2. СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

2.1. ПОНЯТИЕ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Система m линейных уравнений с n переменными в общем случае имеет вид:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases} \quad (1)$$

Где числа $a_{ij} \quad (i = 1,2...m, \quad j = 1,2...n)$

называются коэффициентами при переменных;

b_i **- свободные члены;**

x_j **- переменные.**

Иначе систему (1) можно записать:

$$\boxed{\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i \quad (i = 1,2...m)}$$

Решением системы линейных уравнений
называется такая совокупность чисел
$k_1, k_2, \ldots k_n$
при подстановке которых каждое уравнение обращается в верное равенство.

Система называется совместной, если она имеет хотя бы одно решение.

Система называется определенной, если она имеет ровно одно решение.

Система называется неопределенной, если
она имеет более одного решения.

Система называется несовместной, если она не имеет решений.

Запишем систему уравнений в матричной форме.

Обозначим:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & & & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

– матрица коэффициентов при переменных или матрица системы

$$X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

–матрица-столбец переменных

$$B = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}$$

–матрица-столбец свободных членов

Рассмотрим произведение:

$$A \cdot X = \begin{pmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n \end{pmatrix}$$

- матрица-столбец, элементами которой являются левые части системы (1).

Тогда в матричной форме систему (1) можно записать:

$$\boxed{AX=B}$$