

10 способов решения квадратного уравнения

Программа курса по выбору
Математика 9 класс
12 часов

Структура программы

- Пояснительная записка
- Тематическое планирование
- Информационное обеспечение
- Приложение



Пояснительная записка

- Предлагаемый курс по математике рассчитан на учащихся 9 классов. Может быть применен в классах с любым уровнем подготовки. Продолжительность 12 часов.
- Умением решать квадратные уравнения овладевают практически все выпускники средней школы. Но чаще всего учащиеся для нахождения корней уравнения применяют только один единственный способ: через применение формул для вычисления дискриминанта и корней квадратного уравнения. Но есть другие формулы и методы решения, применение которых позволяет более рациональнее и быстрее решать данные уравнения, что поможет учащимся успешнее овладевать программой профильной школы.
- Данный курс позволит расширить область математических знаний учащихся по теме за счет изучения новых методов, не входящих в школьный курс математики.

Цели курса:

- Знакомство с новыми методами решения квадратных уравнений
- Углубление знаний по теме «Квадратные уравнения»
- Развитие математических, интеллектуальных способностей, навыков исследовательской работы
- Создание условий для самореализации личности

Задачи курса:

- Познакомить учащихся с новыми способами решения квадратных уравнений
- Закрепить умения решать уравнения известными способами
- Ввести теоремы, позволяющие решать уравнения нестандартными способами
- Продолжить формирование общеучебных навыков, математической культуры
- Содействовать формированию интереса к исследовательской деятельности
- Создать условия для учащихся в реализации и развитии интереса к предмету математика
- Подготовить учащихся к правильному выбору профильного направления

Данный курс предполагает компактное и четкое изложение теории вопроса и решение типовых задач. На уроках будет использоваться фронтальный опрос, который охватывает большую часть учащихся класса, что позволяет развивать точную, лаконичную речь, способность работать в быстром темпе. Основные формы работы с учащимися: лекция с элементами беседы, практическая работа, самостоятельная работа, творческая поисковая работа. Программа мобильна, т.к.дает возможность уменьшить количество задач при успешном усвоении метода, а блочная подача позволит учащемуся, пропустившему урок, приступать к работе, не испытывая затруднений. Отличительной особенностью курса является знакомство с методами решения квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки и способом «номограмм».

Минимальные требования к оснащению курса: раздаточный материал для проведения практических и самостоятельных работ. Для контроля достижений используются наблюдение активности учащихся на уроке, тестирование.

В результате изучения курса учащиеся

должны знать:

теоремы о свойствах коэффициентов квадратного уравнения
10 различных способов решения уравнений
различные формулы для решения уравнения

должны уметь:

Уверенно применять формулы, способы, теоремы для решения квадратных уравнений

понимать лексику, связанную с предметом

строить, читать, понимать графики

при вычислении применять устные и письменные приемы

пользоваться современными техническими средствами обучения

Учебно-тематический план

№ п/п	Наименование темы	Кол-во часов
1	Введение	1 час
2	Решение квадратных уравнений	10 часов
3	Зачетный урок	1 час

Содержание программы



Тема 1. Введение. 1 час.

Определение кв. уравнения. Полные и неполные кв. уравнения.
Методы их решения. Анкетирование.

Тема 2. Решение кв. уравнений. 10 часов.

Метод разложения на множители 1 ч.

Метод выделения полного квадрата 1 ч.

Решение кв. уравнений по формулам 1 ч.

Решение кв. уравнений с помощью т.Виета 1 ч.

Решение кв. уравнений способом переброски 1ч.

Решение кв. уравнений с использованием коэффициентом 1ч.

Решение кв. уравнений графическим способом 1 ч.

Решение кв. уравнений с помощью циркуля и линейки 1ч.

Решение кв. уравнений с помощью «номограмм» 1ч.

Решение кв. уравнений геометрическим способом 1ч.

Тема 3. Зачетный урок 1ч.

Литература



Для учителя:

Плужников И. 10 способов решения квадратных уравнений//Математика в школе.-2000.-№40

Метельникова Т.П. Устное решение квадратных уравнений// Математика в школе.-1997.-№10

Математика в школе.-1996.-№21, 1997 №10, №24; 1998 №18, №21.

Пресман А.А. Решение квадратных уравнений с помощью циркуля и линейки.-М.Квант.№4/72

Для учащихся:

Алгебра 8 класс: Виленкин Н.Я. и др. Учебное пособие для классов с углубленным изучением математики

Алгебра 8 класс: Макарычев Ю.Н. и др. Учебник для общеобразовательных учреждений

Четырехзначные таблицы для средней школы: Брадис В.М. с 83

Разложение на множители левой части уравнения

- Решим уравнение $x^2 + 10x - 24 = 0$.
Разложим на множители левую часть: $x^2 + 10x - 24 = x^2 + 12x - 2x - 24 = x(x + 12) - 2(x + 12) = (x + 12)(x - 2)$.

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

$$x + 12 = 0 \text{ или } x - 2 = 0$$

$$x = -12 \quad x = 2$$

Ответ: $x_1 = -12$, $x_2 = 2$.

- Решить уравнения: $x^2 - x = 0$

$$x^2 + 2x = 0$$

$$x^2 - 81 = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

Метод выделения полного квадрата

- Решим уравнение $x^2 + 6x - 7 = 0$

$$x^2 + 6x - 7 = x^2 + 2 \cdot 3x + 3^2 - 3^2 - 7 = (x-3)^2 - 9 - 7 = (x-3)^2 - 16$$

$$(x-3)^2 - 16 = 0$$

$$(x-3)^2 = 16$$

$$x-3=4 \text{ или } x-3=-4$$

$$x=1 \quad x=-7$$

Ответ: $x_1=1, x_2=-7$.

- Решить уравнения: $x^2 - 8x + 15 = 0$

$$x^2 + 12x + 20 = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

Решение квадратных уравнений по формуле

Основные формулы:

Если b - нечетное, то $D = b^2 - 4ac$ и $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, (если $D > 0$)

Если b - четное, то $D_1 = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$ и $x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{D_1}}{a}$, (если $D > 0$)

Решите уравнения: $2x^2 - 5x + 2 = 0$

$$6x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$4x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$2x^2 - 6x + 4 = 0$$

$$x^2 - 18x + 17 = 0$$

Решение уравнений способом переборки

Решим уравнение $ax^2 + bx + c = 0$. Умножим обе части уравнения на a , получим $a^2 x^2 + abx + ac = 0$. Пусть $ax = y$, откуда $x = y/a$. Тогда $Y^2 + by + ac = 0$. Его корни y_1 и y_2 . Окончательно $x_1 = y_1 / a$, $x_2 = y_2 / a$.

Решим уравнение $2x^2 - 11x + 15 = 0$.

Перебросим коэффициент 2 к свободному члену:

$$y^2 - 11y + 30 = 0.$$

Согласно теореме Виета $y_1 = 5$ и $y_2 = 6$.

$$x_1 = 5/2 \text{ и } x_2 = 6/2$$

$$x_1 = 2,5 \text{ и } x_2 = 3$$

Ответ: $x_1 = 2,5$, $x_2 = 3$

Решить уравнение: $2x^2 - 9x + 9 = 0$

$$10x^2 - 11x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 11x + 6 = 0$$

$$6x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$3x^2 + 1x - 4 = 0$$

Решение уравнений с помощью теоремы Виета

Решим уравнение $x^2 + 10x - 24 = 0$.

Так как $x_1 * x_2 = -24$

$x_1 + x_2 = -10$, то $24 = 2 * 12$, но $-10 = -12 + 2$, значит

$$x_1 = -12 \quad x_2 = 2$$

Ответ: $x_1 = 2$, $x_2 = -12$.

Решить уравнения: $x^2 - 7x - 30 = 0$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$3x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$5x^2 + 4x - 9 = 0$$

Свойства коэффициентов квадратного уравнения

Если $a+b+c=0$, то $x_1 = 1$, $x_2 = c/a$

Решим уравнение $x^2 + 6x - 7 = 0$

$1 + 6 - 7 = 0$, значит $x_1 = 1$, $x_2 = -7/1 = -7$.

Ответ: $x_1 = 1$, $x_2 = -7$.

Решить уравнения: $5x^2 - 7x + 2 = 0$

$$11x^2 + 25x - 36 = 0$$

$$345x^2 - 137x - 208 = 0$$

$$3x^2 + 5x - 8 = 0$$

$$5x^2 + 4x - 9 = 0$$

Если $a - b + c = 0$, то $x_1 = -1$, $x_2 = -c/a$

Решим уравнение $2x^2 + 3x + 1 = 0$

$2 - 3 + 1 = 0$, значит $x_1 = -1$, $x_2 = -1/2$

Ответ: $x_1 = -1$, $x_2 = -1/2$.

Решить уравнения: $5x^2 - 7x - 12 = 0$

$$11x^2 + 25x + 14 = 0$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 0$$

$$5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$x^2 + 4x + 3 = 0$$

Графическое решение квадратного уравнения

- Решим уравнение $x^2 + 2x - 3 = 0$
Записать уравнение в виде $x^2 = 3 - 2x$
В одной системе координат
построить график функции $y = x^2$,
построить график функции $y = 3 - 2x$.
Обозначить абсциссы точек пересечения.
Ответ: $x_1 = 1$, $x_2 = -3$.

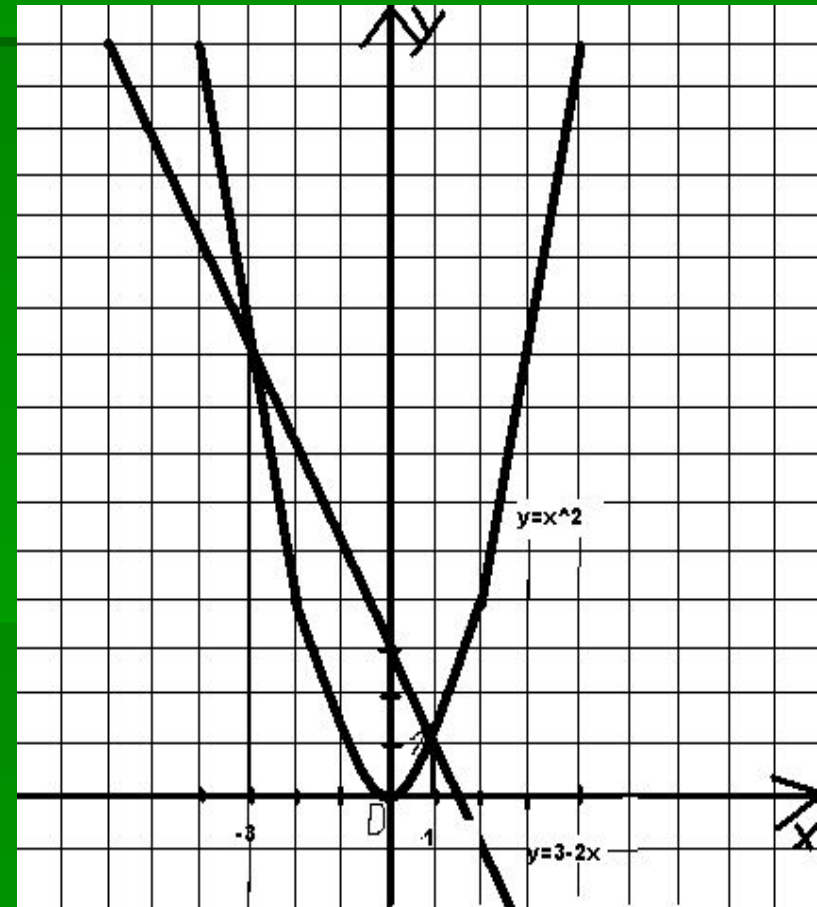
Решить уравнение: $x^2 - x - 6 = 0$

$$x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2 + 4x + 6 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$



Решение уравнений с помощью циркуля и линейки

Решим уравнение $ax^2 + bx + c = 0$:

- Построим точки $S(-b:2a, (a+c):2a)$ -центр окружности и точку $A(0, 1)$
- Провести окружность радиуса SA
- Абсциссы точек пересечения с осью Ox есть корни исходного уравнения

Геометрический способ решения уравнения

- Решим уравнение $Y^2 - 6y - 16 = 0$
Представим в виде $Y^2 - 6y = 16$. На рис. «изображено» выражение $Y^2 - 6y$, т.е. из площади квадрата со стороной y дважды вычитается площадь квадрата со стороной 3 . Значит $Y^2 - 6y + 9$ есть площадь квадрата со стороной $y - 3$.

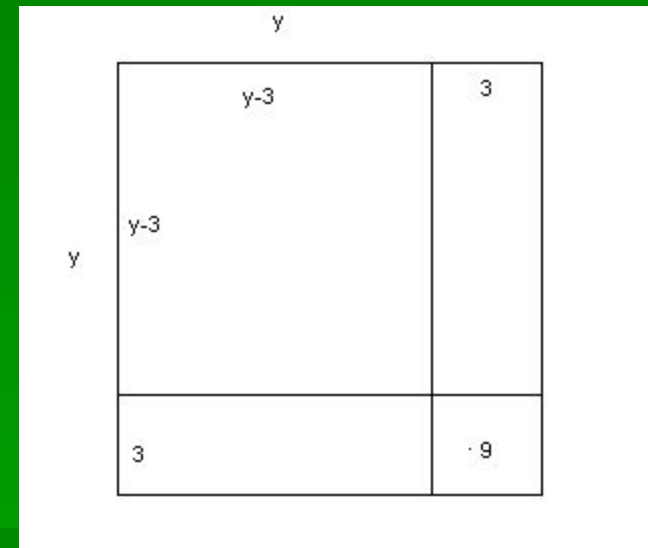
Выполнив замену $Y^2 - 6y = 16$, получим

$$(y-3)^2 = 16+9$$

$$y-3=5 \text{ или } y-3=-5$$

$$y_1 = 8 \quad y_2 = -2$$

Ответ: $y_1 = 8$, $y_2 = -2$



Решить уравнение $Y^2 + 6y - 16 = 0$

Решение квадратных уравнений с помощью номограммы