Решение квадратных неравенств

далее »

Рассмотрим решение квадратных неравенств на конкретном примере.

Решим неравенство x^2*-5x-50<0* двумя способами:

1 рассмотрением квадратичной функции;

2 методом интервалов.

Задания для самостоятельной работы

Назад на титульный лист

Метод рассмотрения квадратичной функции

1) Рассмотрим квадратичную функцию $f(x) = x^2 – 5x - 50$ и найдем такие значения x, для которых $f(x) < 0$.

2) Графиком рассматриваемой функции является парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1$, $1 > 0$.

3) Найдем нули функции (то есть абсциссы точек пересечения параболы с осью Ох), для этого решим квадратное уравнение

$x^2 – 5x – 50 = 0$.

$x^2 – 5x – 50 = 0, \quad a = 1, \quad b = -5, \quad c = -50.$

$D = b^2 – 4ac;$

$D = (-5)^2 – 4 \cdot 1 \cdot (-50) = 25 + 200 = 225 = 15^2, \quad 225 > 0$, значит уравнение имеет два действительных корня.

$x_1 = (-(-5) – 15) : 2 = -5;$

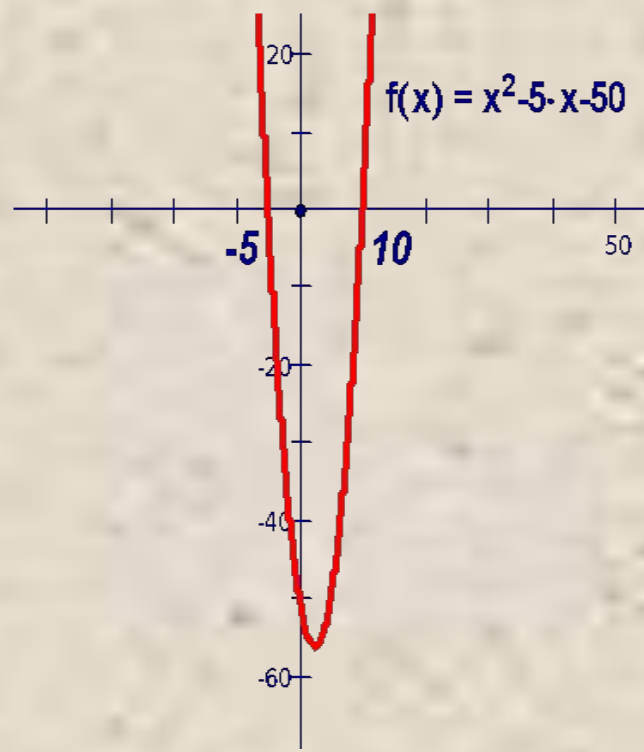
$x_2 = (-(-5) + 15) : 2 = 10.$

Нули функции: $x = -5$ и $x = 10$.

далее »

4) Изобразим схематично параболу $f(x) = x^2 - 5x - 50$ в координатной плоскости ***Oxy.***

5) Из рисунка видим, что
$f(x) < 0$, при $-5 < x < 10$
(то есть берем в рассмотрение ту часть параболы, которая лежит ниже оси ***Ox***).



Замечание: ответ записываем в виде числового промежутка.

Ответ: ***(-5; 10).***

« *назад*

Метод интервалов

1) Рассмотрим функцию $f(x) = x^2 - 5x - 50$ и найдем такие значения x для которых $f(x) < 0$.
$D(f) = R$ (то есть множество всех действительных чисел).

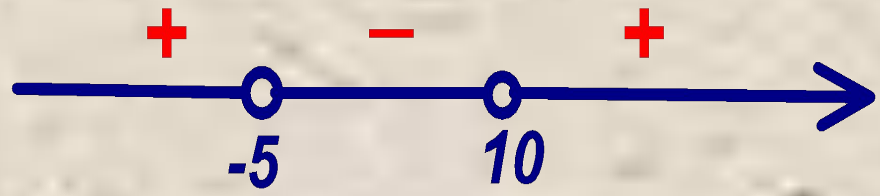
2) Разложим квадратный трехчлен $x^2 - 5x - 50$ на множители (то есть представим его в виде произведения $a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена).

3) Для нахождения корней квадратного трехчлена решим уравнение $x^2 - 5x - 50 = 0$.
(Его мы уже решали, поэтому воспользуемся готовым результатом).
Так как $x_1 = -5$, $x_2 = 10$, то получаем следующее разложение квадратного трехчлена на множители
$x^2 - 5x - 50 = (x - (-5))(x - 10) = (x + 5)(x - 10)$.

далее »

4) Теперь разобьем ***D(f)*** - область определения функции ***$f(x) = x^2 - 5x - 50$*** её нулями, то есть числами ***–5*** и ***10***, на интервалы, в каждом из которых функция непрерывна, не обращается в ноль и поэтому сохраняет постоянный «знак».

5) Расставляем «знаки» в интервалах: выбираем любое число из соответствующего интервала и определяем «знак» функции (например, ***0*** принадлежит интервалу ***(-5; 10)*** и ***$f(0) = 0^2 - 5*0 - 50 = -50$***; то есть ***$f(0) < 0$***, значит значение функции в любой точке этого интервала отрицательно, ставим «знак» минус…).



6) Выбираем промежутки, в которых ***$f(x) < 0$***: это выполняется для всех ***$-5 < x < 10$.***

Ответ: (-5; 10).

«назад» далее»

Краткое решение неравенства методом интервалов можно записать так:

Решить неравенство $-4x^2 + 27x + 7 \geq 0$.

<u>Решение.</u>

$-4x^2 + 27x + 7 \geq 0$,

$4x^2 - 27x - 7 \leq 0$.

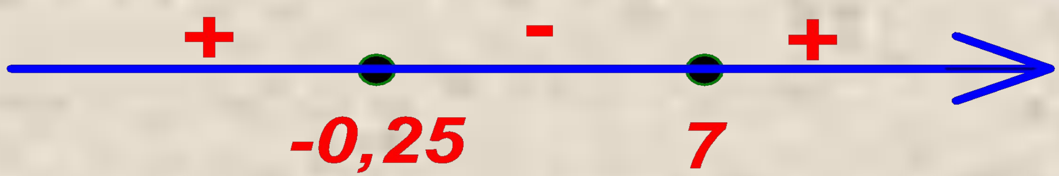
1) Рассмотрим $f(x) = 4x^2 - 27x - 7$ и найдем значения x, при которых $f(x) \leq 0$, $D(f) = R$.

2) $4x^2 - 27x - 7 = 0$, $D = 27^2 - 4*4*(-7) = 729 + 112 = 841 = 29^2$.

$x_1 = (27 – 29) : 8 = -0,25$; $x_2 = (27 + 29) : 8 = 7$.

3) $4x^2 - 27x - 7 = 4*(x + 0,25)*(x – 7)$.

4)



5) $f(x) \leq 0$ при $–0,25 \leq x \leq 7$.

Ответ: [-0,25; 7].

« назад

далее »

Попробуйте решить неравенства одним из рассмотренных методов:

1) $x^2 - 3x < x - 3$;

2) $-y^2 - 8y + 9 > 0$;

3) $-9p^2 < 1 - 6p$;

4) $12a - 9 > 4a^2$.

Ответы: 1) $(1; 3)$;
2) $(-9; 1)$;
3) все числа, кроме $1/3$;
4) решений нет.

конец