

Решение простейших тригонометрических уравнений (2-й час)

Цель: продолжить формирование умений решать тригонометрические уравнения; систематизировать знания по теме; содействовать развитию математического мышления.

1. Повторение

• Вычислите:

1. $\arcsin \frac{\sqrt{3}}{2}$

2. $\arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

3. $\arcsin 1$

4. $\arcsin(-1)$

5. $\arccos 0$

6. $\arccos 1$

7. $\arcsin \frac{1}{2}$

8. $\arccos \frac{1}{2}$

9. $\arcsin\left(\frac{-1}{2}\right)$

10. $\arcsin \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

11. $\arccos \left(\frac{-1}{2}\right)$

12. $\arcsin \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

13. $\arccos \frac{\sqrt{2}}{2}$


14. $\arccos \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

15. $\operatorname{arctg} \sqrt{3}$

16. $\operatorname{arctg}(-\sqrt{3})$

Что вы знаете о тригонометрических уравнениях?

- Запишите:



Тригонометрические
уравнения

Решить уравнения:

$$1) 2\sin x + \sqrt{2} = 0$$

$$2) \cos \frac{x}{3} = -\frac{1}{2}$$

$$3) 2\sin \frac{x}{2} - 2 = 0$$

$$4) \cos 4x = -1$$

Решение уравнений вида: **tg** $x=a$ и **ctg**
 $x=a$

Решите:

• **tg** $x=$ $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

tg $x=a$

ctg $x=a$

ctg $x=$ $\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

Методы решения тригонометрических уравнений

- Это нужно помнить:
- Решение тригонометрических уравнений сводится к преобразованию тригонометрических выражений, входящих в уравнение, таким образом, чтобы рассматриваемое уравнение привелось к нескольким простейшим уравнениям, которые решаются стандартным способом.
- В каждом конкретном примере используется свой способ преобразования. Успех в решении тригонометрических уравнений будет достигнут при хорошем знании тригонометрических формул и умений грамотно проводить тригонометрические преобразования.

*Решение тригонометрического уравнения
можно свести к решению нескольких
простейших тригонометрических уравнений
следующими методами:*

- разложение на множители*
- введение новой переменной*
- введение вспомогательного угла*
- использование ограниченности
функций $y=\sin x$, $y=\cos x$*

Решение тригонометрического уравнения можно свести к решению нескольких простейших тригонометрических уравнений следующими методами:

Разложение на множители

```
graph TD; A[Разложение на множители] --- B[Введение новой переменной]; A --- C[Введение вспомогательного угла]; A --- D[Использование ограниченности функций y=sinx, y=cosx];
```

Введение новой переменной

Введение вспомогательного угла

Использование ограниченности
Функций $y=\sin x$, $y=\cos x$

Метод *разложения на множители*

- При решении тригонометрического уравнения методом *разложения на множители* можно пользоваться всеми известными способами разложения на множители алгебраических выражений: вынесение за скобки общего множителя, группировка, применение формул сокращенного умножения. В некоторых случаях используются формулы:
- Сложения аргументов тригонометрических функций
- Понижения степени тригонометрических функций
- Преобразования произведения тригонометрических функций в сумму
- Преобразования суммы тригонометрических функций в произведение. *Путем разложения на множители тригонометрическое уравнение приводится к виду, когда левая часть – произведение тригонометрических функций, а правая часть – нуль. Таким образом, исходное уравнение распадается на несколько простых уравнений.*

Метод введения новой переменной

- исходное уравнение приводится к алгебраическому относительно тригонометрической функции одного аргумента, затем решается полученное алгебраическое уравнение, что приводит к нескольким простейшим тригонометрическим уравнениям. До введения новой переменной при необходимости нужно делать некоторые тождественные преобразования.

Метод введения новой переменной

- В некоторых случаях тригонометрические уравнения можно свести к алгебраическим относительно $\operatorname{tg} x$. Примерами таких уравнений могут служить однородные уравнения.
- 1. Уравнение вида: $a \sin kx + b \cos kx = 0$ ($a \neq 0, b \neq 0$) называется однородным относительно $\sin kx, \cos kx$. *Для того чтобы решить данное уравнение, разделим обе его части на $\cos kx$. При этом потери корней не происходит, т.к. если $\cos kx = 0$, то из уравнения следует, что и $\sin kx = 0$, что невозможно, поскольку $\sin^2 kx + \cos^2 kx = 1$. В результате получится уравнение*
 - $a \operatorname{tg} kx + b = 0$.
- Уравнение вида $a \sin^2 kx + b \sin kx \cos kx + c \cos^2 kx = 0$ ($a \neq 0$). *Разделив обе части уравнения на $\cos^2 kx$, получим равносильное уравнение:*
 - $a \operatorname{tg}^2 kx + b \operatorname{tg} kx + c = 0$

Метод введения вспомогательного угла

- Суть метода введения вспомогательного угла заключается в том, что некоторую величину представляют как тригонометрическую функцию соответствующего аргумента, а затем проводят тригонометрические преобразования.

Формулы сложения

Продолжи формулу:

- $\sin (\alpha +$
 $\sin (\alpha -$
 $\cos (\alpha +$
 $\cos (\alpha -$
 $\sin \alpha +$
 $\sin \alpha -$
 $\cos \alpha +$
 $\cos \alpha -$

Запишите формулы:

- ...тангенса суммы и разности
- ...суммы и разности тангенсов
- ...котангенса суммы и разности
- ...суммы и разности котангенсов

Решите уравнение:

- Уровень А
- а) $\sin x = 1$
- а) $1 + \sin x = 0$, б) $3 \cos x - 2 \sin^2 x = 0$
- Уровень В,
- а) $\sin 2x = 1$
- Уровень С
- а) $\sin^2 x = 0$
- б) $1 + 3 \sin 2x = 2 \sin 2x$,
- в) $\cos 4x - \cos 2x = 0$

Д/з:

- Повторить все о триг.урав; частные случаи, методы решения
- №