Решение квадратных уравнений по формуле

Презентацию подготовил
Ученик 8 класса
МОУ «СОШ №1 г.Ртищево»
Клён Александр Николаевич
Руководитель: учитель алгебры
Бакиева Галина Александровна
2009 год

ЦЕЛИ:

Образовательная –

закрепить навыки решения квадратных уравнений и
заданий, связанных с ними, различными способами.

Развивающая –

развивать логическое мышление, способность мыс-
лить, решать учебные задачи и работать с дополни-
тельной литературой.

Воспитательная –

прививать интерес к предмету, формировать комму-
никативные и волевые качества, воспитывать твор-
чес[illegible]о личн[illegible]сть.

Основополагающий вопрос:

Как решать квадратные уравнения?

Вопросы учебной темы:

Как решать неполные квадратные уравнения? Как определять количество корней квадратного уравнения? Как решать приведенные квадратные уравнения по теореме Виета?

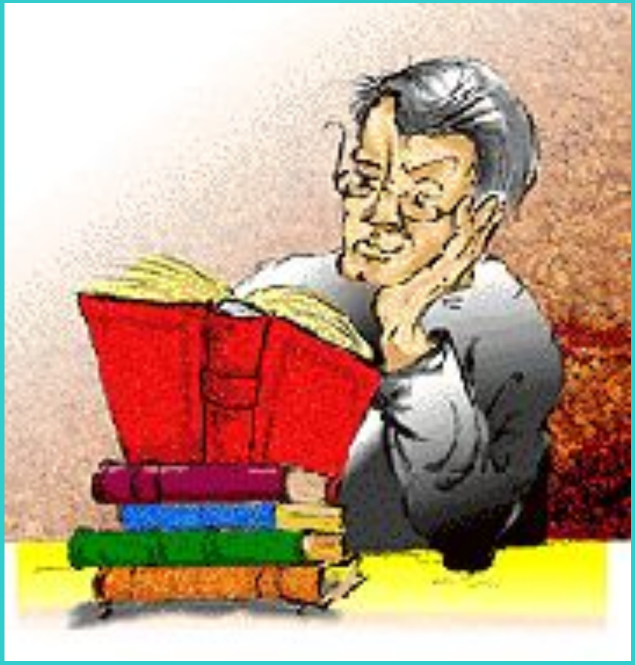
Учебные предметы: ***Алгебра***

Участники проекта: ***8 класс***

Информационные ресурсы:

Интернет, печатные издания, мультимедийные приложения.

НАСТРОИМСЯ НА УРОК



- РАЗ, ДВА, ТРИ, ЧЕТЫРЕ, ПЯТЬ
- НАЧИНАЕМ МЫ СЧИТАТЬ…
- БЕГАТЬ, ПРЫГАТЬ.МЫ НЕ БУДЕМ
- БУДЕМ ВЕСЬ УРОК РЕШАТЬ

Способы решения квадратных уравнений.

- **1. СПОСОБ**: *Разложение левой части уравнения на множители.*

Решим уравнение *x2 + 10x - 24 = 0.* Разложим левую часть на множители:

$x^2 + 10x - 24 = x^2 + 12x - 2x - 24 = x(x + 12) - 2(x + 12) = (x + 12)(x - 2).$

Следовательно, уравнение можно переписать так:

$$(x + 12)(x - 2) = 0$$

Так как произведение равно нулю, то, по крайней мере, один из его множителей равен нулю. Поэтому левая часть уравнения обращается нуль при $x = 2$, а также при $x = -12$. Это означает, что число 2 и - 12 являются корнями уравнения $x^2 + 10x - 24 = 0$.

- **2. СПОСОБ**: *Решение квадратных уравнений по формуле.*

Умножим обе части уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0,\ a \neq 0$$

на 4а и последовательно имеем:

$$4a^2x^2 + 4abx + 4ac = 0,$$

$$((2ax)^2 + 2ax \cdot b + b^2) - b^2 + 4ac = 0,$$

$$(2ax + b)^2 = b^2 - 4ac,$$

$$2ax + b = \pm \sqrt{b^2 - 4ac},$$

$$2ax = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac},$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

• О теореме Виета.

«Если B + D, умноженное на A - A^2, равно BD, то A равно B и равно D».

На языке современной алгебры вышеприведенная формулировка Виета означает: если имеет место

$$(a + b)x - x2 = ab,$$

т.е.

$$x^2 - (a + b)x + ab = 0,$$

то

$$x_1 = a, \ x_2 = b.$$

- **3. СПОСОБ:** Решение уравнений с использованием теоремы Виета.

Как известно, приведенное квадратное уравнение имеет вид

$$x^2 + px + c = 0. \qquad (1)$$

Его корни удовлетворяют теореме Виета, которая при $a = 1$ имеет вид

$$x_1 x_2 = q,$$
$$x_1 + x_2 = -p$$

а) $x^2 - 3x + 2 = 0$; $x_1 = 2$ и $x_2 = 1$, так как $q = 2 > 0$ и $p = -3 < 0$;
$x^2 + 8x + 7 = 0$; $x_1 = -7$ и $x_2 = -1$, так как $q = 7 > 0$ и $p = 8 > 0$.

б) $x^2 + 4x - 5 = 0$; $x_1 = -5$ и $x_2 = 1$, так как $q = -5 < 0$ и $p = 4 > 0$;
$x^2 - 8x - 9 = 0$; $x_1 = 9$ и $x_2 = -1$, так как $q = -9 < 0$ и $p = -8 < 0$.

- **4. СПОСОБ:** Свойства коэффициентов квадратного уравнения.

А. Пусть дано квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, где $a \neq 0$.

1) Если, $a + b + c = 0$ (т.е. сумма коэффициентов равна нулю), то $x_1 = 1$,

$x_2 = c/a.$

Доказательство. Разделим обе части уравнения на а ≠ 0, получим приведенное квадратное уравнение

$$x^2 + b/a \cdot x + c/a = 0.$$

Согласно теореме Виета

$$x_1 + x_2 = - b/a,$$

$$x_1 x_2 = 1 \cdot c/a.$$

По условию $a – b + c = 0$, откуда $b = a + c$. Таким образом,

$$x_1 + x_2 = - a + b/a = -1 – c/a,$$

$$x_1 x_2 = - 1 \cdot (- c/a),$$

т.е. $x_1 = -1$ и $x_2 = c/a$, что и требовалось доказать.

- **Б.** Если второй коэффициент $b = 2k$ – четное число, то формулу корней

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

можно записать в виде

$$x_{1,2} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}. \qquad (2)$$

В. Приведенное уравнение

$$x^2 + px + q = 0$$

совпадает с уравнением общего вида, в котором $a = 1$, $b = p$ и $c = q$. Поэтому для приведенного квадратного уравнения формула корней

$$x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \text{ или } x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}. \qquad (3)$$

- **5. СПОСОБ:** Графическое решение квадратного уравнения.

Если в уравнении

$x^2 + px + q = 0$

перенести второй и третий члены в правую часть, то получим

$x^2 = - px - q.$

Построим графики зависимости $y = x^2$ и $y = - px - q$.

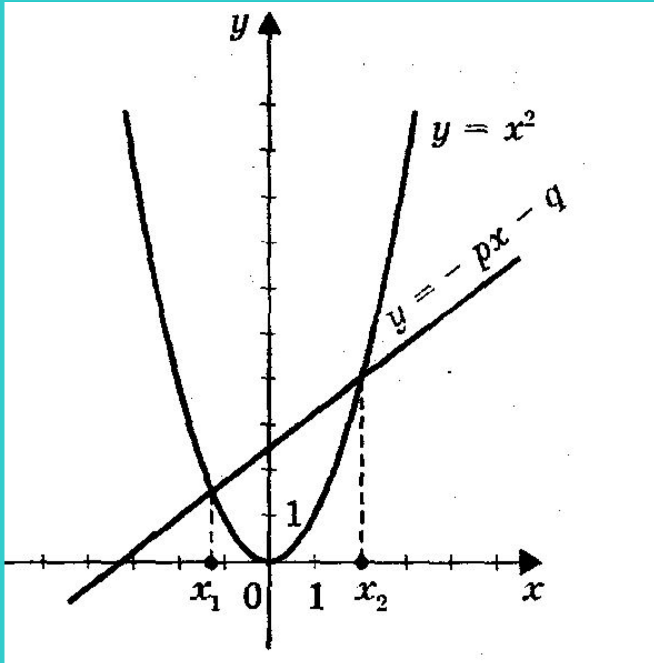


Рис. 1

- **Пример**

1) Решим графически уравнение
$x^2 - 3x - 4 = 0$ (рис. 2).

Решение. Запишем уравнение в виде
$x^2 = 3x + 4$.

Построим параболу $y = x^2$ и прямую
$y = 3x + 4$.

Прямую
$y = 3x + 4$ можно построить по двум точкам
$M (0; 4)$ и $N (3; 13)$.

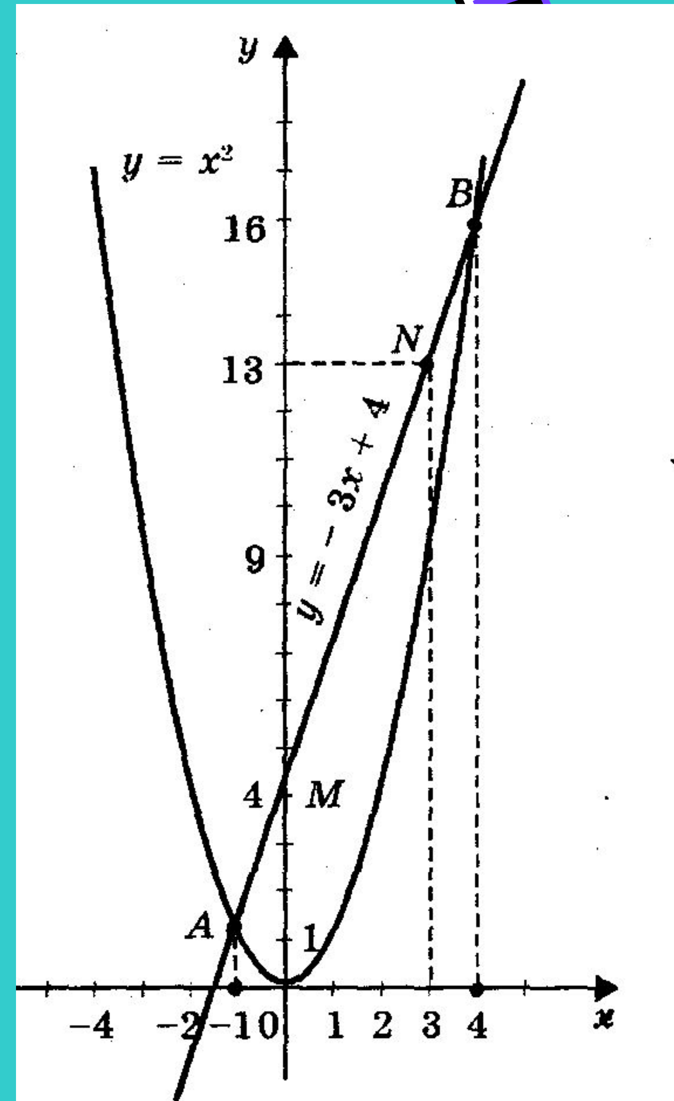


Рис. 2

Ответ: $x_1 = -1$; $x_2 = 4$

РАБОТА ПО ГРУППАМ

Математика и физика

Группа 1

Решите уравнения рациональным способом

а) $x^2+15x=0$

б) $5x^2-25=0$

в) $-9x+5x^2=2$

г) $2x^2+4x=6$

д) $2x^2-9=7x$

Группа 2

Решите уравнения рациональным способом

а) $-5x^2+4x=0$

б) $7x^2-49=0$

в) $7x+2x^2=-3$

г) $5x^2+2x=3$

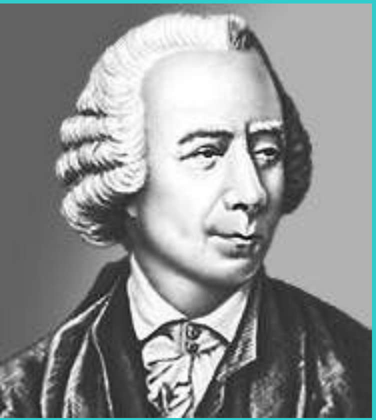
д) $3x^2+2=5x$

КОД ОТВЕТА

И	Э	Е	О	Л	М	Й	Б	Н	Р
$\sqrt{7}$ $-\sqrt{7}$	0 -15	1 -3	-1 0,6	-0,2 2	1 2/3	$\sqrt{5}$ $-\sqrt{5}$	0 0,8	-3 -0,5	-1 4,5

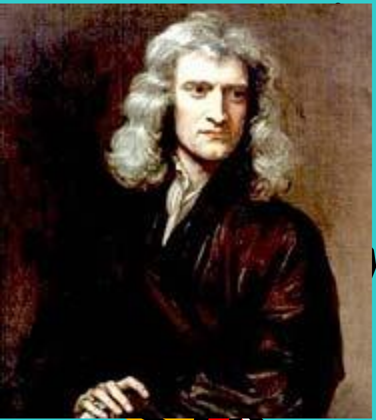
Ответы

Группа 1 ЭЙЛЕР



математик, механик, физик и астроном. По происхождению швейцарец. В 1726 был приглашен в Петербургскую АН и переехал в 1727 в Россию. Автор св. 800 работ по математическому анализу, дифференциальной геометрии, теории чисел, приближенным вычислениям, небесной механике, математической физике, оптике, кораблестроению, теории музыки

Группа 2 БИНОМ

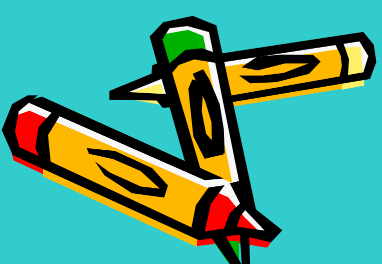


НЬЮТОНА БИНОМ, формула, выражающая целую положительную степень суммы двух слагаемых

Частными случаями бинома Ньютона при n=2 и n=3 являются формулы квадрата и куба суммы двух слагаемых x и y.

ФИЗКУЛЬТУРНАЯ ПАУЗА

- Сесть на краешек стула.
- Поднять руки, потянуться, напрячь мышцы.
- Вытянуть руки перед грудью, потянуться.
- Руки в стороны, потянуться, напрячь мышцы.
- Обхватить себя руками, выгнуть спину.
- Принять рабочее положение.



Решения уравнений

- $x^2+3x-5=0$
- $2x^2+3x+1=0$
- $5x^2-8x+3=0$

Задание «Кувшин»

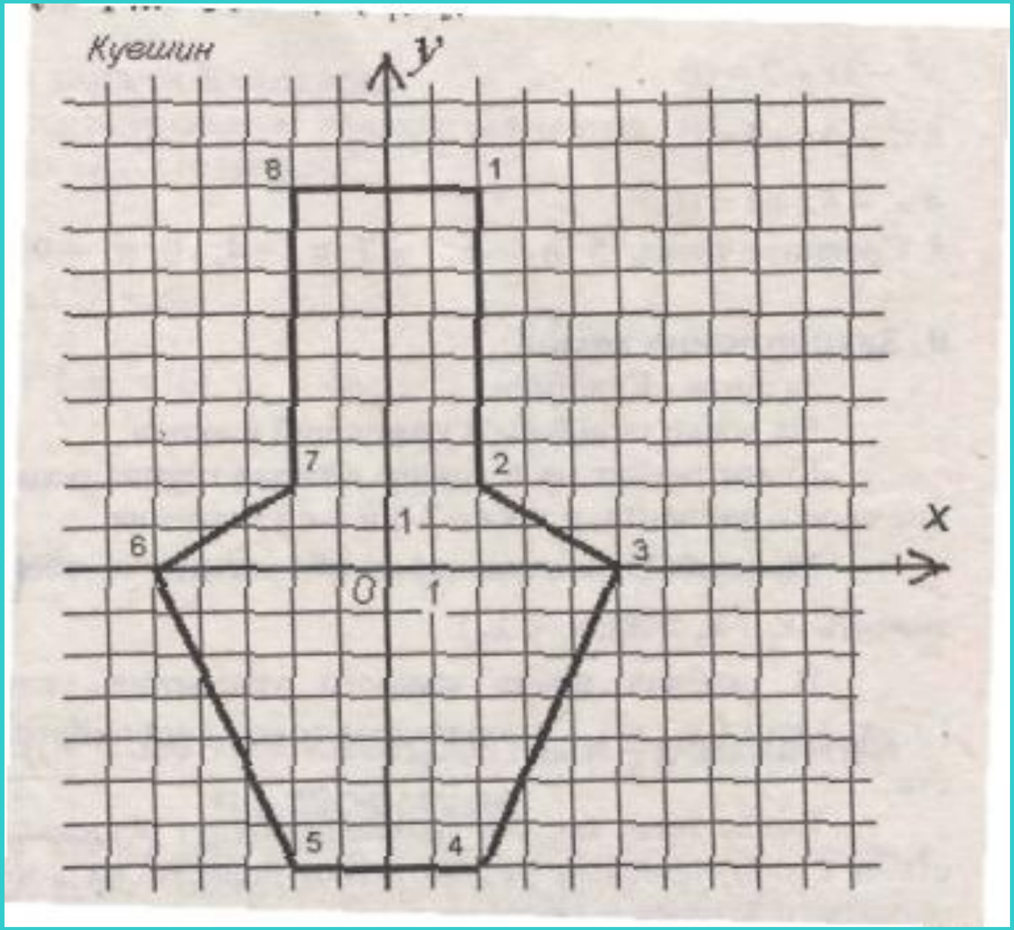
«КОД») (x_1,x_2 или (x_2,x_1)- координаты точек координатной плоскости.

Меньшее значение корня обозначить x_1, большее обзначить x_2

($x_2 > x_1$; $x_1 < x_2$)

1) $x^2-11x+18=0$; (x_1,x_2);
2) $x^2-4x+4=0$; (x_1,x_2);
3) $2x^2-10x=0$; (x_2,x_1);
4) $x^2+5x-14=0$; (x_2,x_1);
5) $x^2+9x+14=0$; (x_2,x_1);
6) $3x^2+15=0$; (x_1,x_2);
7) $3x^2-12=0$; (x_1,x_2);
8) $2x^2-14x-36=0$; (x_1,x_2)

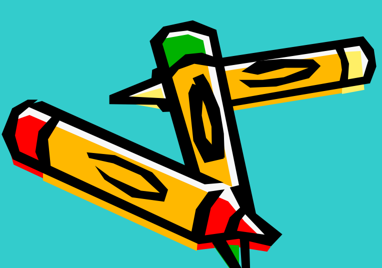
ВЗАИМОПРОВЕРКА



Домашнее задание

Творческое задание (по желанию) изготовить дидактический материал по теме: “Решения квадратных уравнений”.

МЫ БУДЕМ УЧИТЬСЯ, РАБОТАТЬ С ОХОТОЙ
И НИЧЕГО НЕ ПОПРОСИМ ВЗАМЕН
КАК ХОРОШО, ЧТО ЕСТЬ НА СВЕТЕ
ДВЕ ДРУЖНЫ Е КОМАНДЫ :
УЧАЩИХСЯ И УЧИТЕЛЕЙ!



СПАСИБО ЗА УРОК!!!

Литература:

- Энциклопедия для детей т.11. математика
- Учебник алгебры за 8 класс. А.Г. Мордкович
- Задачник алгебры за 8 класс. А.Г. Мордкович