

далее »

Рассмотрим решение квадратных неравенств на конкретном примере.

Решим неравенство $x^2 - 5x - 50 < 0$ двумя способами:

1 рассмотрением квадратичной функции;

2 методом интервалов.

Задания для самостоятельной работы

Назад на титульный лист

Метод рассмотрения квадратичной функции

1) Рассмотрим квадратичную функцию $f(x) = x^2 - 5x - 50$ и найдем такие значения x , для которых $f(x) < 0$.

2) Графиком рассматриваемой функции является парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1, 1 > 0$.

3) Найдем нули функции (то есть абсциссы точек пересечения параболы с осью Ox), для этого решим квадратное уравнение $x^2 - 5x - 50 = 0$.

$$x^2 - 5x - 50 = 0, \quad a = 1, \quad b = -5, \quad c = -50.$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

$D = (-5)^2 - 4 * 1 * (-50) = 25 + 200 = 225 = 15^2, \quad 225 > 0$, значит уравнение имеет два действительных корня.

$$x_1 = (-(-5) - 15) : 2 = -5;$$

$$x_2 = (-(-5) + 15) : 2 = 10.$$

Нули функции: $x = -5$ и $x = 10$.

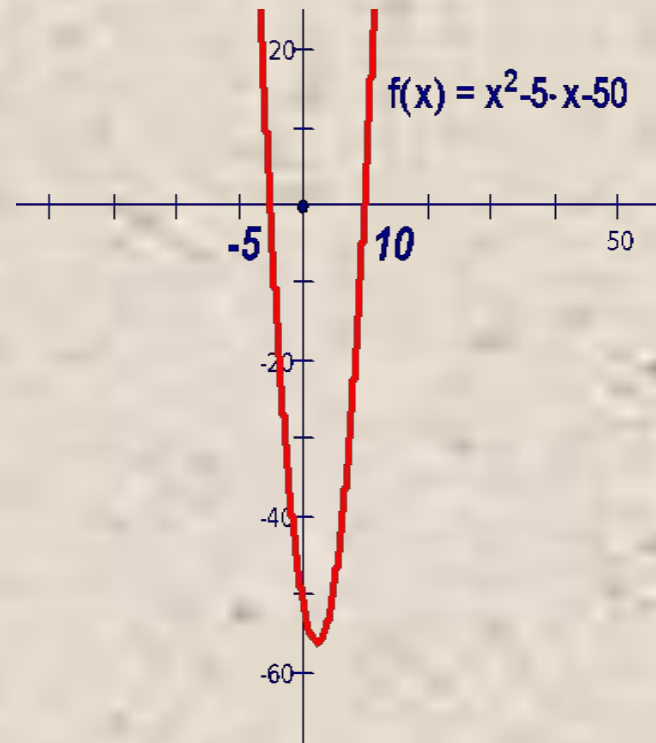
далее »

4) Изобразим схематично параболу $f(x) = x^2 - 5x - 50$ в координатной плоскости Oxy .

5) Из рисунка видим, что $f(x) < 0$, при $-5 < x < 10$ (то есть берем в рассмотрение ту часть параболы, которая лежит ниже оси Ox).

Замечание: ответ записываем в виде числового промежутка.

Ответ: $(-5; 10)$.



Метод интервалов

1) Рассмотрим функцию $f(x) = x^2 - 5x - 50$ и найдем такие значения x для которых $f(x) < 0$.

$D(f) = R$ (то есть множество всех действительных чисел).

2) Разложим квадратный трехчлен $x^2 - 5x - 50$ на множители (то есть представим его в виде произведения $a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 – корни квадратного трехчлена).

3) Для нахождения корней квадратного трехчлена решим уравнение $x^2 - 5x - 50 = 0$.

(Его мы уже решали, поэтому воспользуемся готовым результатом).

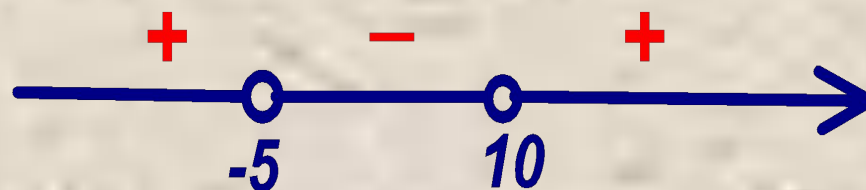
Так как $x_1 = -5$, $x_2 = 10$, то получаем следующее разложение квадратного трехчлена на множители

$$x^2 - 5x - 50 = (x - (-5))(x - 10) = (x + 5)(x - 10).$$

далее »

4) Теперь разобьем $D(f)$ - область определения функции $f(x) = x^2 - 5x - 50$ её нулями, то есть числами -5 и 10 , на интервалы, в каждом из которых функция непрерывна, не обращается в ноль и поэтому сохраняет постоянный «знак».

5) Расставляем «знаки» в интервалах: выбираем любое число из соответствующего



интервала и определяем «знак» функции (например, 0 принадлежит интервалу $(-5; 10)$ и $f(0) = 0^2 - 5 \cdot 0 - 50 = -50$; то есть $f(0) < 0$, значит значение функции в любой точке этого интервала отрицательно, ставим «знак» минус...).

6) Выбираем промежутки, в которых $f(x) < 0$: это выполняется для всех $-5 < x < 10$.

Ответ: $(-5; 10)$.

«назад»

далее»

Краткое решение неравенства методом интервалов можно записать так:

Решить неравенство $-4x^2 + 27x + 7 \geq 0$.

Решение.

$$-4x^2 + 27x + 7 \geq 0,$$

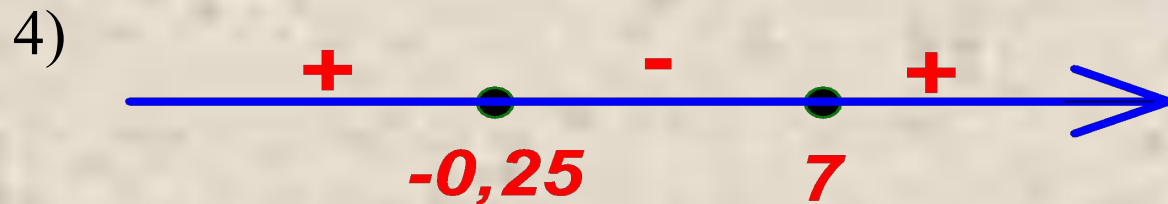
$$4x^2 - 27x - 7 \leq 0.$$

1) Рассмотрим $f(x) = 4x^2 - 27x - 7$ и найдем значения x , при которых $f(x) \leq 0$, $D(f) = R$.

$$2) 4x^2 - 27x - 7 = 0, \quad D = 27^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7) = 729 + 112 = 841 = 29^2.$$

$$x_1 = (27 - 29) : 8 = -0,25; \quad x_2 = (27 + 29) : 8 = 7.$$

$$3) 4x^2 - 27x - 7 = 4 \cdot (x + 0,25) \cdot (x - 7).$$



5) $f(x) \leq 0$ при $-0,25 \leq x \leq 7$.

Ответ: $[-0,25; 7]$.

« [назад](#) »

« [далее](#) » »

Попробуйте решить неравенства одним из рассмотренных методов:

1) $x^2 - 3x < x - 3;$

2) $-y^2 - 8y + 9 > 0;$

3) $-9p^2 < 1 - 6p;$

4) $12a - 9 > 4a^2.$

Ответы: 1) (1; 3);
2) (-9; 1);
3) все числа, кроме $1/3$;
4) решений нет.

конец