Решение трансцендентных уравнений

Не знаешь, с чего начать?
Начни сначала.

Льюис Керрол

Уравнения, содержащие

логарифмическую,

показательную или тригонометрическую

функции, называются

трансцендентными.

Решите уравнения:

1. $\log_2(2x-3)\log_x 2 = 1;$ **X** = *3*

2. $(\sqrt[3]{3})^x(\sqrt[3]{9})^x = 81;$ **X** = *4*

3. $9^x - 3^x - 6 = 0.$ **X** = *1*

Решение уравнений с применением монотонности функций

Если функция, стоящая в одной части уравнения, строго убывает, а функция, стоящая в другой части уравнения строго возрастает или константа, то уравнение имеет не более одного корня, который можно найти графически или подбором из ОДЗ

$$2^x = 3 - x$$

Функция $y = 2^x$ ***– возрастает, а функция*** $y = 3 - x$ ***– убывает. Значит, существует не более одного корня. Подстановкой убеждаемся, что х=1 – корень уравнения, и он единственный.***

$$\sqrt{x+10} = \left(\frac{1}{3}\right)^x \qquad x = -1$$

Уравнения с дополнительными условиями

$$1.\ 4^x - 2^{x+3} + 7 = 0,\ x \in [1;4].$$

$$1)\ 2^x = y > 0, \qquad y^2 - 8y + 7 = 0 \left[\begin{array}{l} y = 1 \\ y = 7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \log_2 7 \end{array}\right.$$

$$2)\ x = 0 \notin [1;4],\ \ 2 < 7 < 16 \Rightarrow \mathrm{x} = \log_2 7 \in [1;4].$$

$$2.\ \cos 4x + \cos 2x - \operatorname{ctg} 2x \cdot \sin 2x = 0,\ x \in [0;\pi]$$

$$1)\begin{cases} \cos 4x + \cos 2x - \cos 2x = 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos 4x = 0 \\ 2x \neq \pi n, n \in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x = \dfrac{\pi}{2} + \pi k \\ x \neq \dfrac{\pi n}{2} \end{cases} n, k \in Z$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{\pi}{8} + \dfrac{\pi}{4} k \\ x \neq \dfrac{\pi n}{2} \end{cases} n, k \in Z \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{8} + \frac{\pi}{4} k, k \in Z$$

$$2)\ 0 \le \frac{\pi}{8} + \frac{\pi k}{4} \le \pi \Leftrightarrow -\frac{1}{8} \le \frac{k}{4} \le \frac{7}{8} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \le k \le \frac{7}{2}; \quad k = 0,1,2,3 \Rightarrow x = \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8}, \frac{5\pi}{8}, \frac{7\pi}{8}.$$

Решение уравнений с примененением оценки

$$f(x) \ge a, g(x) \le a \Rightarrow f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) = a \\ g(x) = a. \end{cases}$$

$$\cos^2(x \sin x) = 1 + \log_5^2 \sqrt{x^2 + x + 1}$$

$$0 \le \cos^2(x \sin x) \le 1, 1 + \log_5^2 \sqrt{x^2 + x + 1} \ge 1 \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 1 + \log_5^2 \sqrt{x^2 + x + 1} = 1 \\ \cos^2(x \sin x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \log_5 \sqrt{x^2 + x + 1} = 0 \\ x \sin x = \pi n, n \in Z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \end{array} \right. \\ x \sin x = \pi n, n \in Z \end{cases} \Rightarrow x = 0$$

$$\frac{3}{\pi}\arccos(x-1)=3+\sqrt{x^4-4x^3+4x^2}$$

$$\begin{cases} 3+\sqrt{x^4+4x^3+4x^2}\geq 3 \\ 0\leq \arccos(x-1)\leq \pi \Rightarrow 0\leq \dfrac{3}{\pi}\arccos(x-1)\leq 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^4+4x^3+4x^2=0 \\ \arccos(x-1)=\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2(x+2)^2=0 \\ x-1=-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow x=0.$$

Решите уравнения:

1. $2^x = -\frac{1}{2} - x;$

2. $\sqrt[8]{x^3 - 5x + 12} + \log_4^{14}(x^2 - 5x + 7) = 0;$

3. $\frac{2}{\pi}\arccos(-0,5x) = 2 + (x^2 - x - 2)^8;$

4. $\sqrt[6]{\cos^6(x^2 \sin x)} - 1 = \log_6^2(9x^2 + 3x + 1);$

5. $tg\,2x \cdot \sin 4x + \cos 4x - \cos 8x = 0; x \in [0;2\pi].$

Спасибо
за работу
на уроке!