

РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

Ларичева Светлана Леонидовна,
учитель математики
МОУ СОШ № 129

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

- КЛАССИФИКАЦИЯ
- СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ
- БИКВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

КЛАССИФИКАЦИЯ

ПОЛНЫЕ
КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ

НЕПОЛНЫЕ
КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ

ПРИВЕДЕННЫЕ
КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ



ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x - переменная, a , b и c – некоторые числа, причем $a \neq 0$, называют квадратным.

a – первый коэффициент

b – второй коэффициент

c – свободный член уравнения

Например: $4x^2 + 6x - 3 = 0$



НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Если в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$ хотя бы один из коэффициентов b или c равен нулю, то такое уравнение называют неполным квадратным уравнением.

Если $b = 0$, то $ax^2 + c = 0$

Если $c = 0$, то $ax^2 + bx = 0$

Например: 1. $5x^2 - 18 = 0$
2. $3x^2 + x = 0$



ПРИВЕДЕННЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Квадратное уравнение, в котором первый коэффициент равен 1, называют приведенным квадратным уравнением.

Например: $x^2 - 7x + 9 = 0$



СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ

ПОЛНЫЕ
КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ

НЕПОЛНЫЕ
КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ

ПРИВЕДЕННЫЕ
КВАДРАТНЫЕ
УРАВНЕНИЯ



СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ ПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$ax^2 + 2kx + c = 0$$



СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЯХ

$$ax^2 + bx = 0$$

$$ax^2 + c = 0$$



СПОСОБЫ РЕШЕНИЙ ПРИВЕДЕННЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

- С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ КОРНЕЙ
КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ
- ИСПОЛЬЗУЯ ТЕОРЕМУ ВИЕТА



$$ax^2 + bx + c = 0$$

Выражение $D = b^2 - 4ac$ называют дискриминантом квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

1. Если $D > 0$, уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

ПРИМЕР 1

2. Если $D = 0$, то уравнение имеет один корень:

$$x = \frac{-b}{2a}$$

ПРИМЕР 2

3. Если $D < 0$, то уравнение корней не имеет.

ПРИМЕР 3



$$ax^2 + 2kx + c = 0$$

$$D_1 = k^2 - ac$$

Если $D > 0$, то уравнение имеет два корня:

$$x_1 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a} \quad x_2 = \frac{-k - \sqrt{D_1}}{a}$$

ПРИМЕР 4

Если $D = 0$, то уравнение имеет один корень:

$$x = \frac{-k}{a}$$

ПРИМЕР 5

Если $D < 0$, то уравнение корней не имеет.

ПРИМЕР 6



ПРИМЕР 1

$$5x^2 + 9x - 2 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac = 9^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 121,$$

$$D > 0,$$

$$x_1 = \frac{-9 + \sqrt{121}}{2 \cdot 5} = \frac{-9 + 11}{10} = \frac{1}{5},$$

$$x_2 = \frac{-9 - \sqrt{121}}{2 \cdot 5} = \frac{-9 - 11}{10} = -2$$

$$\text{Ответ : } x_1 = \frac{1}{5}, x_2 = -2.$$



ПРИМЕР 2

$$5x^2 - 7x + 2,45 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2,45 = 0,$$

$$D = 0,$$

$$x = \frac{-7}{2 \cdot 5} = -0,7$$

Ответ : $x = -0,7$.



ПРИМЕР 3

$$x^2 - 3x + 4 = 0,$$

$$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = -7,$$

$$D < 0,$$

корней нет

Ответ: корней нет.



ПРИМЕР 4

$$x^2 + 2x - 48 = 0,$$

$$D_1 = k^2 - ac = 1^2 - (-48) = 49,$$

$$D_1 > 0,$$

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{49}}{1} = 6,$$

$$x_2 = \frac{-1 - \sqrt{49}}{1} = -8$$

Ответ : $x_1 = 6$; $x_2 = -8$.



ПРИМЕР 5

$$-0,25x^2 + 2x - 4 = 0,$$

$$D_1 = k^2 - ac = 1^2 - (-0,25) \cdot (-4) = 0,$$

$$D_1 = 0,$$

$$x = \frac{-1}{-0,25} = 4$$

Ответ : $x = 4$.



ПРИМЕР 6

$$2x^2 - 2x + 14 = 0,$$

$$D_1 = k^2 - ac = (-1)^2 - 2 \cdot 14 = -27,$$

$D_1 < 0$, корней нет

Ответ : корней нет.



ЕСЛИ $c=0$

Такие уравнения решают разложением левой его части на множители:

$$x = 0$$

или

$$ax + b = 0,$$

$$ax = -b,$$

$$x = -\frac{b}{a}$$



ЕСЛИ $b=0$

$$ax^2 + c = 0,$$

$$ax^2 = -c,$$

$$x^2 = -\frac{c}{a},$$

Если $-\frac{c}{a} > 0$, то уравнение имеет два корня:

$$x_1 = -\sqrt{-\frac{c}{a}} \quad x_2 = \sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если $-\frac{c}{a} < 0$, то уравнение корней не имеет.



ПРИМЕР 7

$$0.5x^2 - 18 = 0,$$

$$0,5x^2 = 18,$$

$$x^2 = 36,$$

$$x_1 = \sqrt{36}; \quad x_2 = -\sqrt{36},$$

$$x_1 = 6; \quad x_2 = -6$$

$$\text{Ответ : } x_1 = 6; x_2 = -6.$$



ПРИМЕР 8

$$8x^2 + 7x = 0,$$

$$x(8x + 7) = 0,$$

$$x = 0 \quad \text{или} \quad 8x + 7 = 0,$$

$$8x = -7,$$

$$x = -\frac{7}{8}$$

$$\text{Ответ : } x_1 = 0; x_2 = -\frac{7}{8}.$$



ТЕОРЕМА ВЬЕТА

Теорема Виета: сумма корней квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Из теоремы Виета следует, что если x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + bx + c = 0$, то

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$



БИКВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Уравнение вида $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$)

где x -переменная, a , b и c – некоторые числа, называют биквадратным уравнением.

Например:

$$3x^4 + 5x^2 - 8 = 0$$



ПРИМЕР 9

$$9x^4 - 10x^2 + 1 = 0$$

Введем новую переменную $x^2 = y$

Получим квадратное уравнение

с переменной y : $9y^2 - 10y + 1 = 0$

Решив его, найдем, что $y_1 = \frac{1}{9}$; $y_2 = 1$

Значит, $x^2 = \frac{1}{9}$ или $x^2 = 1$

Из уравнения $x^2 = \frac{1}{9}$ находим, что $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{1}{3}$

Из уравнения $x^2 = 1$ находим, что $x_3 = -1$; $x_4 = 1$

Ответ: $x_1 = -\frac{1}{3}$; $x_2 = \frac{1}{3}$; $x_3 = -1$; $x_4 = 1$.

