

АЛГЕБРА, 8 класс

Тема урока:

«Квадратные уравнения»

Автор: Венюкова Л.А.



Если ты услышишь, что кто-то не любит математику, не верь.

Её нельзя не любить - её можно только не знать.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Квадратным уравнением называется

уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$,

где x - переменная,

a , b и c некоторые числа,

причем $a \neq 0$.

КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

$$2x^2 + 5x - 7 = 0$$

$$6x + x^2 - 3 = 0$$

$$x^2 - 8x - 7 = 0$$

$$25 - 10x + x^2 = 0$$

НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$a \neq 0, b = 0, c = 0$$

$$3x^2 - 2x = 0$$

$$2x + x^2 = 0$$

$$125 + 5x^2 = 0$$

$$49x^2 - 81 = 0$$

Определите коэффициенты квадратного уравнения:

а) $6x^2 - x + 4 = 0$

$a = 6, b = -1, c = 4;$

б) $12x - x^2 + 7 = 0$

$a = -1, b = 12, c = 7;$

в) $8 + 5x^2 = 0$

$a = 5, b = 0, c = 8;$

г) $x - 6x^2 = 0$

$a = -6, b = 1, c = 0;$

д) $-x + x^2 = 15$

$a = 1, b = -1, c = -15.$

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНЫХ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$b=0$$

$$ax^2+c=0$$

1. Перенос c в правую часть уравнения.

$$ax^2 = -c$$

2. Деление обеих частей уравнения на a .

$$x^2 = -c/a$$

3. Если $-c/a > 0$ - два решения:

$$x_1 = \sqrt{-\frac{c}{a}} \quad \text{и} \quad x_2 = -\sqrt{-\frac{c}{a}}$$

Если $-c/a < 0$ - нет решений

$$c=0$$

$$ax^2+bx=0$$

1. Вынесение x за скобки:
 $x(ax + b) = 0$
2. Разбиение уравнения на два равносильных:
 $x=0$ и $ax + b = 0$
3. Два решения:
 $x = 0$ и $x = -b/a$

$$b, c=0$$

$$ax^2=0$$

1. Деление обеих частей уравнения на a .
 $x^2 = 0$
2. Одно решение: $x = 0$.

РЕШИ САМОСТОЯТЕЛЬНО УРАВНЕНИЯ :

1 вариант

а) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{8}{27} = 0$

б) $(x + 2)^2 + (x - 3)^2 = 13$

2 вариант

а) $2x + x^2 = 0$

б) $49x^2 - 81 = 0$

3 вариант

а) $3x^2 - 2x = 0$

б) $125 + 5x^2 = 0$

Способы решения полных квадратных уравнений

1. Выделение квадрата двучлена.

2. Формула: $D = b^2 - 4ac$, $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

3. График.

4. Теорема Виета.

РЕШИ УРАВНЕНИЯ

способом выделения квадрата

двучлена :

1 вариант $-x + 3x^2 - 70 = 0$

2 вариант $2x^2 - 9x + 10 = 0$

3 вариант $x^2 - 8x - 9 = 0$



РЕШИ УРАВНЕНИЯ

с помощью формулы :

1 вариант

а) $-7x + 5x^2 + 1 = 0$

б) $(x - 1)(x + 1) = 2(5x - 10,5)$

2 вариант

а) $2x^2 + 5x - 7 = 0$

б) $-x^2 = 5x - 14$

3 вариант

а) $x^2 - 8x + 7 = 0$

б) $6x - 9 = x^2$



РЕШИ УРАВНЕНИЯ

графически :

1 вариант $\frac{1}{3}x^2 - x = -\frac{2}{3}$

2 вариант а) $x^2 + 1,5x = 2,5$

3 вариант а) $6x + x^2 - 3 = 0$

Исторические сведения:

Квадратные уравнения впервые встречаются в работе индийского математика и астронома Ариабхатты.

Другой индийский ученый Брахмагупта (VII в) изложил общее правило решения квадратных уравнений, которое практически совпадает с современным.

В Древней Индии были распространены публичные соревнования в решении трудных задач. Задачи часто облекались в стихотворную форму.

Вот задача Бхаскары:

Обезьянок резвых стая, всласть поевши, развлекалась.
Их в квадрате часть восьмая на полянке забавлялась.
А двенадцать по лианам стали прыгать, повисая.
Сколько ж было обезьянок, ты скажи мне, в этой стае?

Решение задачи Бхаскары:

Пусть было x обезьянок,
тогда на поляне забавлялось $-\left(\frac{x}{8}\right)^2$.

Составим уравнение:

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

Ответ $x_1 = 16$, $x_2 = 48$ обезьянок.