

*«Решение  
дробно - рациональных  
неравенств  
методом интервалов»*

## *Цели урока:*

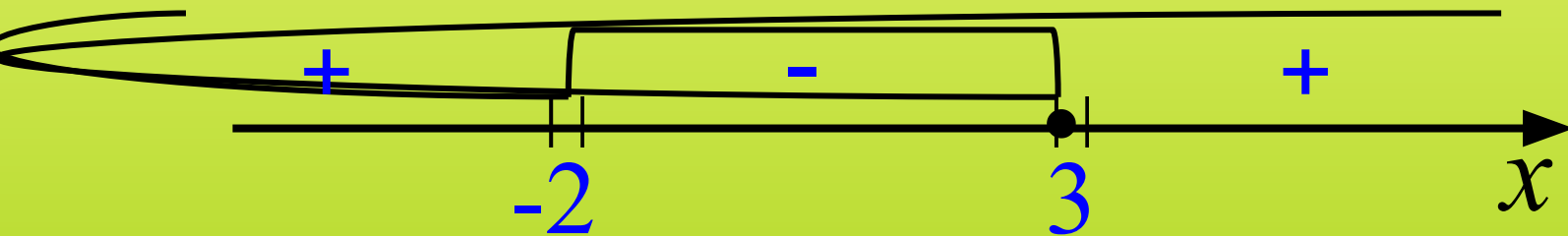
- ✓ Повторить решение рациональных неравенств методом интервалов;*
- ✓ Обобщить метод интервалов для решения дробно-рациональных неравенств;*
- ✓ Закрепить полученные знания при решении практических задач.*



1. Решите неравенство:

$$(x+2)(x-3) < 0$$

*Решение:*

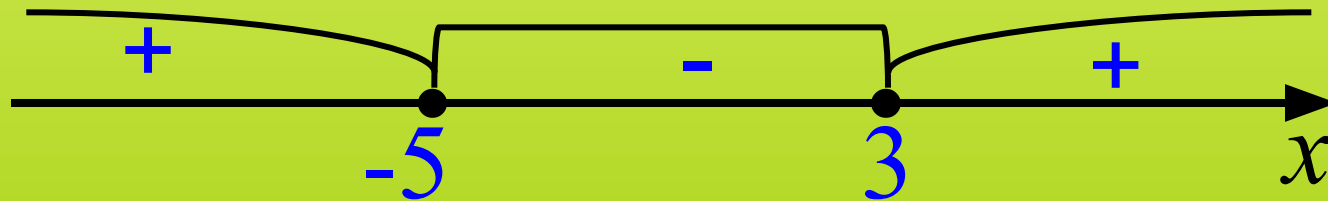


*Ответ.*  $x \in (-2, 3]$ .

**2. При каких значениях  $x$  имеет смысл выражение  $\sqrt{x^2 + 2x - 15}$  ?**

**Решение:**

$$x^2 + 2x - 15 \geq 0;$$



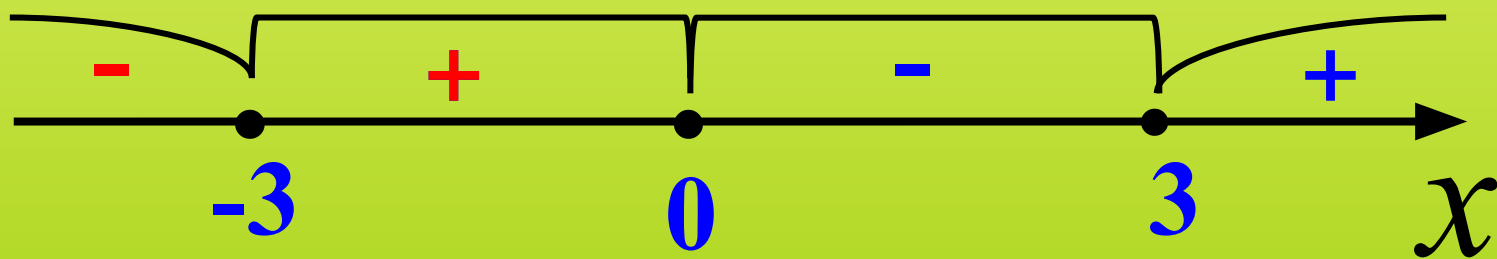
**Ответ.**  $x \in (-\infty; -5] \cup [3; +\infty)$ .

### 3. Решите неравенство

$$(x^4 - 9x^2)(-x^2 - 3) \leq 0.$$

**Решение:**  $x^2(x^2 - 9)(x^2 + 3) \geq 0.$

$$x^2(x - 3)(x + 3)(x^2 + 3) \geq 0.$$



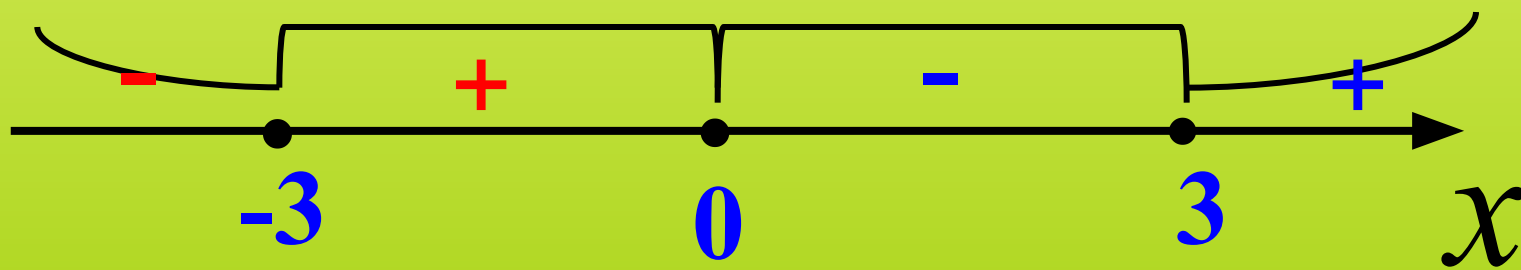
**Ответ.**  $[-3; 0] \cup [3; \infty).$

### 3. Решите неравенство

$$(x^4 - 9x^2)(-x^2 - 3) \leq 0.$$

**Решение:**  $x^2(x^2 - 9)(x^2 + 3) \geq 0.$

$$x^2(x - 3)(x + 3)(x^2 + 3) \geq 0.$$



**Ответ.**  $(-\infty; -3; 0] \cup [3; \infty) \cup \{0\}.$

4. Решите неравенство  $\frac{x^2}{x-5} \leq 0$ .

*Решение:*

$$\begin{cases} x^2 \geq 0, \\ x - 5 \leq 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \in R, \\ x \leq 5; \end{cases}$$

*Ответ.*  $x \in (-\infty; 5]$ .



4. Решите неравенство  $\frac{x^2}{x-5} \leq 0$ .

*Решение:*

$$\begin{cases} x^2 \geq 0, \\ x - 5 < 0; \end{cases} \quad \begin{cases} x \in R, \\ x < 5; \end{cases}$$

*Ответ.*  $x \in (-\infty; 5)$ .

*Решите неравенство*

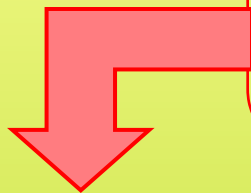
$$\frac{1}{x} > 2$$

*Решение*

*дробно - рациональных  
неравенств*

*методом интервалов*

***НЕЛЬЗЯ!***



*Домножать на  
знаменатель, содержащий  
неизвестное*

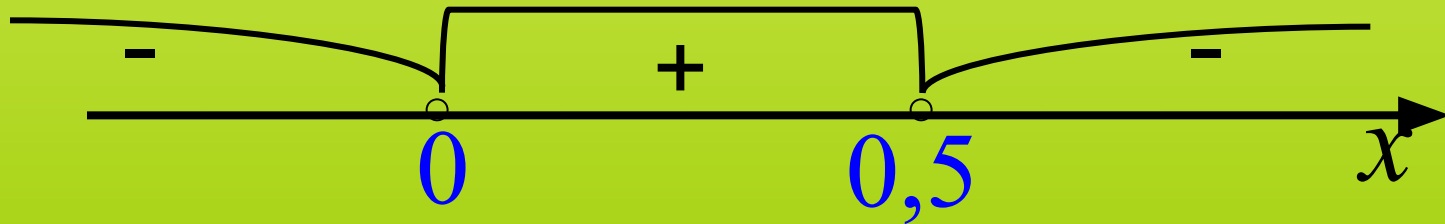
*Решите неравенство*

$$\frac{1}{x} > 2.$$

*Решение:*

$$\frac{1}{x} - 2 > 0,$$

$$\frac{1-2x}{x} > 0.$$



*Ответ:*  $x \in (0; 0,5)$ .

# *Решение дробно-рациональных неравенств методом интервалов:*

- 1. Привести данное неравенство к виду  $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ ;*
- 2. Разложить числитель и знаменатель дроби на линейные множители;*
- 3. Нанести на числовую ось числа, при которых каждый множитель равен нулю и разделить числовую ось на промежутки;*
- 4. Выколоть те точки, которые не являются решением неравенства;*
- 5. Выяснить знаки промежутков;*
- 6. Выбрать ответ.*

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0;$$

*Найти «нули»*

*Отметить «нули»*

*Выколоть «нули»*

*Определить знак*

*Выбрать ответ*

*Назовите числа, при которых  
числитель и знаменатель будут равны нулю*

$$\frac{(x - 7)(x + 9)}{5 - x};$$

*Назовите числа, при которых  
числитель и знаменатель будут равны нулю*

$$\frac{(x - 4)(x^2 - 16)}{(x - 2)(x + 3)};$$



*Назовите выколотые и невыколотые  
точки*

$$\frac{(x + 8)(x + 1)}{x - 15} > 0;$$

*Назовите выколотые и невыколотые  
точки*

$$\frac{(x + 8)(x + 1)}{x - 15} \geq 0;$$

*Назовите выколотые и невыколотые  
точки*

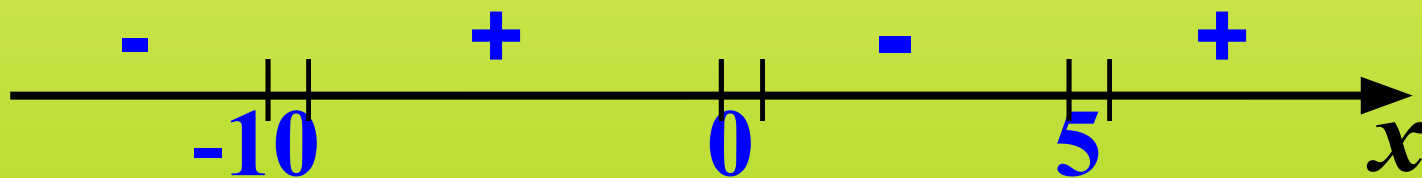
$$\frac{(x - 11)(x + 4)}{(x - 5)(x + 16)} < 0.$$

*Назовите выколотые и невыколотые точки*

$$\frac{(x - 11)(x + 4)}{(x - 5)(x + 16)} \leq 0.$$

*Решите неравенство*

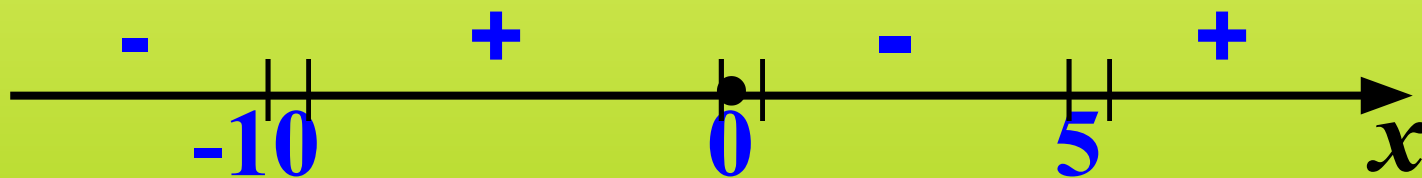
$$\frac{x}{(x-5)(x+10)} < 0;$$



$$\boxed{(-\infty; -10) \cup (0; 5)}$$

*Решите неравенство*

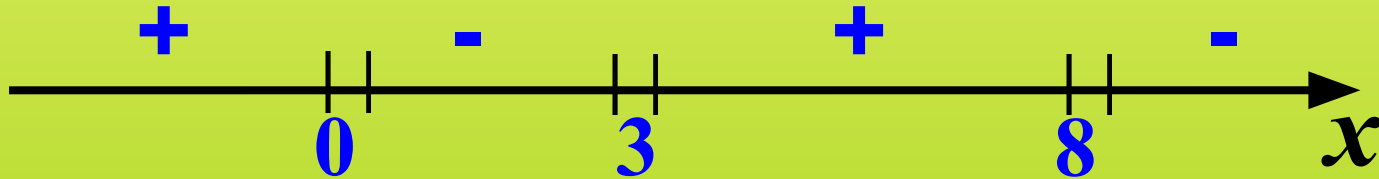
$$\frac{x}{(x-5)(x+10)} \leq 0;$$



$$(-\infty; -10) \cup [0; 5)$$

*Решите неравенство*

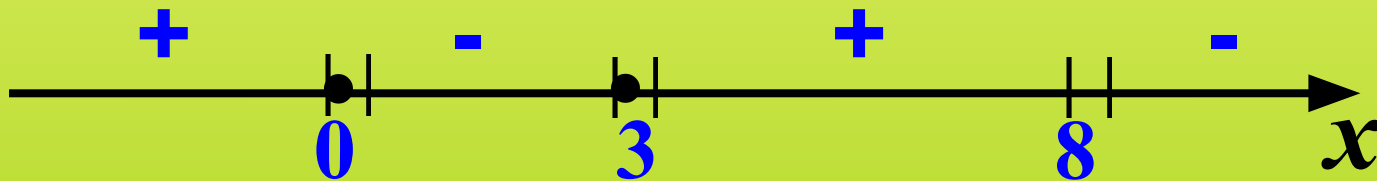
$$\frac{(3-x)x}{x-8} > 0;$$



$$(-\infty; 0) \cup (3; 8)$$

*Решите неравенство*

$$\frac{(3-x)x}{x-8} \geq 0;$$

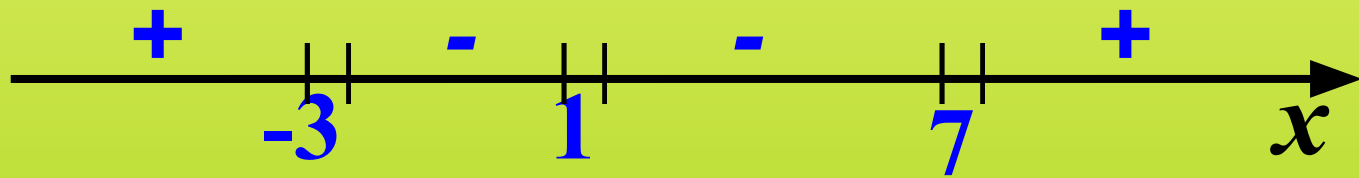


$$(-\infty; 0] \cup [3; 8)$$



*Решите неравенство*

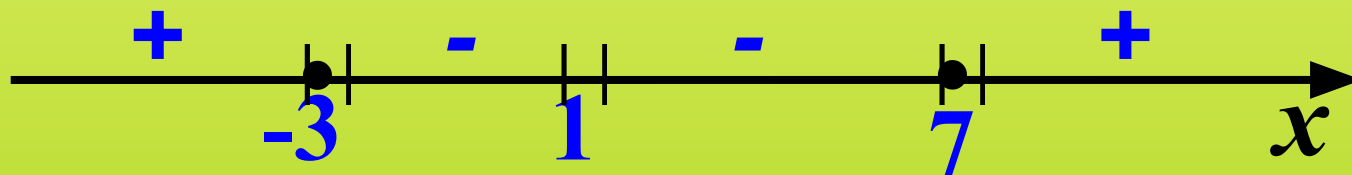
$$\frac{(x-7)(x+3)}{(x-1)^2} < 0;$$



$$(-3; 1) \cup (1; 7)$$

*Решите неравенство*

$$\frac{(x-7)(x+3)}{(x-1)^2} \leq 0;$$

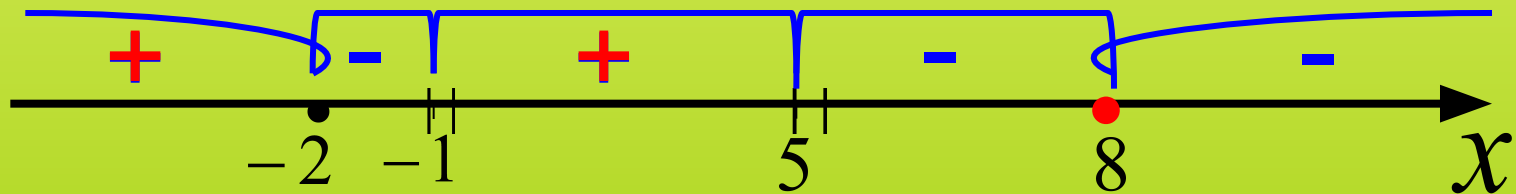


$$[-3;1) \cup (1;7]$$

*Решите неравенство*

$$\frac{(x-8)^4(x+2)}{(x+1)^3(5-x)} \geq 0.$$

*Решение:*

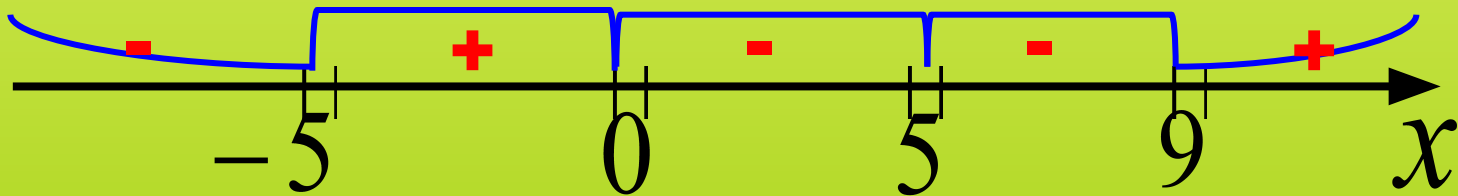


*Ответ:*  $x \in (-\infty; -2] \cup (-1; 5) \cup \{8\}$ .

*Решите неравенство*

$$\frac{x^3 - 25x}{x^2 - 14x + 45} < 0;$$

$$\frac{x(x-5)(x+5)}{(x-5)(x-9)} < 0.$$



$$\boxed{(-\infty; -5) \cup (0; 5) \cup (5; 9)}.$$

***НЕЛЬЗЯ!***



*Домножать на  
знаменатель, содержащий  
неизвестное*

*Сокращать на  
одинаковые  
множители*

**№ 681(5)**

**№ 695(1)**

$$\frac{f(x)}{g(x)} > 0;$$

**Найти «нули»**

**Отметить «нули»**

**Выколоть «нули»**

**Определить знак**

**Выбрать ответ**

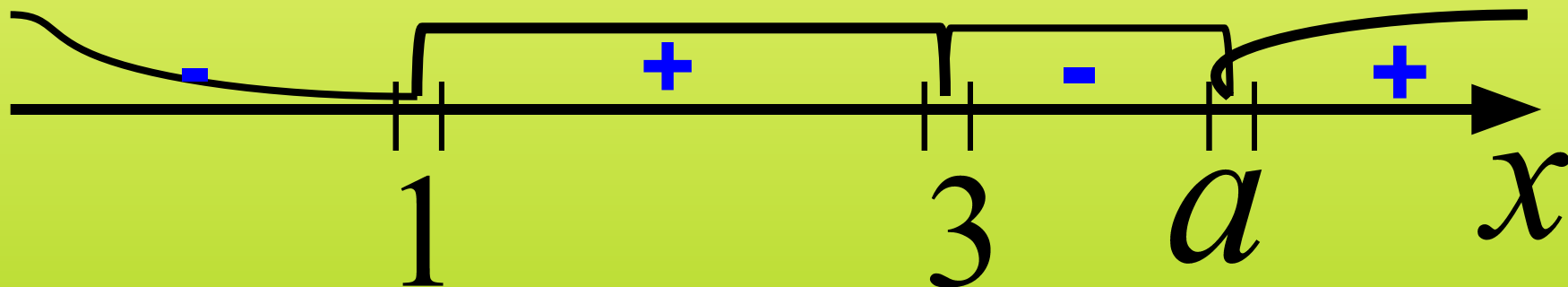
*При каких значениях  
параметра  $a$  множество  
решений неравенства*

$$\frac{(x - a)(x - 1)}{x - 3} > 0$$

*является луч?*

*Решение:*

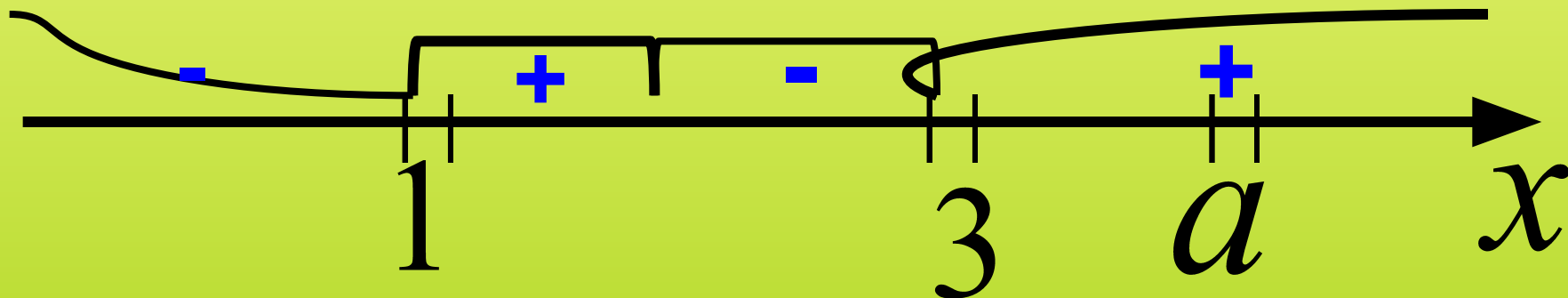
$$\frac{(x - a)(x - 1)}{x - 3} > 0$$





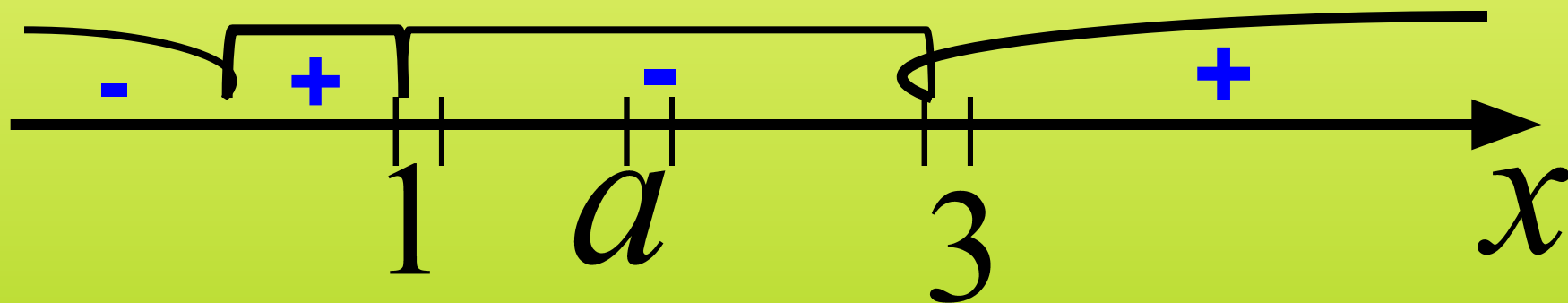
*Решение:*

$$\frac{(x - a)(x - 1)}{x - 3} > 0$$



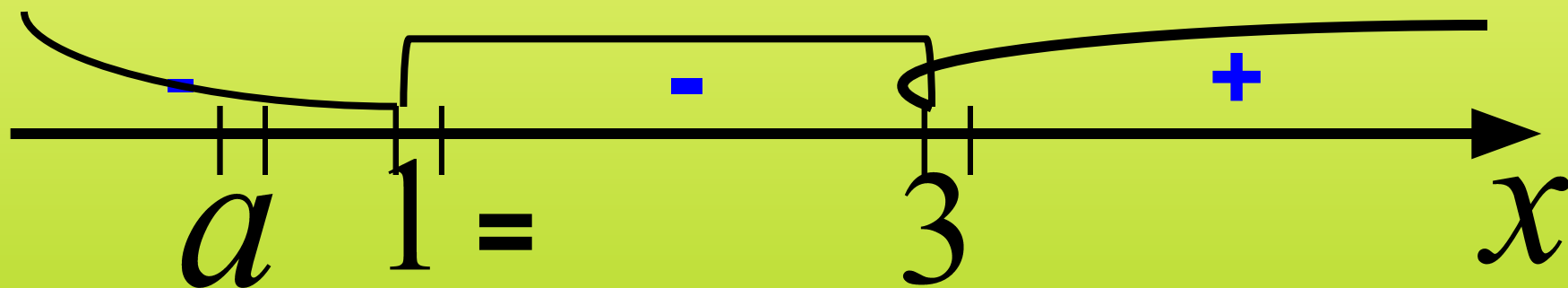
*Решение:*

$$\frac{(x-a)(x-1)}{x-3} > 0$$



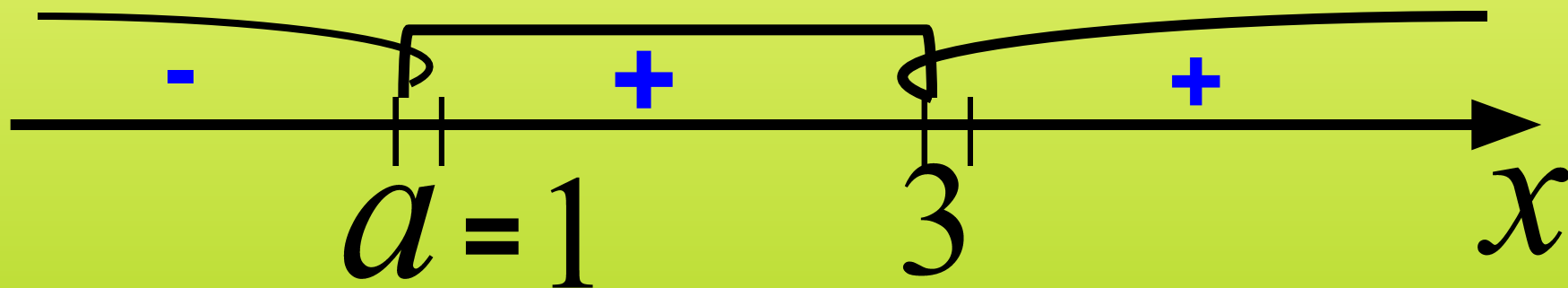
*Решение:*

$$\frac{(x-a)(x-1)}{x-3} > 0$$



*Решение:*

$$\frac{(x-a)(x-1)}{x-3} > 0$$



*Ответ. При  $a=1$ .*

*При каких значениях параметра  $a$  множество решений неравенства*

$$\frac{(x - a)^2 (x - 1)}{x - 3} > 0$$

*являются два луча?*

## *Задание на дом:*

*№ 681 (4,6) ,*

*№ 682 (2,4),*

*№ 695 (2) .*





*Спасибо  
за работу!*

