



Решение задач с помощью систем уравнений 2 степени

для урока алгебры в 9 классе



№ 268. Сумма двух чисел равна 12, а их произведение равно 35.
Найдите эти числа.

Пусть 1 число – x , а 2 число – y , известно, что их сумма $x+y=12$, а произведение $x \cdot y=35$.

Решение: составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=12; \\ x \cdot y=35; \end{cases} \begin{cases} x=12-y \text{ (выразим } x \text{ через } y) \\ (12-y)y=35 \text{ (подставим во 2 уравнение вместо } x \text{ выражение } (12-y)) \end{cases} \quad (1)$$

(1) $12y - y^2 = 35$

$$-y^2 + 12y - 35 = 0 \quad |(-1)$$

$$y^2 - 12y + 35 = 0 \quad D = 144 - 140 = 4 = 2^2$$

$$y_1 = 7, \quad y_2 = 5.$$

$$x_1 = 5, \quad x_2 = 7$$

Ответ: 5 и 7.

№ 270. Диагональ прямоугольника равна 10 см, а его периметр равен 28 см. Найдите стороны прямоугольника.

Что нам неизвестно?

Как обозначим эти неизвестные величины?

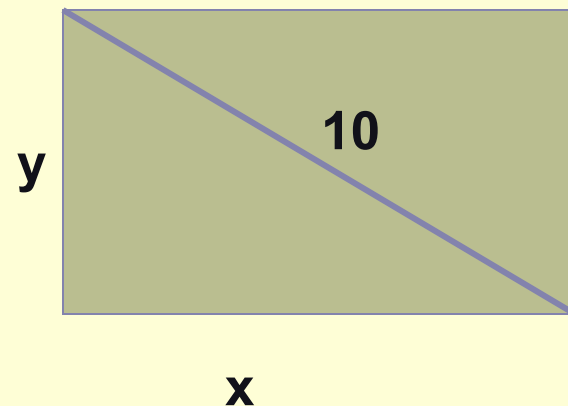
Как найти периметр нашего прямоугольника?

Составьте 1 уравнение системы.

$$2(x+y)=28$$

Как нам связать стороны с диагональю?

По теореме Пифагора получаем $x^2+y^2=10^2$
это второе уравнение системы.



$$\begin{cases} x+y=14 \\ x^2+y^2=100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=14-y \\ (14-y)^2 + y^2=100 \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} x_1=6 \\ y_1=8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_2=8 \\ y_2=6 \end{cases}$$

$$(1) \quad 196 - 28y + y^2 + y^2 - 100 = 0$$

$$2y^2 - 28y + 96 = 0$$

$$y^2 - 14y + 48 = 0$$

$$D_1 = 49 - 48 = 1$$

$$y_1 = 8; y_2 = 6.$$

Ответ: 6 и 8 см.

№276. На каждой из сторон прямоугольника построен квадрат. Сумма площадей квадратов равна 122 см^2 . Найдите стороны прямоугольника, если его площадь равна 30 см^2 .

$$\begin{cases} 2(x^2 + y^2) = 122 \\ xy = 30 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 61 \\ x = 30/y \end{cases}$$

$$(30/y)^2 + y^2 - 61 = 0$$

$$y^4 - 61y^2 + 900 = 0$$

Замена $y^2 = a, a > 0$.

$$a^2 - 61a + 900 = 0, \quad D = 61^2 - 4 \cdot 900 = 3721 - 3600 = 121$$

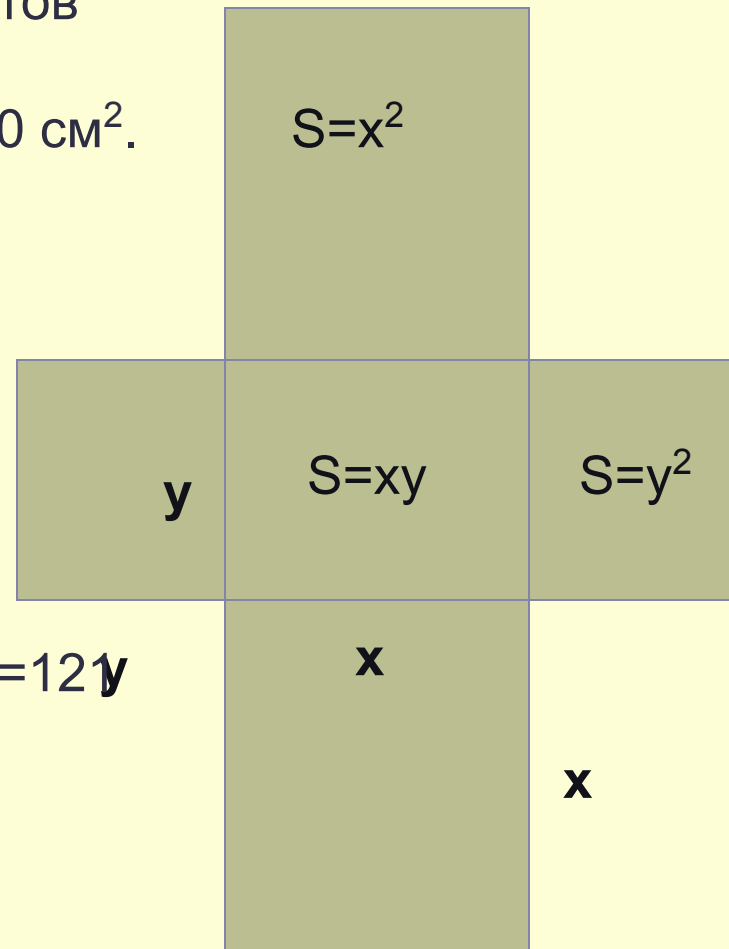
$$a_1 = 36, \quad a_2 = 25.$$

Обратная замена: $y^2 = 36, y = 6, y^2 = 25, y = 5$

$$x = 5$$

$$x = 6$$

Ответ: 5 и 6 см.



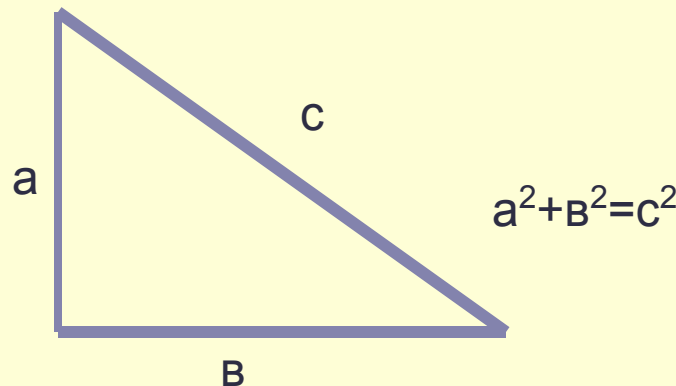
Самостоятельная работа


1 вариант

1. Разность двух чисел равна 5, а их произведение равно 84. Найдите эти числа.
2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 13. Найдите его катеты, если известно, что один из них на 7 см больше другого

2 вариант

1. Сумма двух чисел равна 25, а их произведение равно 144. Найдите эти числа.
2. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 20. Найдите его катеты, если известно, что один из них на 4 см меньше другого





№279. Два экскаватора, работая одновременно, выполняют некоторый объем земляных работ за 3 часа 45 минут. Один экскаватор, работая отдельно, может выполнить этот объем работ на 4 часа быстрее, чем другой. Сколько времени требуется каждому экскаватору в отдельности для выполнения того же объема земляных работ?

Обозначим за x время, которое требуется первому экскаватору для выполнения одного и того же объема работ, за y время, которое требуется второму экскаватору ,

Составим первое уравнение, зная, что первый экскаватор может выполнить работу на 4 часа быстрее.

Составим второе уравнение, зная, что работая вместе они выполнят работу за $3 \frac{3}{4}$ часа.

4

