

*далее »*

# Рассмотрим решение квадратных неравенств на конкретном примере.

Решим неравенство  $x^2 - 5x - 50 < 0$  двумя способами:

1 рассмотрением квадратичной функции;

2 методом интервалов.

Задания для самостоятельной работы

*Назад на титульный лист*

## Метод рассмотрения квадратичной функции

1) Рассмотрим квадратичную функцию  $f(x) = x^2 - 5x - 50$  и найдем такие значения  $x$ , для которых  $f(x) < 0$ .

2) Графиком рассматриваемой функции является парабола, ветви которой направлены вверх, так как  $a = 1, 1 > 0$ .

3) Найдем нули функции (то есть абсциссы точек пересечения параболы с осью  $Ox$ ), для этого решим квадратное уравнение  $x^2 - 5x - 50 = 0$ .

$$x^2 - 5x - 50 = 0, \quad a = 1, \quad b = -5, \quad c = -50.$$

$$D = b^2 - 4ac;$$

$D = (-5)^2 - 4 * 1 * (-50) = 25 + 200 = 225 = 15^2, \quad 225 > 0$ , значит уравнение имеет два действительных корня.

$$x_1 = (-(-5) - 15) : 2 = -5;$$

$$x_2 = (-(-5) + 15) : 2 = 10.$$

Нули функции:  $x = -5$  и  $x = 10$ .

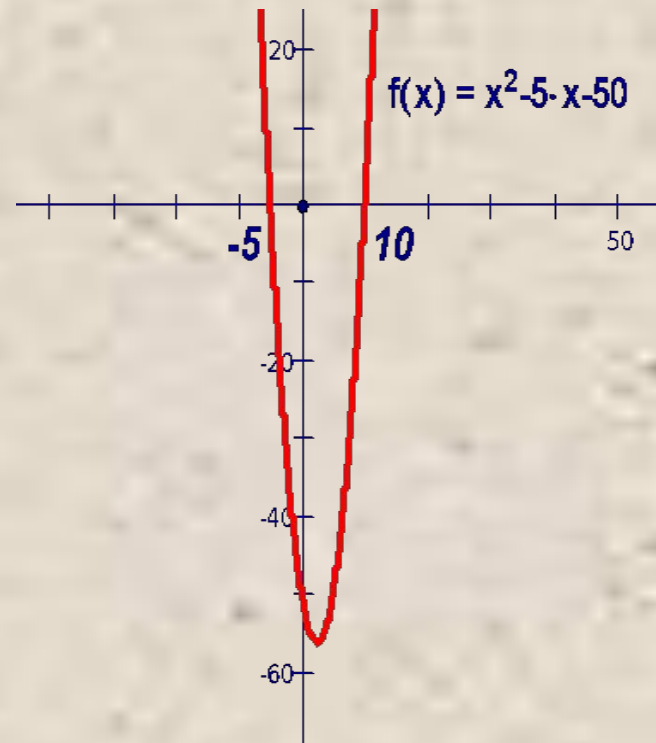
далее »

4) Изобразим схематично параболу  $f(x) = x^2 - 5x - 50$  в координатной плоскости  $Oxy$ .

5) Из рисунка видим, что  $f(x) < 0$ , при  $-5 < x < 10$  (то есть берем в рассмотрение ту часть параболы, которая лежит ниже оси  $Ox$ ).

Замечание: ответ записываем в виде числового промежутка.

**Ответ:**  $(-5; 10)$ .



## Метод интервалов

1) Рассмотрим функцию  $f(x) = x^2 - 5x - 50$  и найдем такие значения  $x$  для которых  $f(x) < 0$ .

$D(f) = R$  (то есть множество всех действительных чисел).

2) Разложим квадратный трехчлен  $x^2 - 5x - 50$  на множители (то есть представим его в виде произведения  $a(x - x_1)(x - x_2)$ , где  $x_1$  и  $x_2$  – корни квадратного трехчлена).

3) Для нахождения корней квадратного трехчлена решим уравнение  $x^2 - 5x - 50 = 0$ .

(Его мы уже решали, поэтому воспользуемся готовым результатом).

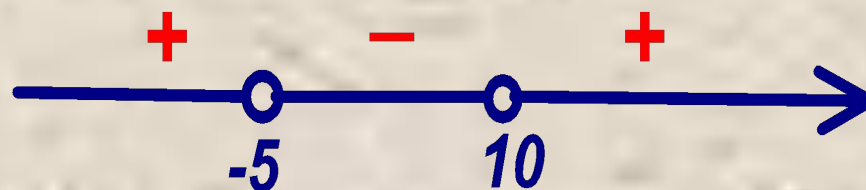
Так как  $x_1 = -5$ ,  $x_2 = 10$ , то получаем следующее разложение квадратного трехчлена на множители

$$x^2 - 5x - 50 = (x - (-5))(x - 10) = (x + 5)(x - 10).$$

далее »

4) Теперь разобьем  $D(f)$  - область определения функции  $f(x) = x^2 - 5x - 50$  её нулями, то есть числами  $-5$  и  $10$ , на интервалы, в каждом из которых функция непрерывна, не обращается в ноль и поэтому сохраняет постоянный «знак».

5) Расставляем «знаки» в интервалах: выбираем любое число из соответствующего



интервала и определяем «знак» функции (например,  $0$  принадлежит интервалу  $(-5; 10)$  и  $f(0) = 0^2 - 5 \cdot 0 - 50 = -50$ ; то есть  $f(0) < 0$ , значит значение функции в любой точке этого интервала отрицательно, ставим «знак» минус...).

6) Выбираем промежутки, в которых  $f(x) < 0$ : это выполняется для всех  $-5 < x < 10$ .

**Ответ:**  $(-5; 10)$ .

«назад»

далее»

*Краткое решение неравенства методом интервалов можно записать так:*

Решить неравенство  $-4x^2 + 27x + 7 \geq 0$ .

Решение.

$$-4x^2 + 27x + 7 \geq 0,$$

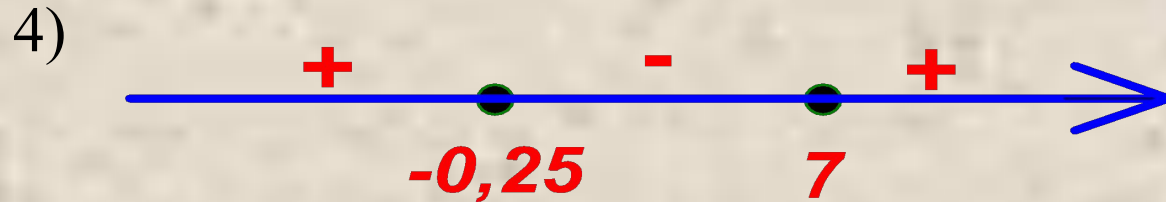
$$4x^2 - 27x - 7 \leq 0.$$

1) Рассмотрим  $f(x) = 4x^2 - 27x - 7$  и найдем значения  $x$ , при которых  $f(x) \leq 0$ ,  $D(f) = R$ .

$$2) 4x^2 - 27x - 7 = 0, \quad D = 27^2 - 4 \cdot 4 \cdot (-7) = 729 + 112 = 841 = 29^2.$$

$$x_1 = (27 - 29) : 8 = -0,25; \quad x_2 = (27 + 29) : 8 = 7.$$

$$3) 4x^2 - 27x - 7 = 4 \cdot (x + 0,25) \cdot (x - 7).$$



5)  $f(x) \leq 0$  при  $-0,25 \leq x \leq 7$ .

Ответ:  $[-0,25; 7]$ .

« [назад](#) »

« [далее](#) » »

**Попробуйте решить неравенства одним из рассмотренных методов:**

1)  $x^2 - 3x < x - 3;$

2)  $-y^2 - 8y + 9 > 0;$

3)  $-9p^2 < 1 - 6p;$

4)  $12a - 9 > 4a^2.$

**Ответы:** 1) (1; 3);  
2) (-9; 1);  
3) все числа, кроме  $1/3$ ;  
4) решений нет.

конец