15 \geq 0;$$



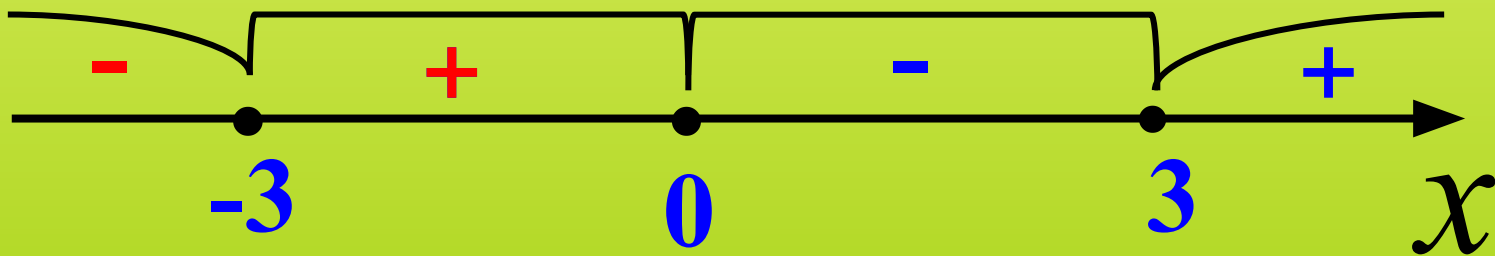
Ответ. $x \in (-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$.

3. Решите неравенство

$$(x^4 - 9x^2)(-x^2 - 3) \leq 0.$$

Решение: $x^2(x^2 - 9)(x^2 + 3) \geq 0.$

$$x^2(x - 3)(x + 3)(x^2 + 3) \geq 0.$$



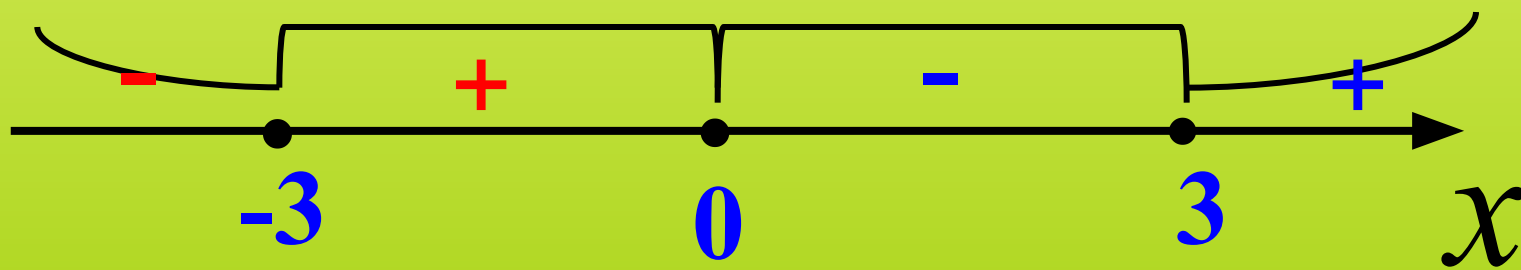
Ответ. $[-3; 0] \cup [3; \infty).$

3. Решите неравенство

$$(x^4 - 9x^2)(-x^2 - 3) \leq 0.$$

Решение: $x^2(x^2 - 9)(x^2 + 3) \geq 0.$

$$x^2(x-3)(x+3)(x^2+3) \geq 0.$$



Ответ. $(-\infty; -3; 0] \cup [3; \infty) \cup \{0\}.$

4. Решите неравенство $\frac{x^2}{x-5} \leq 0$.

Решение:

$$\begin{cases} x^2 \geq 0, \\ x - 5 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \in R, \\ x \leq 5; \end{cases}$$

Ответ. $x \in (-\infty; 5]$.

4. Решите неравенство $\frac{x^2}{x-5} \leq 0$.

Решение:

$$\begin{cases} x^2 \geq 0, \\ x - 5 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \in R, \\ x < 5; \end{cases}$$

Ответ. $x \in (-\infty; 5)$.

Решите неравенство

$$\frac{1}{x} > 2$$

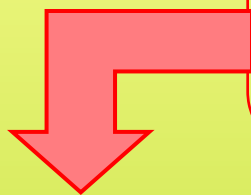
Решение

дробно - рациональных

неравенств

методом интервалов

НЕЛЬЗЯ!



*Домножать на
знаменатель, содержащий
неизвестное*

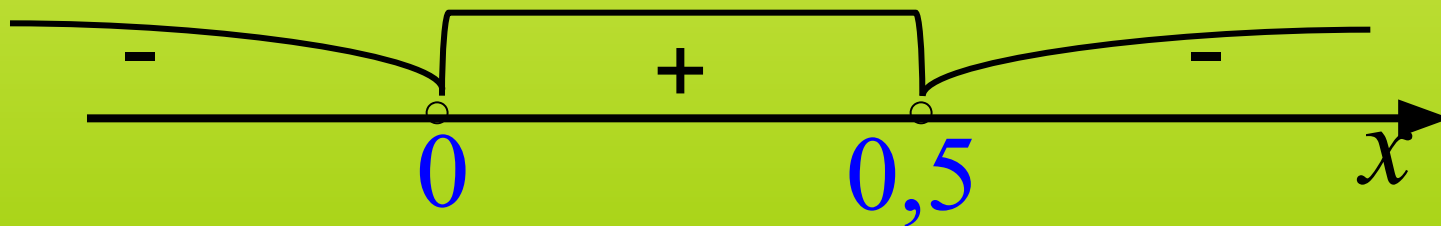
Решите неравенство

$$\frac{1}{x} > 2.$$

Решение:

$$\frac{1}{x} - 2 > 0,$$

$$\frac{1-2x}{x} > 0.$$



Ответ: $x \in (0; 0,5)$.

Решение дробно-рациональных неравенств методом интервалов:

- 1. Привести данное неравенство к виду $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$;*
- 2. Разложить числитель и знаменатель дроби на линейные множители;*
- 3. Нанести на числовую ось числа, при которых каждый множитель равен нулю и разделить числовую ось на промежутки;*
- 4. Выколоть те точки, которые не являются решением неравенства;*
- 5. Выяснить знаки промежутков;*
- 6. Выбрать ответ.*

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0;$$

Найти «нули»

Отметить «нули»

Выколоть «нули»

Определить знак

Выбрать ответ

*Назовите числа, при которых
числитель и знаменатель будут равны нулю*

$$\frac{(x - 7)(x + 9)}{5 - x};$$

*Назовите числа, при которых
числитель и знаменатель будут равны нулю*

$$\frac{(x-4)(x^2-16)}{(x-2)(x+3)}$$

*Назовите выколотые и невыколотые
точки*

$$\frac{(x + 8)(x + 1)}{x - 15} > 0;$$

*Назовите выколотые и невыколотые
точки*

$$\frac{(x + 8)(x + 1)}{x - 15} \geq 0;$$

*Назовите выколотые и невыколотые
точки*

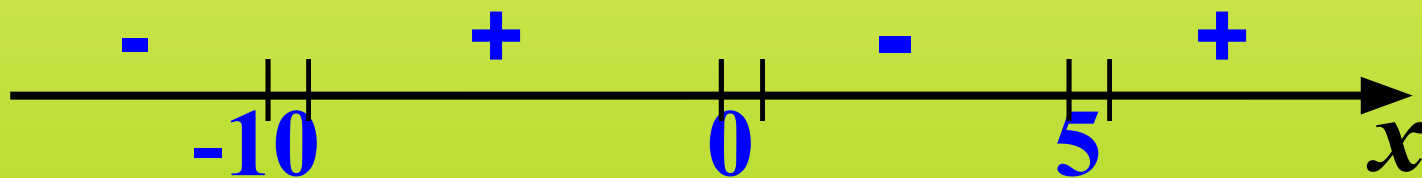
$$\frac{(x - 11)(x + 4)}{(x - 5)(x + 16)} < 0.$$

*Назовите выколотые и невыколотые
точки*

$$\frac{(x - 11)(x + 4)}{(x - 5)(x + 16)} \leq 0.$$

Решите неравенство

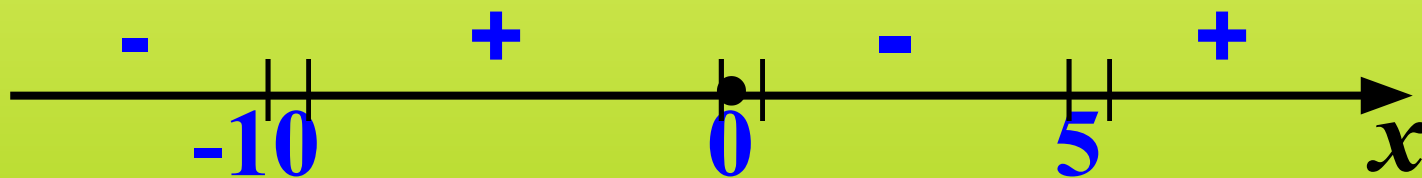
$$\frac{x}{(x-5)(x+10)} < 0;$$



$$(-\infty; -10) \cup (0; 5)$$

Решите неравенство

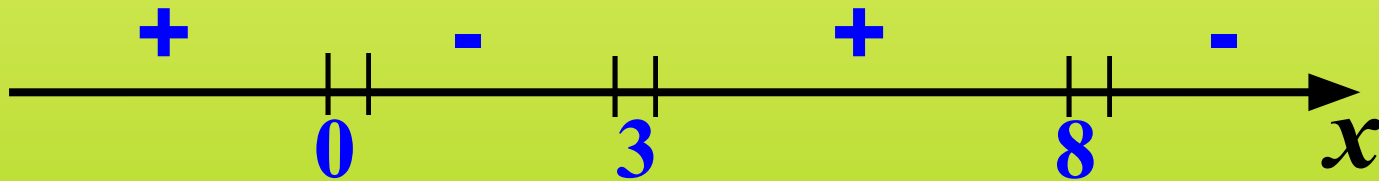
$$\frac{x}{(x-5)(x+10)} \leq 0;$$



$$(-\infty; -10) \cup [0; 5)$$

Решите неравенство

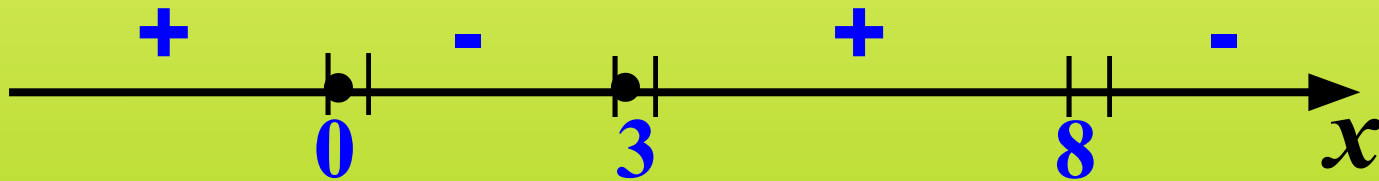
$$\frac{(3-x)x}{x-8} > 0;$$



$$(-\infty; 0) \cup (3; 8)$$

Решите неравенство

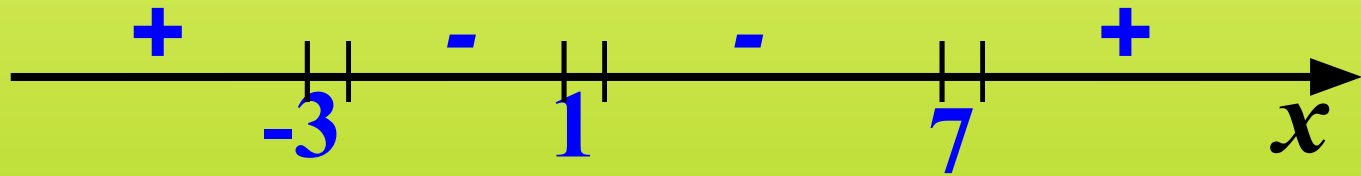
$$\frac{(3-x)x}{x-8} \geq 0;$$



$$(-\infty; 0] \cup [3; 8)$$

Решите неравенство

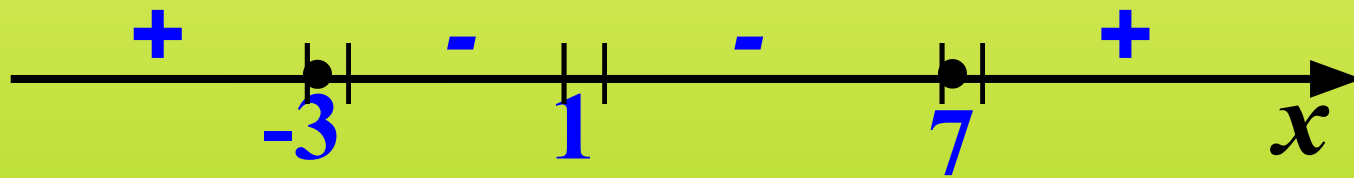
$$\frac{(x-7)(x+3)}{(x-1)^2} < 0;$$



$$(-3; 1) \cup (1; 7)$$

Решите неравенство

$$\frac{(x-7)(x+3)}{(x-1)^2} \leq 0;$$

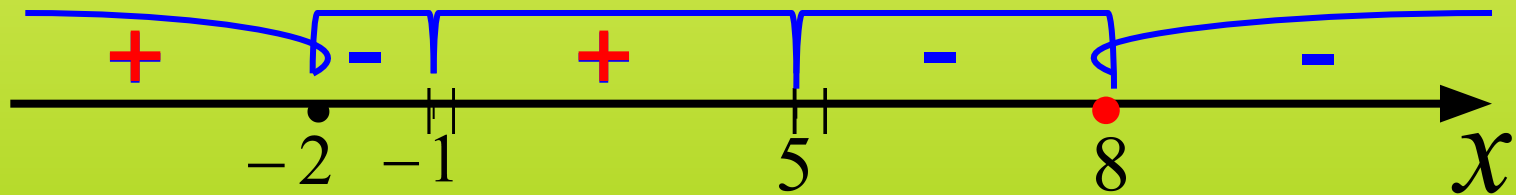


$$[-3; 1) \cup (1; 7]$$

Решите неравенство

$$\frac{(x-8)^4(x+2)}{(x+1)^3(5-x)} \geq 0.$$

Решение:

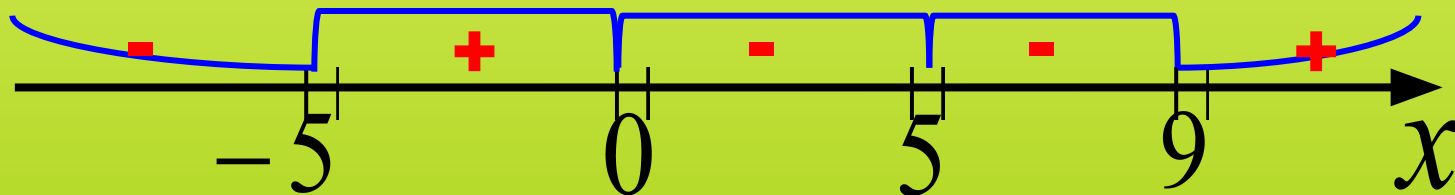


Ответ: $x \in (-\infty; -2] \cup (-1; 5) \cup \{8\}.$

Решите неравенство

$$\frac{x^3 - 25x}{x^2 - 14x + 45} < 0;$$

$$\frac{x(x-5)(x+5)}{(x-5)(x-9)} < 0.$$



$$\boxed{(-\infty; -5) \cup (0; 5) \cup (5; 9)}.$$

НЕЛЬЗЯ!

```
graph TD; A[НЕЛЬЗЯ!] --> B[Домножать на знаменатель, содержащий неизвестное]; A --> C[Сокращать на одинаковые множители];
```

*Домножать на
знаменатель, содержащий
неизвестное*

*Сокращать на
одинаковые
множители*

№ 681(5)

№ 695(1)

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0;$$

Найти «нули»

Отметить «нули»

Выколоть «нули»

Определить знак

Выбрать ответ

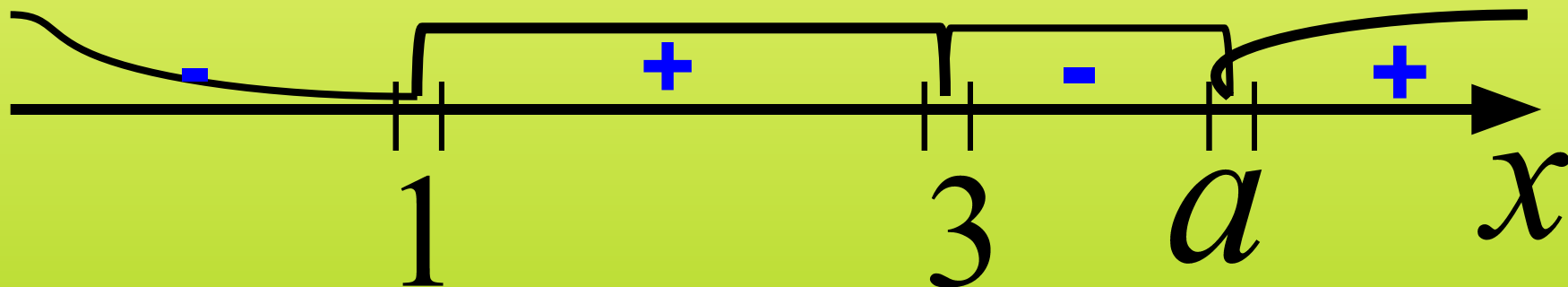
При каких значениях параметра a множество решений неравенства

$$\frac{(x - a)(x - 1)}{x - 3} > 0$$

является луч?

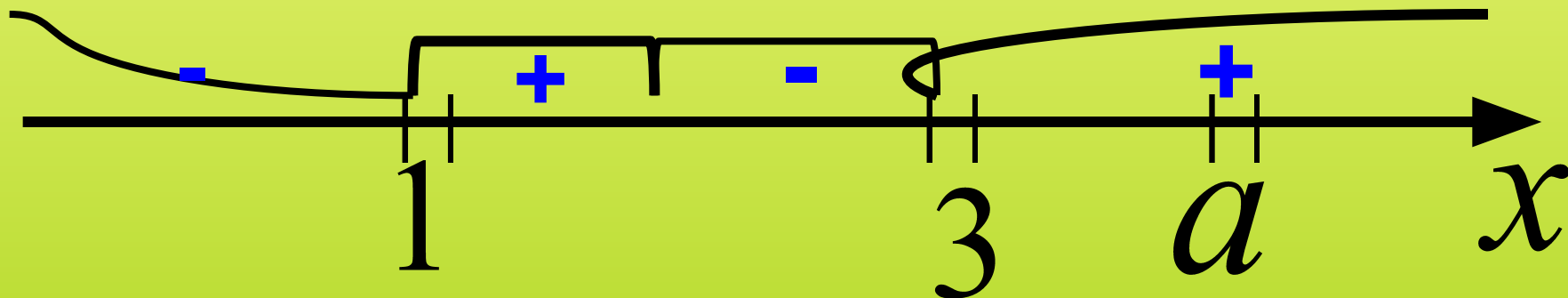
Решение:

$$\frac{(x - a)(x - 1)}{x - 3} > 0$$



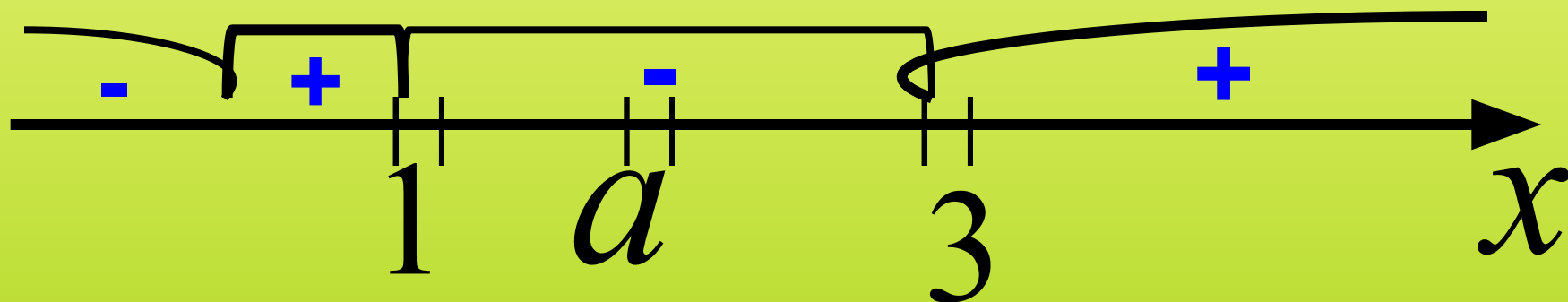
Решение:

$$\frac{(x-a)(x-1)}{x-3} > 0$$



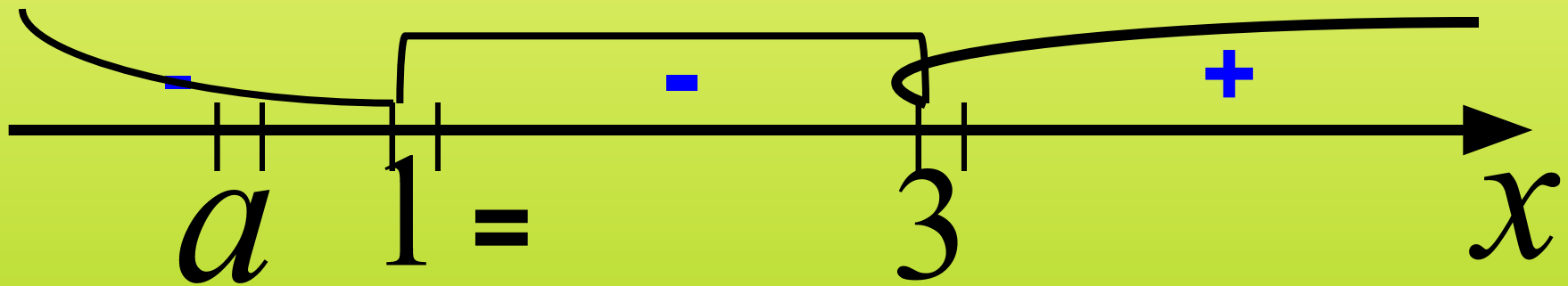
Решение:

$$\frac{(x-a)(x-1)}{x-3} > 0$$



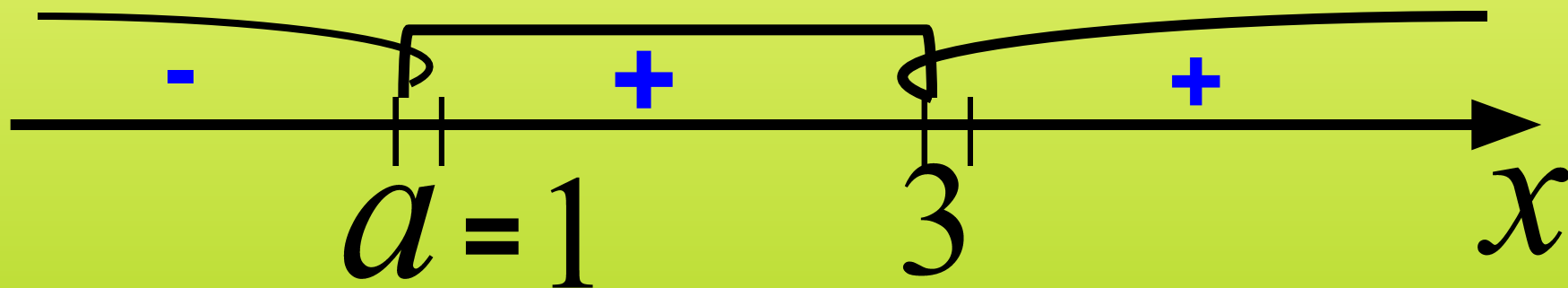
Решение:

$$\frac{(x-a)(x-1)}{x-3} > 0$$



Решение:

$$\frac{(x-a)(x-1)}{x-3} > 0$$



Ответ. При $a=1$.

При каких значениях параметра a множество решений неравенства

$$\frac{(x - a)^2 (x - 1)}{x - 3} > 0$$

являются два луча?

Задание на дом:

№ 681 (4,6) ,

№ 682 (2,4),

№ 695 (2) .





*Спасибо
за работу!*

