

Степени с действительным показателем

Степень с натуральным показателем



Таблица основных степеней

$2^2 = 4$

$3^2 = 9$

$5^2 = 25$

$2^3 = 8$

$3^3 = 27$

$5^3 = 125$

$2^4 = 16$

$3^4 = 81$

$5^4 = 625$

$2^5 = 32$

$3^5 = 243$

$2^6 = 64$

$2^7 = 128$

$11^2 = 121$

$12^2 = 144$

$13^2 = 169$

$14^2 = 196$

$15^2 = 225$

$25^2 = 625$

УЧИТЬ!

Свойства степеней

Одинаковые основания

Что это?

Произведение степеней с

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

о
д
и
н
а
к
о

$$a^{n+m}$$
$$a^{n-m}$$
$$a^{n \cdot m}$$

Как это?

Показатели

сложить

вычесть

умножить

Разные основания

Что это?

Возведение произведения в

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$= a^n \cdot b^n = (ab)^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

ы
м
и
б
е
н
н
н
н
н
н
н
я
м

$$a^n \cdot b^n$$
$$(ab)^n$$
$$\frac{a^n}{b^n}$$
$$\left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Как это?

Возвести каждый

множитель

основания

числитель и

знаменатель

Умножить
возвести в степень

b

Произведение степеней с

Степень чисел, оканчивающихся нулями

Алгоритм

1. Возвести в степень число без нулей;

2. К результату приписать столько нулей, сколько их в основании, умноженном на показатель.

$$20^3 = 8\ 000$$

$$150^2 = 225\ 00$$

Выполните примеры

$$20^3 =$$

8000

$$150^2 =$$

22500

$$400^2 =$$

160000

$$360^2 =$$

129600

$$110^2 =$$

12100

Степень десятичной дроби

Алгоритм

1. Возвести в степень число, не взирая на запятую;

2. Справа налево отсчитать столько знаков,

сколь
ко их
в
произ
веден
ии
коли
честв
а
знако
в
после
запят
ой в
основ
ании

$$0,2^3 = 0,008$$

$$1,1^2 = 1,21$$

Выполните примеры

$$0,2^3 =$$

0,008

$$1,1^2 =$$

1,21

$$0,04^2 =$$

0,0016

$$0,12^2 =$$

0,0144

$$0,15^2 =$$

0,0225

Знак степени

Минус в четной степени будет **плюс**

Минус в нечетной степени будет **минус**

Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:

$(-2)^4$	минус у <u> основания </u>	Знак <u> + </u>
$-(2x)^4$	минус у <u> степени </u>	Знак <u> - </u>
$(-2/5)^3$	минус у <u> основания </u>	Знак <u> - </u>
$-(-a)^5$	минус у <u> основания и степени </u>	Знак <u> + </u>
$-(x-1)^2$	минус у <u> степени </u>	Знак <u> - </u>



1.

основание

Минус возводим в
степень

2.

степень

Сначала знак,
потом возводим в
степень,

Минус возводим в
степень,
потом - общий
знак

и степень

Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:

$(-2)^4$	минус у _____ основания	Знак _____
$-(2x)^4$	минус у _____ степени	Знак _____ 3.
$(-2/5)^3$	минус у _____ основания	Знак _____
$-(-a)^5$	минус у _____ основания и степени	Знак _____
$-(x-1)^2$	минус у _____ степени	Знак _____



1.

основание

**Минус возводим в
степень**

2.

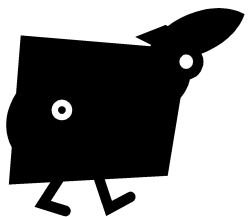
степень

**Сначала знак,
потом возводим в
степень,**

**Минус возводим в
степень,
потом - общий
знак
и степень**

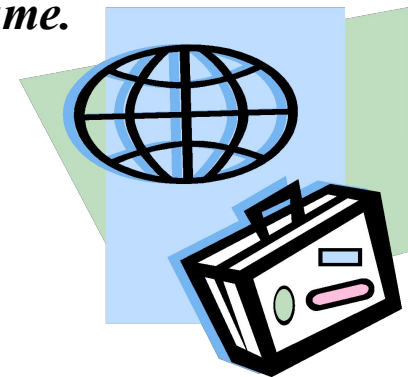
Определите к чему относятся минусы. Определите знак при возведении в степень:

$(-2)^4$	минус у <u> основания </u>	Знак <u> + </u>
$-(2x)^4$	минус у <u> степени </u>	Знак <u> - </u>
$(-2/5)^3$	минус у <u> основания </u>	Знак <u> - </u>
$-(-a)^5$	минус у <u> основания и степени </u>	Знак <u> + </u>
$-(x-1)^2$	минус у <u> степени </u>	Знак <u> - </u>



Выполните примеры. Сначала поставьте знак, потом вычисляйте.

$$\begin{aligned}
 (-2)^4 &= \underline{\underline{+ 16}} \\
 -(2x)^4 &= \underline{\underline{- 16x^4}} \\
 (-2/5)^3 &= \underline{\underline{- 8/125}} \\
 -(-a)^5 &= \underline{\underline{+ a^5}}
 \end{aligned}$$



Степень с рациональным показателем

$$a^{\frac{p}{q}}$$

p – целое число, q – натуральное число, $q \geq 2$

Примеры: 2^{-1} , $3^{\frac{1}{2}}$, $a^{\frac{3}{4}}$



Помните!

$$a^0 = 1$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

$$a^{\frac{p}{q}} = \sqrt[q]{a^p}$$

Свойства степеней

Одинаковые основания

Что это?

Произведение степеней с

$$a^n \cdot a^m$$

$$= \frac{a^n}{a^m} =$$

$$(a^n)^m =$$

о a^{n+m}

д
и a^{n-m}

н
а
к $a^{n \cdot m}$

о

Как это?

Показатели

сложить

вычесть

умножить

Разные основания

Что это?

Возведение произведения в

$$(ab)^n$$

$$= a^n \cdot b^n$$

$$= \left(\frac{a}{b}\right)^n =$$

$$\frac{a^n}{b^n} =$$

ы

м

и

б

т

н

н

в

н

н

и

я

м

$a^n \cdot b^n$

$(ab)^n$

$\frac{a^n}{b^n}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^n$

Как это?

Возвести каждый

множитель

основания

числитель и

знаменатель

b

Умножить возвести в степень

Произведение степеней с

**Свойства степеней с рациональным показателем
такие же как
свойства степеней с натуральным показателем**

$$a^{1/5} \cdot a^{2/3} = a^{\frac{3}{15} + \frac{5}{15}} = a^{13/15}$$

$$a^{1/5} \cdot a^{-2/3} = a^{\frac{3}{15} - \frac{5}{15}} = a^{-7/15}$$

$$(5^{1/5})^{15} = a^{1/5 \cdot 15} = 5^3 = 125$$

$$4^{-1/2} = \frac{1}{4^{1/2}} = \frac{1}{\sqrt{4}} = \frac{1}{2}$$

Действия в выражениях, содержащих степени

Действия с числовыми основаниями

1. Разложение числа на простые множители.

Представьте составное числа в виде произведения степеней с простыми основаниями:

$$1) 12 = \underline{2^2 \cdot 3} \quad 2) 24 = \underline{2^3 \cdot 3} \quad 3) 75 = \underline{5^2 \cdot 3} \quad 4) 48 = \underline{2^4 \cdot 3}$$

$$5) 72 = \underline{2^3 \cdot 3^2} \quad 6) 250 = \underline{5^3 \cdot 2} \quad 7) 54 = \underline{3^3 \cdot 2} \quad 8) 80 = \underline{2^4 \cdot 5}$$

Разложите числа на простые множители:

864	2	576
432	2	
216	2	
108	2	
54	2	
27	3^3	

$$864 = 2^5 \cdot 3^3$$

$$576 = 2^6 \cdot 3^2$$

2. Сокращение дробей

Алгоритм

1. Возвести в степень при наличии;

ВЫП
ОЛН
ИТЬ
ДЕЙС
ТВИ
Е

$$\frac{\overset{3}{\cancel{21}}\overset{a}{\cancel{a^4}}}{\underset{1}{\cancel{7}}\underset{1}{\cancel{a^3}}} = 3a$$

$$\frac{\overset{2}{\cancel{22}}\overset{a}{\cancel{a^4}}\overset{1}{\cancel{b^6}}}{\underset{3}{\cancel{33}}\underset{1}{\cancel{a^2}}\underset{b^2}{\cancel{b^8}}} = \frac{2a^2}{3b^2}$$

3. Сократить коэффициенты ;

4. Сократить буквенную часть.

$$\frac{2^2 (4x)^2 \cdot (3x^2 y)^3}{72x^4 y^5} = \frac{2^2 \cdot \overset{2^2}{\cancel{16}}x^2 \cdot \overset{3^3}{\cancel{27}}x^6 y^3}{\underset{2^3}{\cancel{72}}x^4 y^5} = \frac{\overset{2^3}{\cancel{2^6}} \cdot \overset{3}{\cancel{3^3}} \overset{x^4}{\cancel{x^8}} \overset{1}{\cancel{y^3}}}{\underset{1}{\cancel{2^3}} \cdot \underset{1}{\cancel{3^2}} \overset{x^4}{\cancel{x^4}} \underset{y^2}{\cancel{y^5}}} = \frac{24x^4}{y^2}$$

ПОМНИТЕ!

*При сокращении дробей числовые основания
разложить на множители*

*При сокращении буквенной части –
сокращать на букву в меньшей степени*

*Можно не сокращать, а делить степени с
одинаковым основанием, т.е.*

вычитать показатели

$$\frac{2^{2n-1} \cdot 9^{n+1}}{3^{2n+1} \cdot 4^{n-2}} = \frac{2^{2n-1} \cdot 3^{2n+2}}{3^{2n+1} \cdot 2^{2n-4}} = 2^{2n-1-(2n-4)} \cdot 3^{2n+2-(2n+1)} =$$
$$= 2^3 \cdot 3 = 24$$

*Десятичную дробь надо перевести в
обыкновенную*

3. Преобразование выражений со степенями

Алгоритм

1. Привести числовые основания к степени с простым основанием;

2. Выполнить действия, используя свойства степеней или арифметические действия и **таблицу степеней** ;

Примеры:

Приведение к простому основанию:

$$1) 27^x = (3^3)^x = 3^{3x}$$

$$2) 6^x = (2 \cdot 3)^x = 2^x \cdot 3^x$$

$$3) 0,5^x \cdot 8^x = \left(\frac{1}{2}\right)^x \cdot 2^{3x} = 2^x \cdot 2^{3x} = 2^{4x}$$

$$4) 3^x + 9^x = 3^x + 3^{2x}$$

$$5) 2 \cdot 0,25^x \cdot \sqrt{8} = 2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^x \cdot 2^3 = 2 \cdot 2^{-2x} \cdot 2^3 = 2^{-2x+4}$$

Примеры:

Приведение к простому показателю («очищение показателя»):

$$1) 3^{x+1} = 3 \cdot 3^x$$

$$a^{n+m} = a^n \cdot a^m$$

$$2) 2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} = 2^x + 2 \cdot 2^x + 4 \cdot 2^x = 7 \cdot 2^x$$

$$4) 3^{2x-1} + 3^{2x-2} + 3^{2x-3} = 12$$

$$a^{n-m} = a^{-m} \cdot a^n$$

$$\frac{9}{1/3} \cdot 3^{2x} + \frac{3}{1/9} \cdot 3^{2x} + \frac{1}{1/27} \cdot 3^{2x} = \frac{27}{33}$$

$$9 \cdot 3^{2x} + 3 \cdot 3^{2x} + 3^{2x} = 27 \cdot 33$$

Не умножать!

$$13 \cdot 3^{2x} = 27 \cdot 33$$

$$3^{2x} = \frac{27 \cdot \cancel{33}}{\cancel{13}}$$

$$3^{2x} = 27 \cdot 3 = 3^4$$