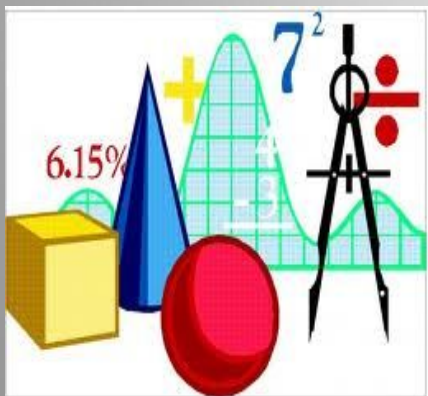
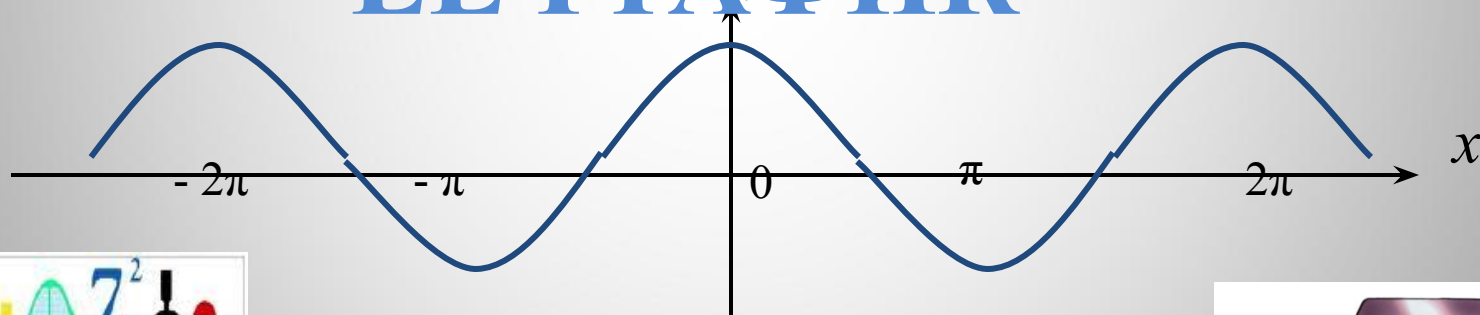


# СВОЙСТВА ФУНКЦИИ $y = \sin x$ И ЕЕ ГРАФИК



Автор Попова Л.А.

# Свойства функции

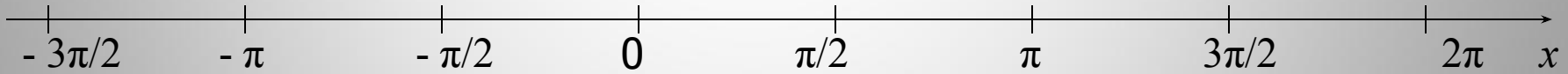
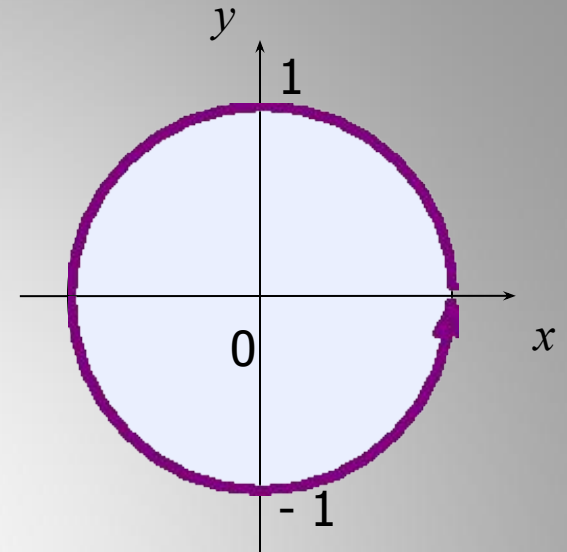
- 1.  $D(y)$
- 2.  $E(y)$
- 3. Четность функции
- 4. Периодичность функции
- 5. Нули функции
- 6. Наибольшее значение
- 7. Наименьшее значение
- 8. Положительные значения
- 9. Отрицательные значения
- 10. Возрастание функции
- 11. Убывание функции



$$y = \sin x$$

$D(y)$

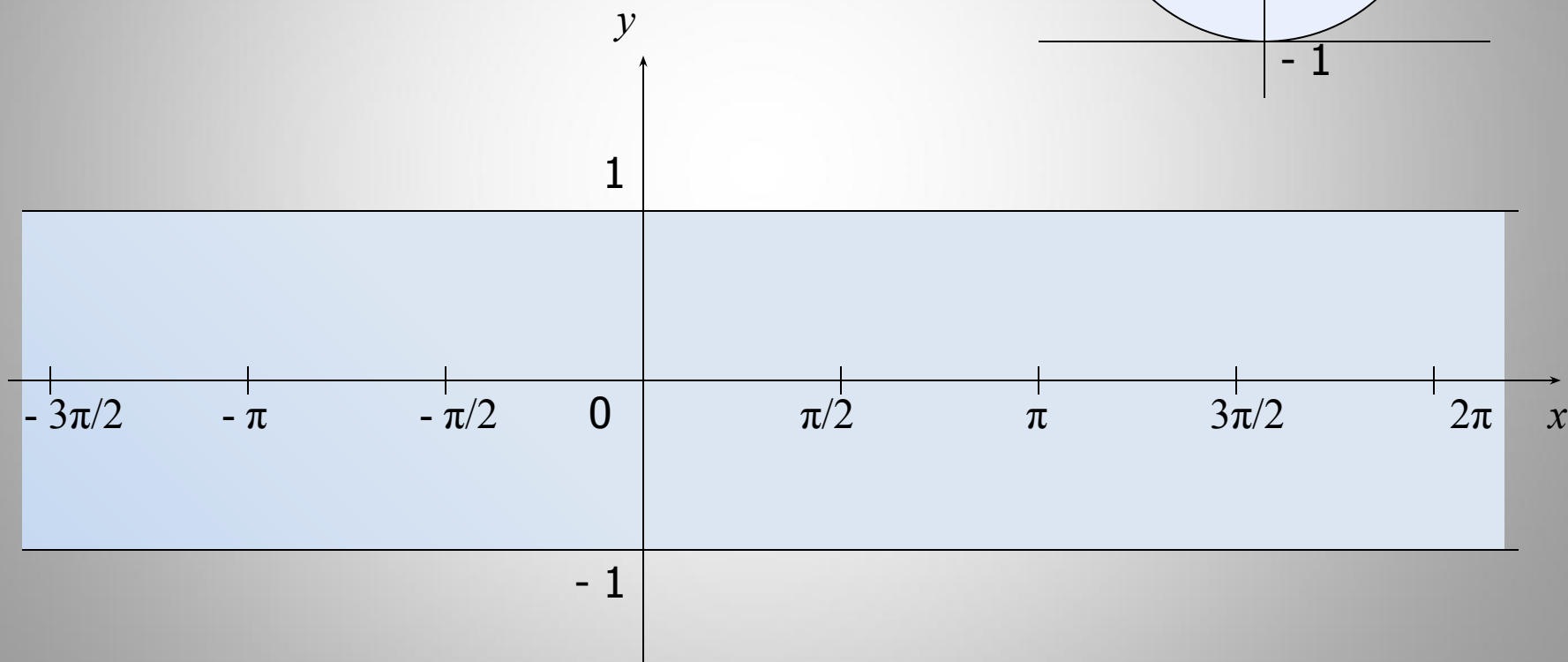
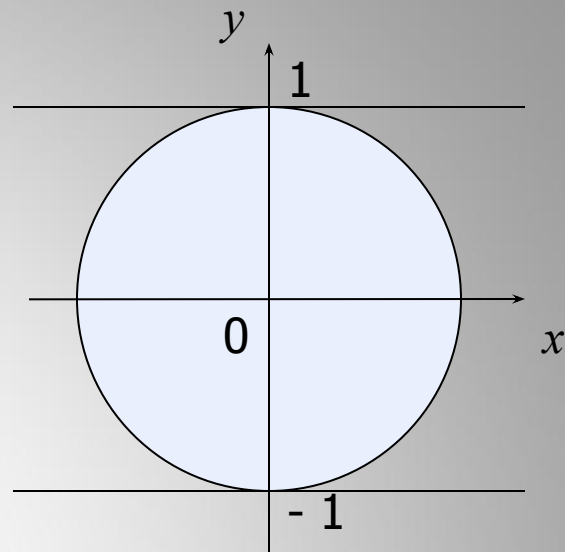
$x \in \mathbb{R}$



$$y = \sin x$$

$E(y)$

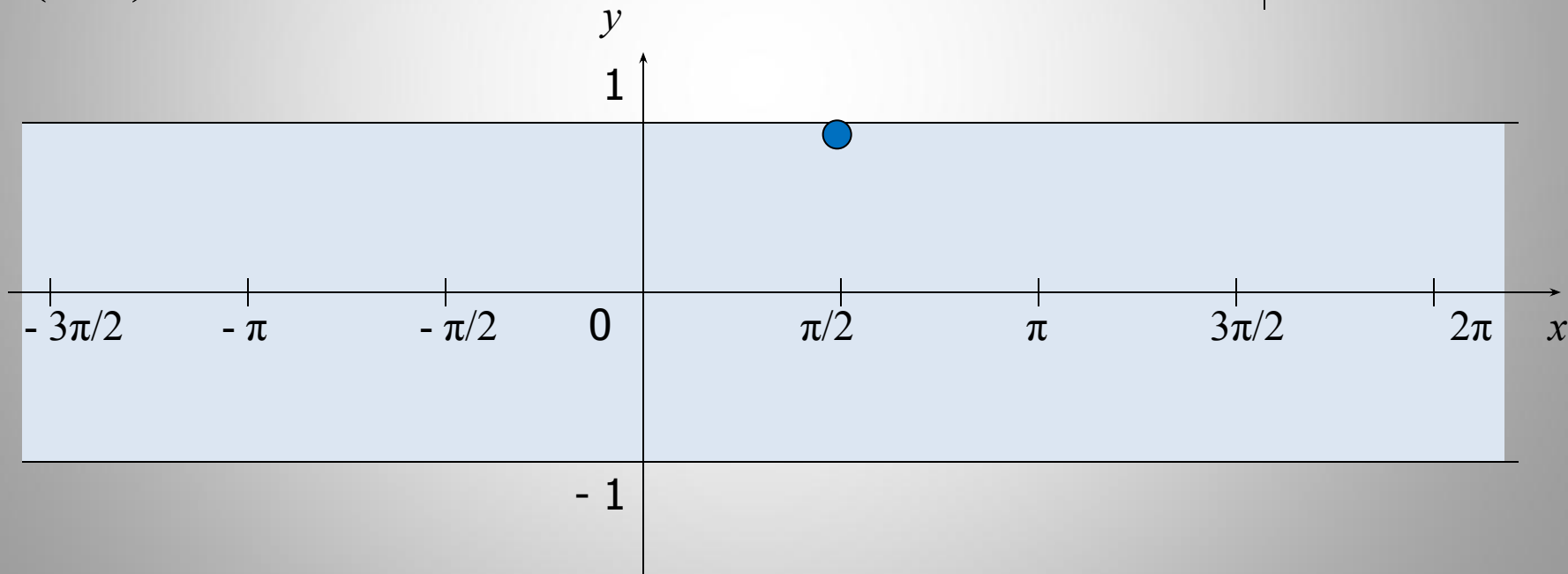
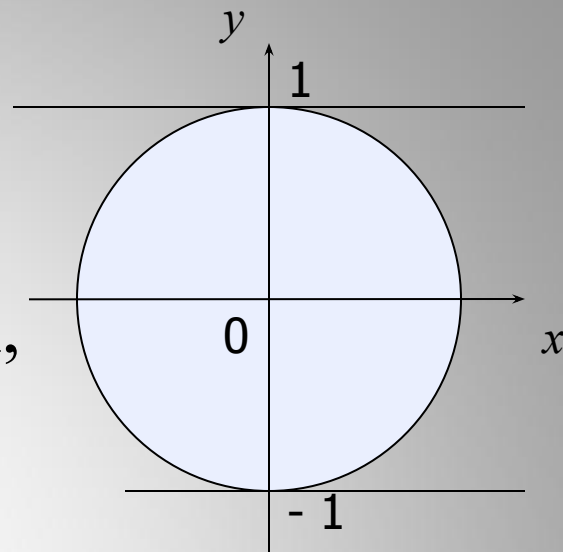
$[-1; 1]$



$$y = \sin x$$

## Четность функции

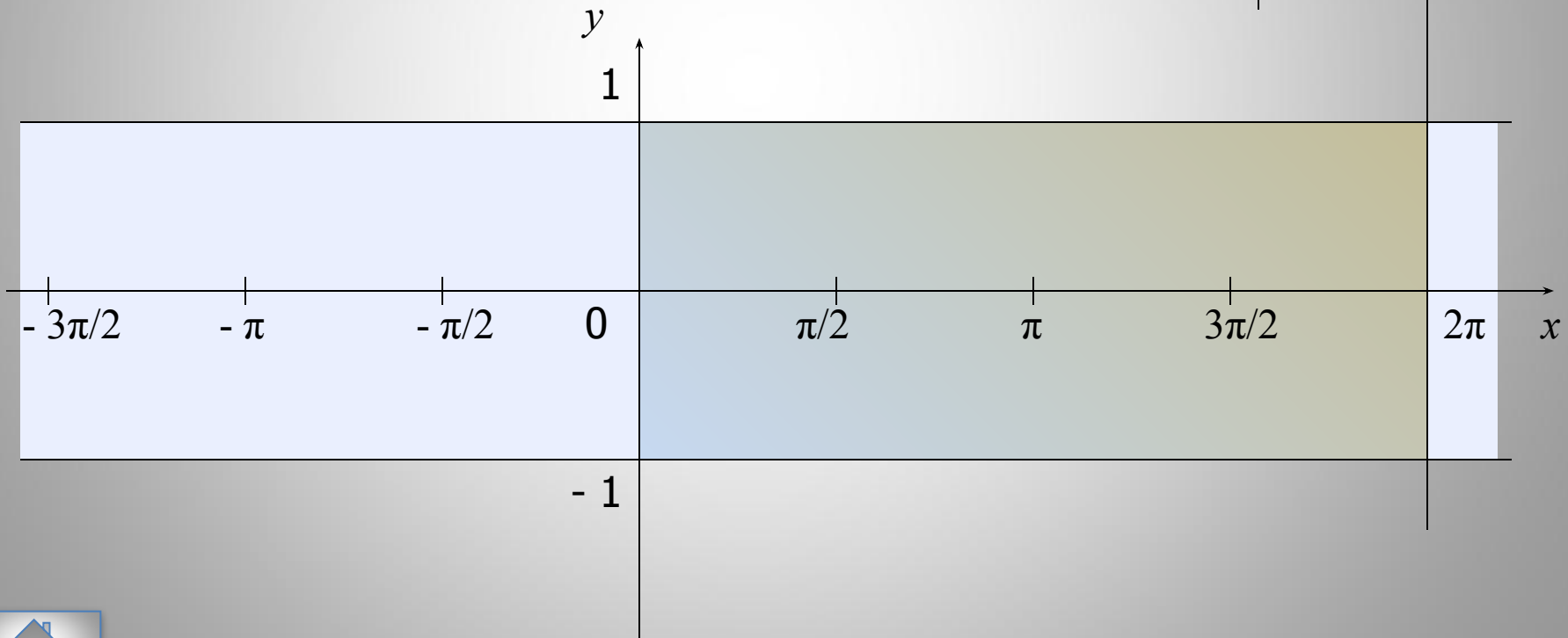
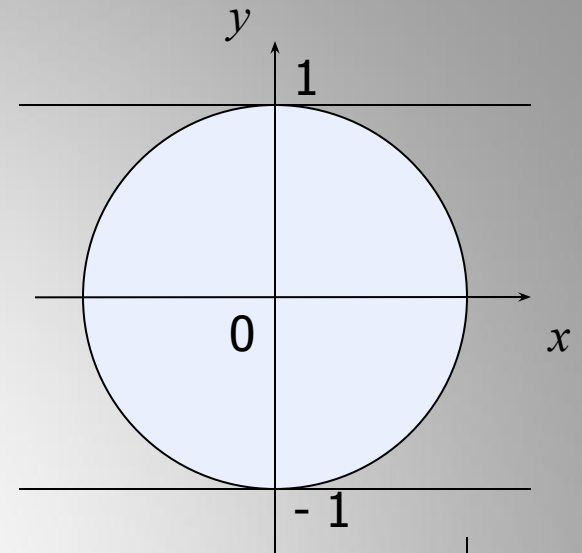
Функция **нечетна**, т.к.  $\sin(-x) = -\sin x$ ,  
график симметричен относительно  
(0;0)



$$y = \sin x$$

## Периодичность функции

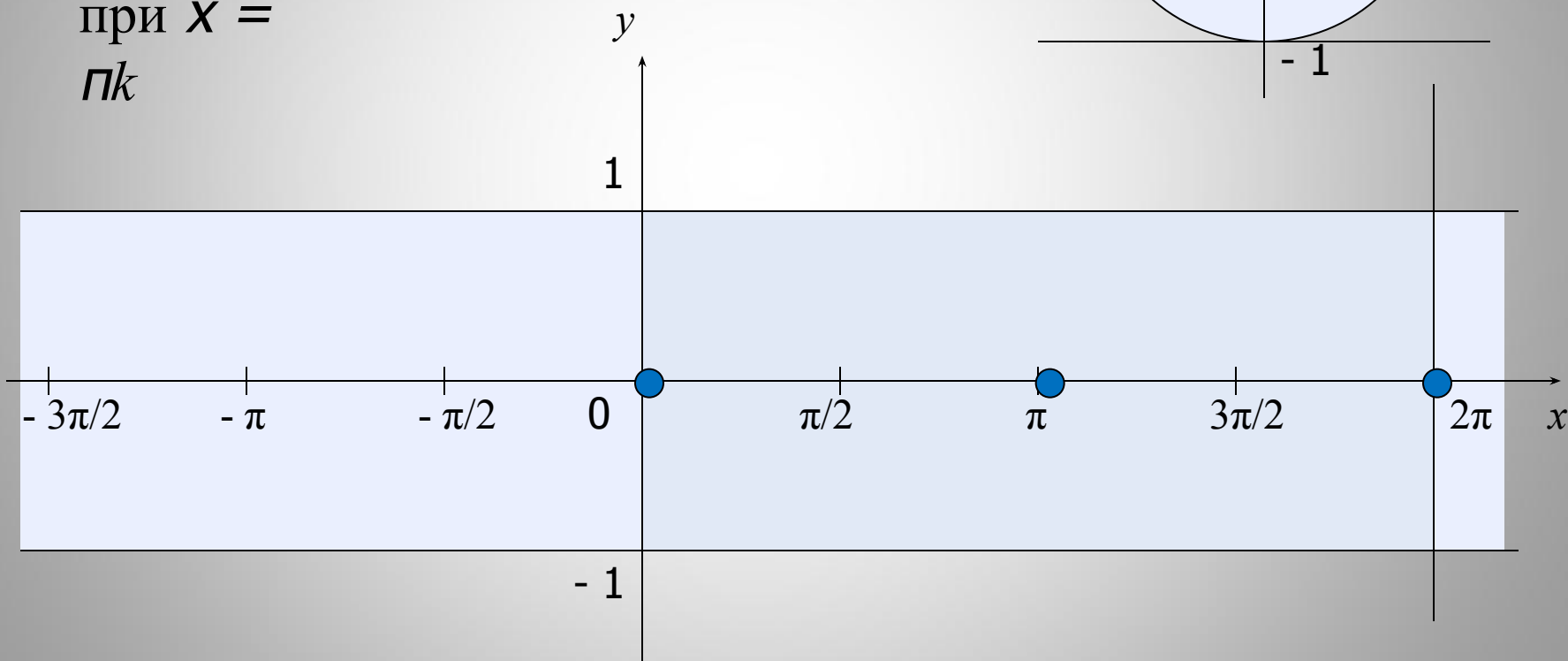
Период функции  $T=2\pi$ ,  
 $\sin(x+2\pi)=\sin x$



$$y = \sin x$$

Нули функции  $\sin x = 0$

при  $x = \pi k$

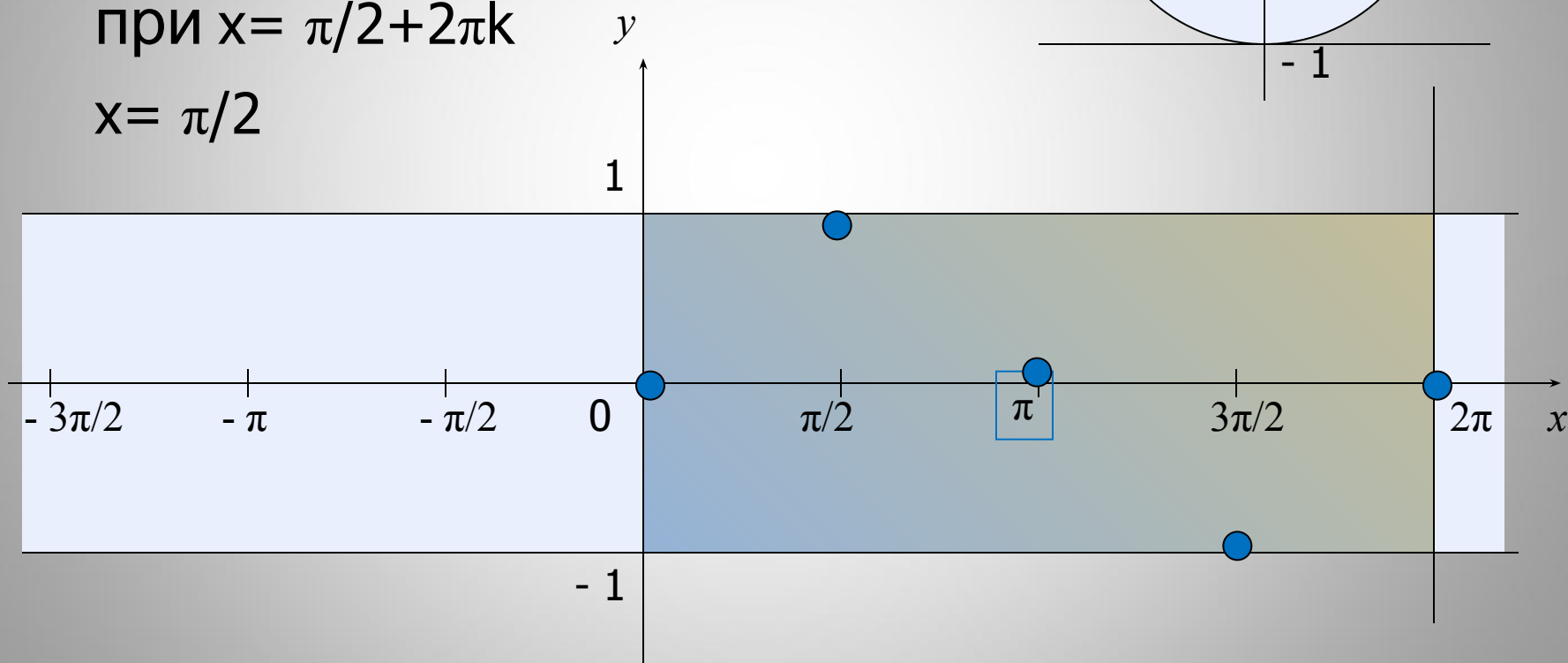


$$y = \sin x$$

Наибольшее значение  $\sin x = 1$

при  $x = \pi/2 + 2\pi k$

$x = \pi/2$



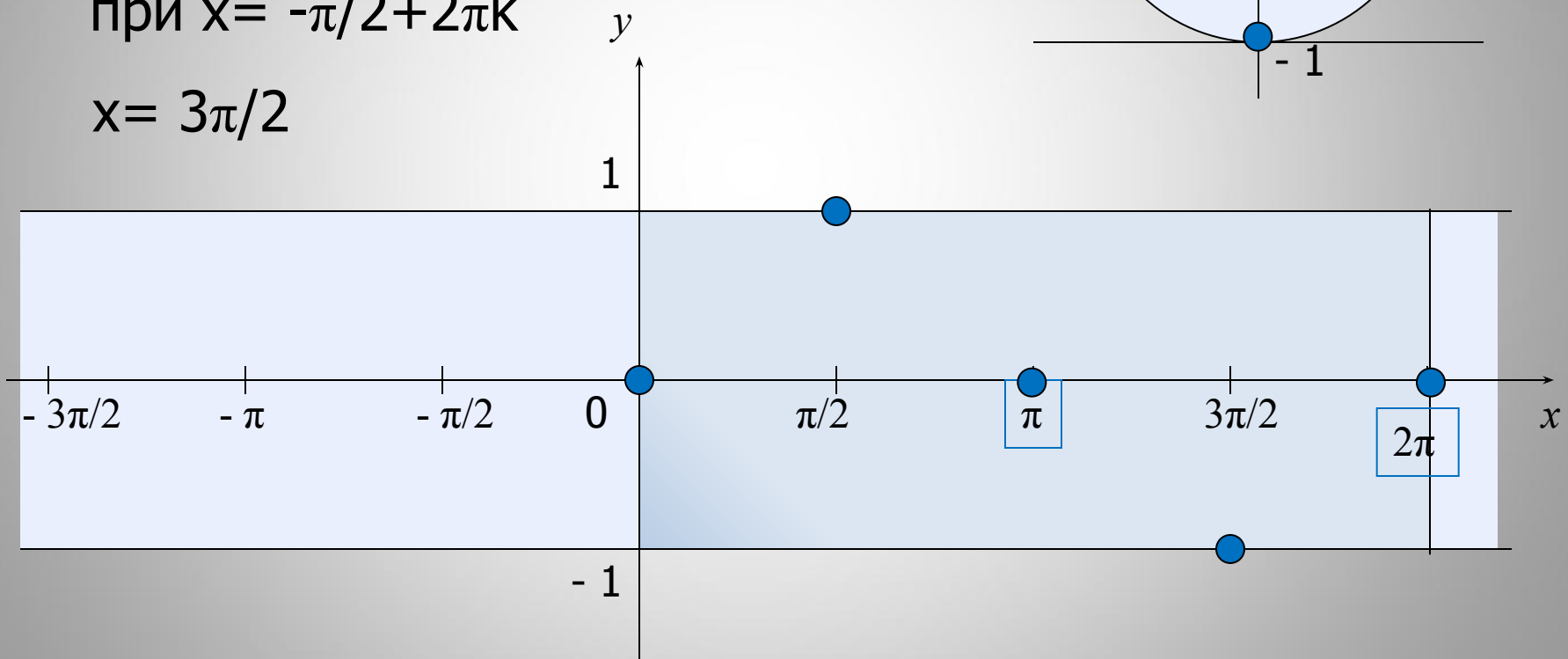
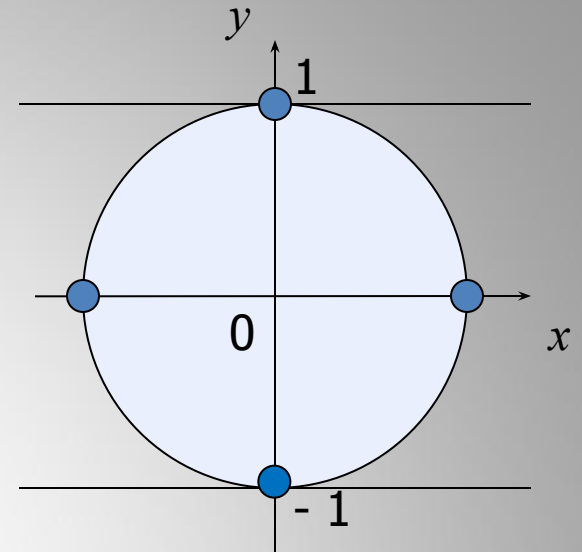


$$y = \sin x$$

Наименьшее значение  $\sin x = -1$

при  $x = -\pi/2 + 2\pi k$

$x = 3\pi/2$



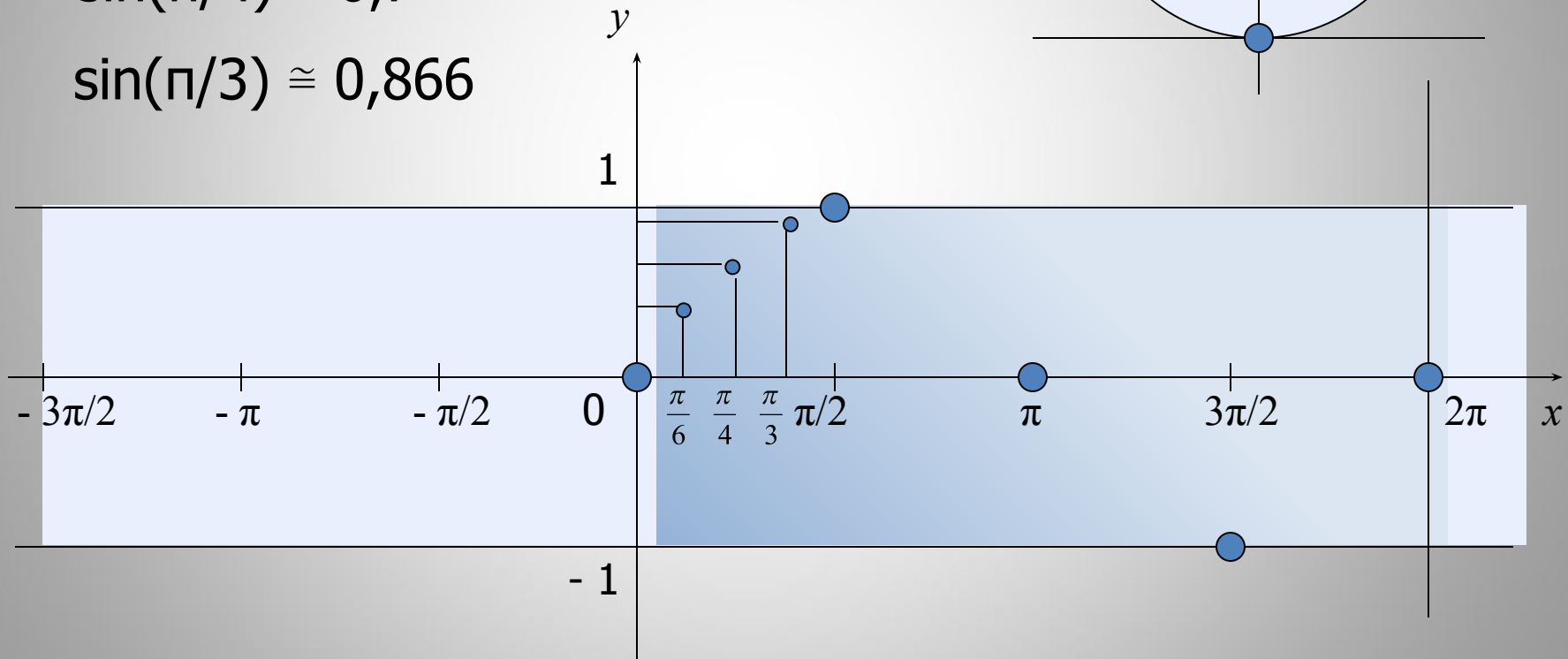
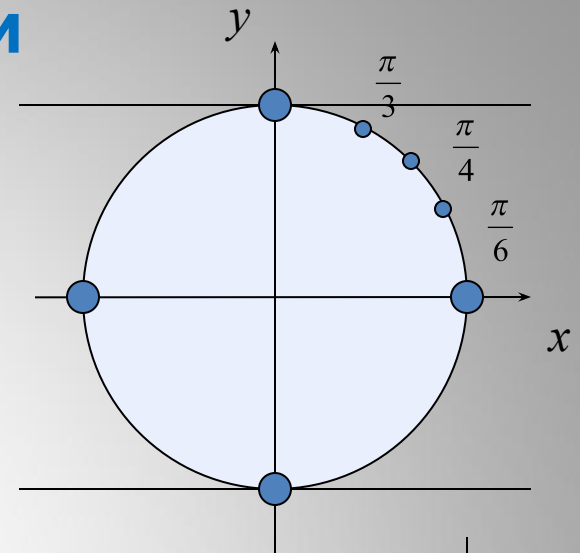
# Построение графика функции

$$y = \sin \text{ на отрезке } \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$$

$$\sin(\pi/6) = 0,5$$

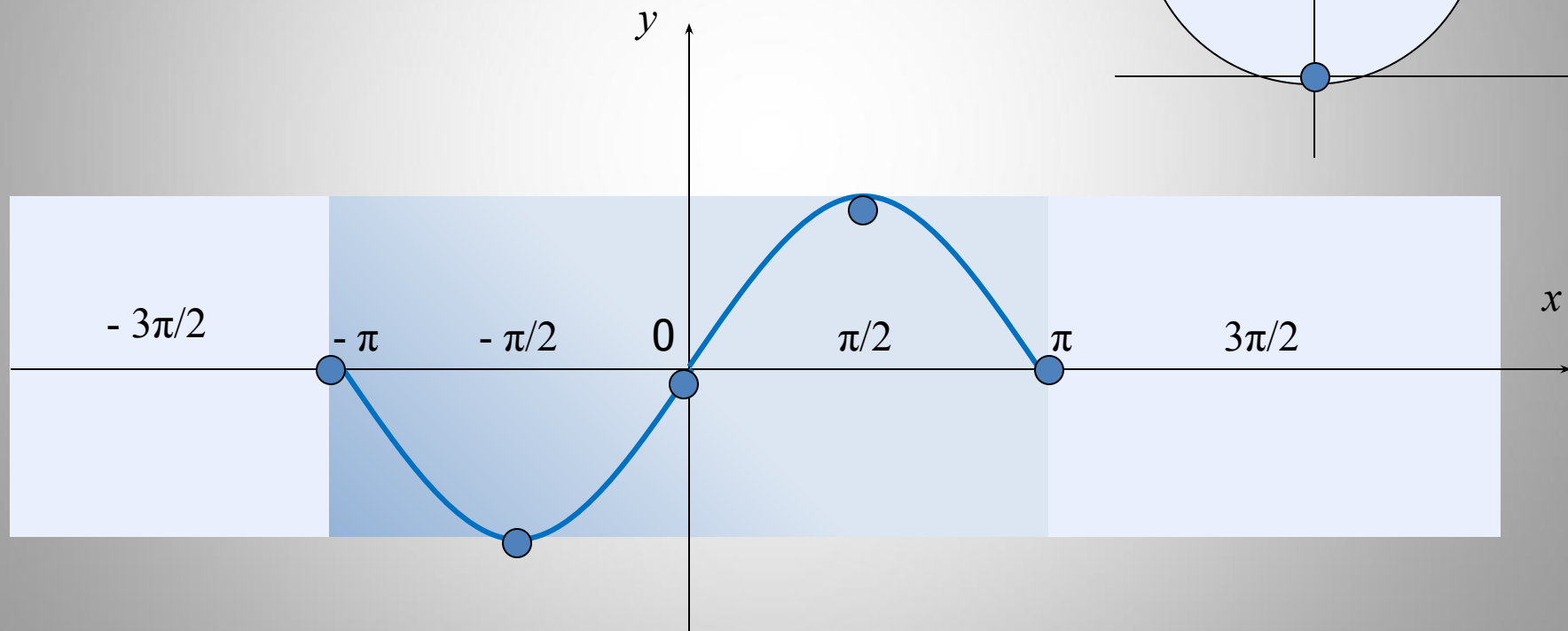
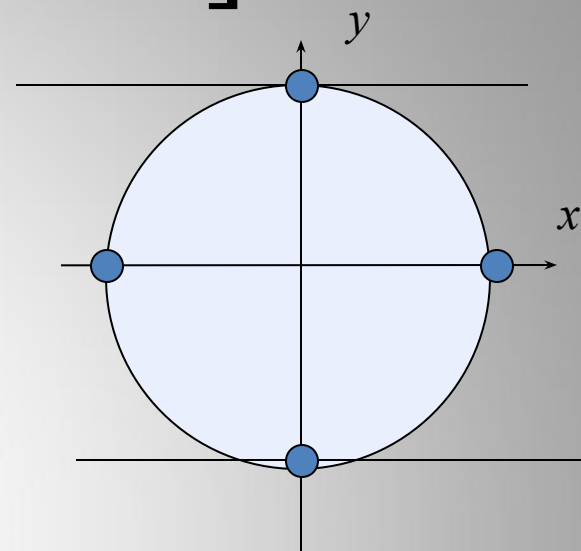
$$\sin(\pi/4) \cong 0,7$$

$$\sin(\pi/3) \cong 0,866$$

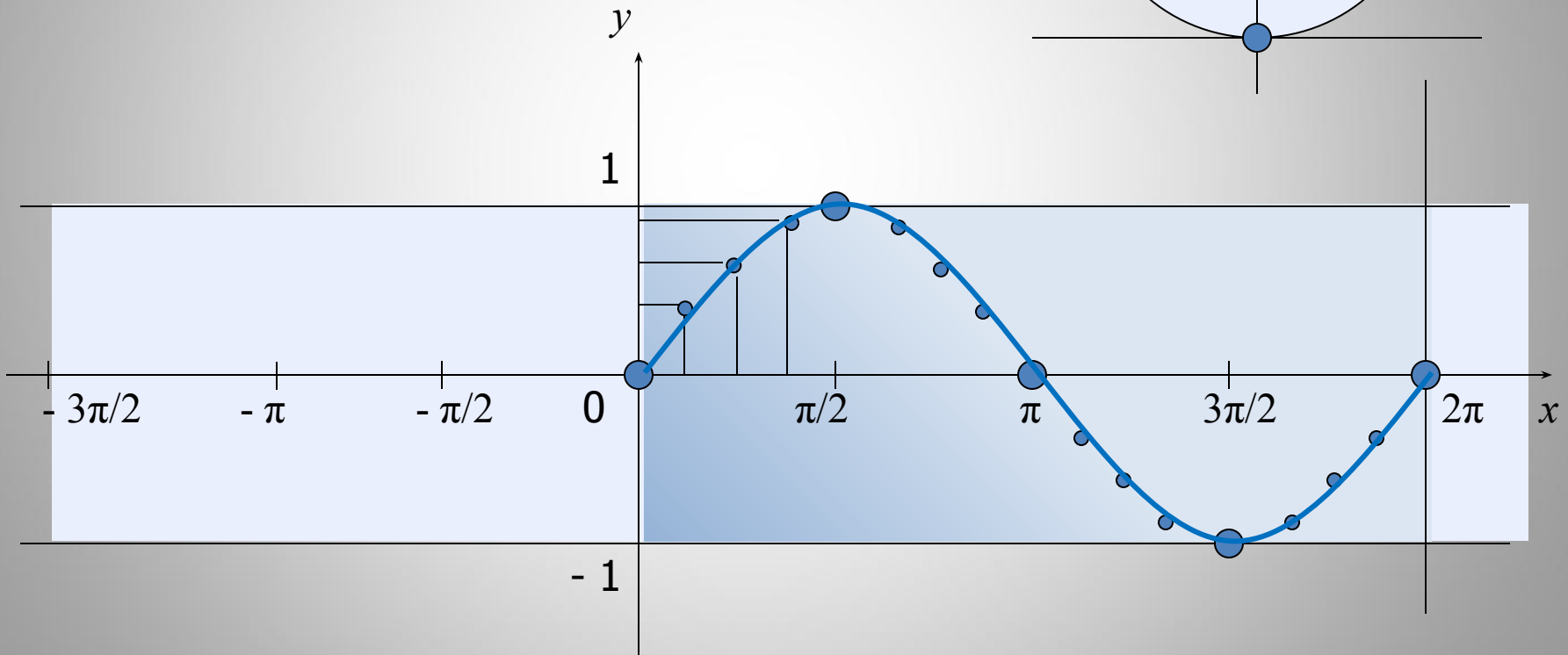
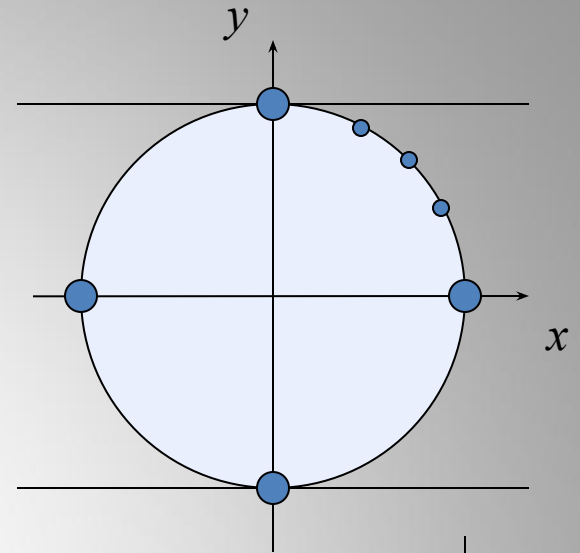


# График функции на отрезке $[-\pi; \pi]$

$$y = \sin x$$

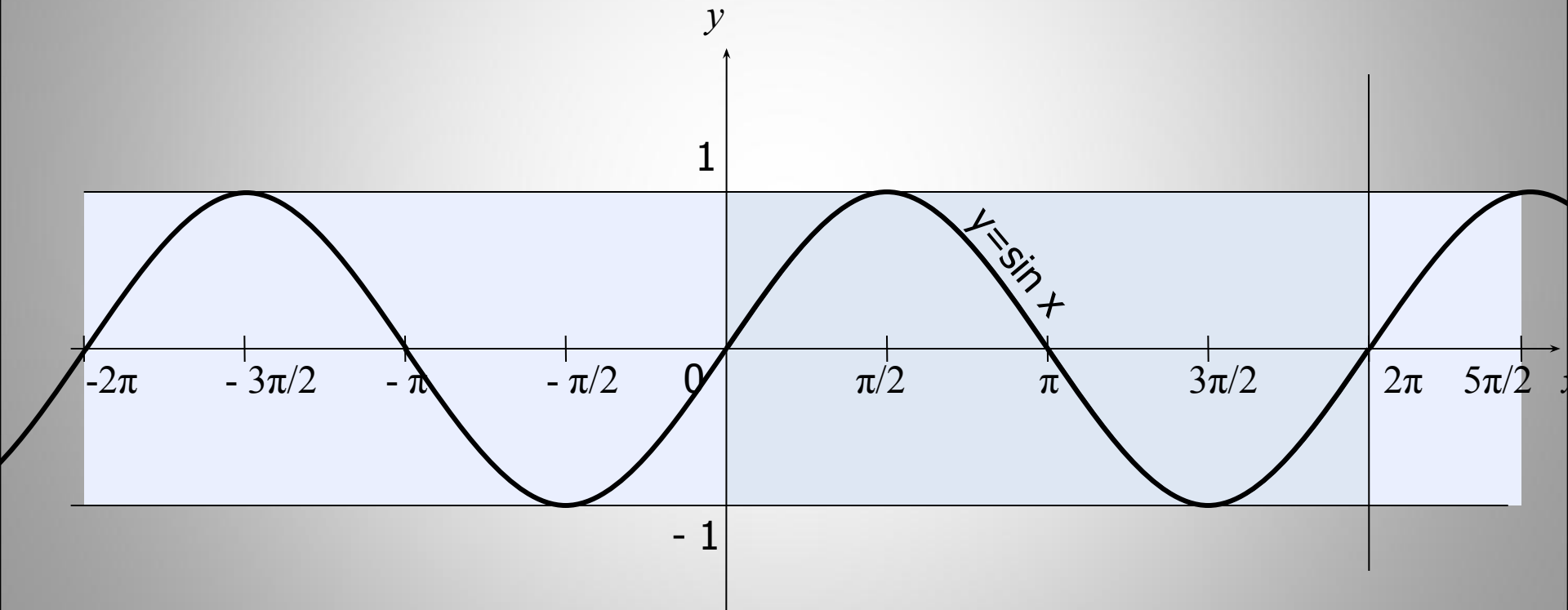


$$y = \sin x$$



$$y = \sin x$$

График функции  $y = \sin x$  называется синусоида

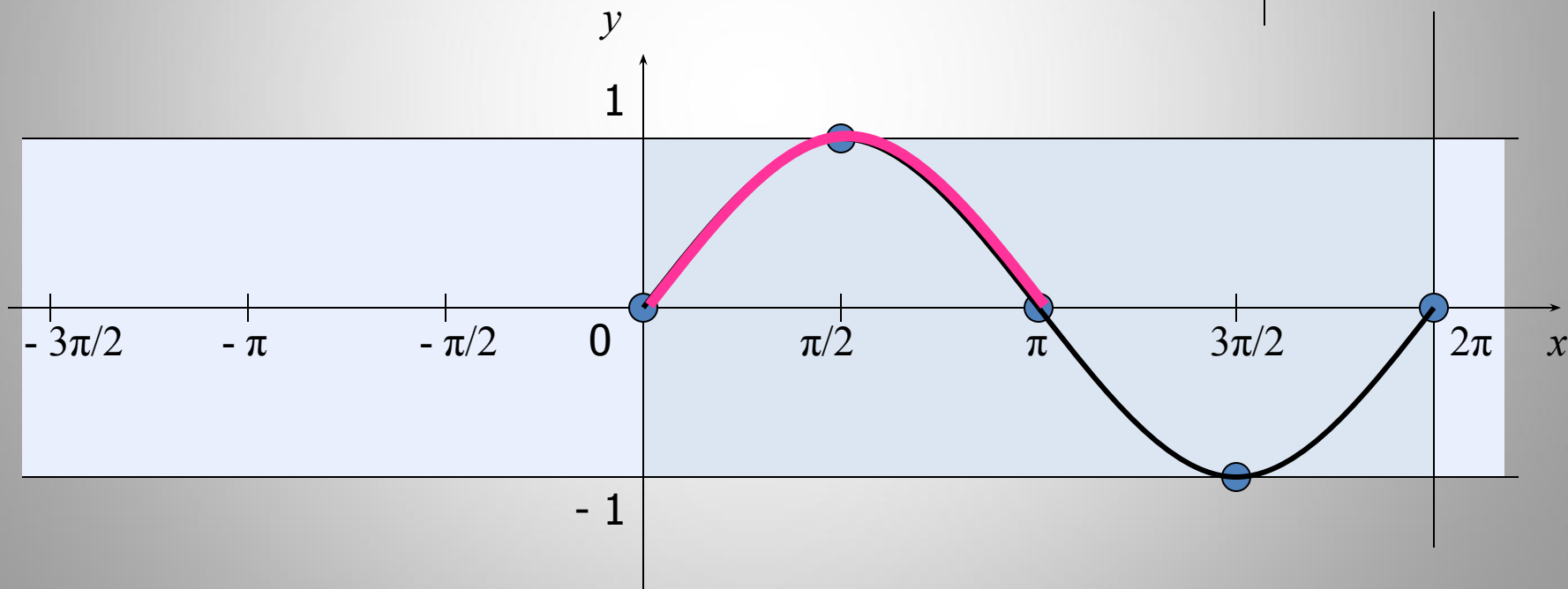
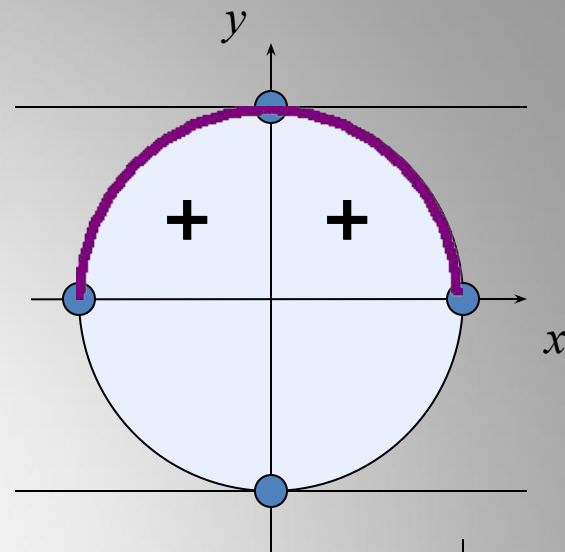


# Промежутки знакопостоянства

$$y = \sin x$$

Положительные значения  $\sin x > 0$

на отрезке  $(2\pi k; \pi + 2\pi k)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$

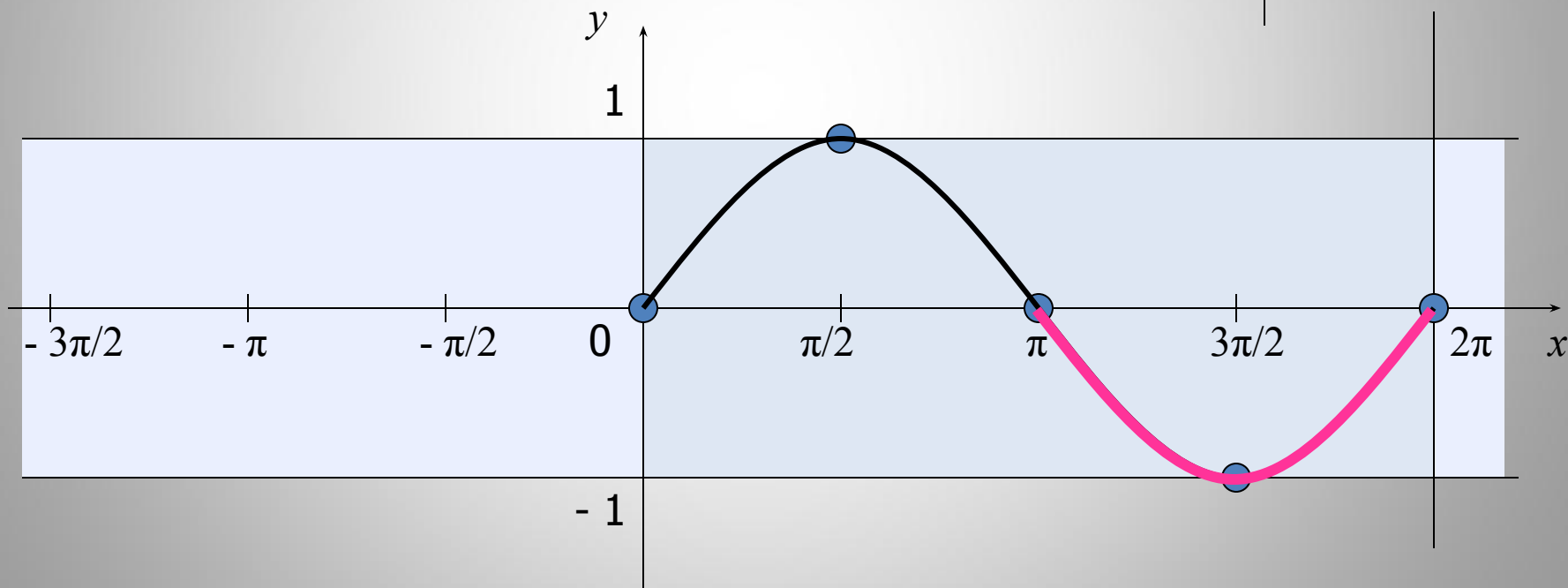
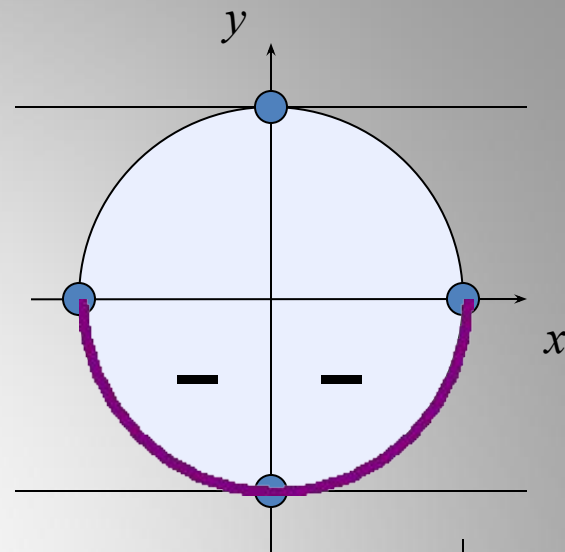


# Промежутки знакопостоянства

$$y = \sin x$$

Отрицательные значения  $\sin x < 0$

на отрезке  $(\pi + 2\pi k; 2\pi + 2\pi k)$ .  $k \in \mathbb{Z}$

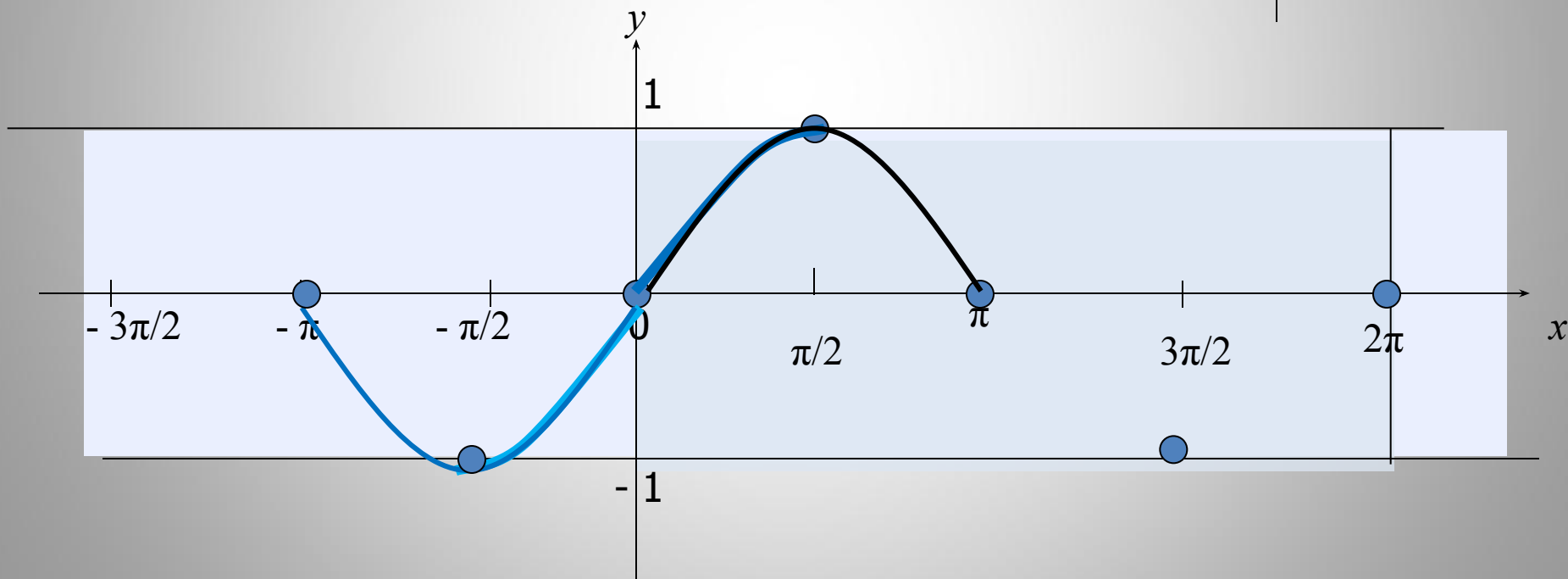
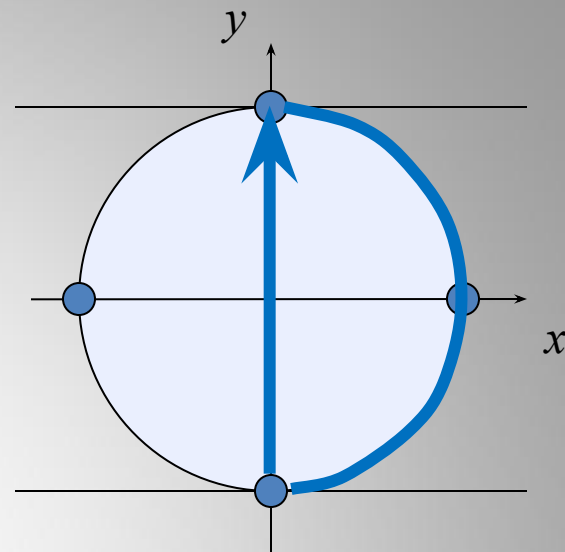


# Промежутки возрастания

$$y = \sin x$$

Функция возрастает

на отрезке  $[-\pi/2 + 2\pi k; \pi/2 + 2\pi k]$



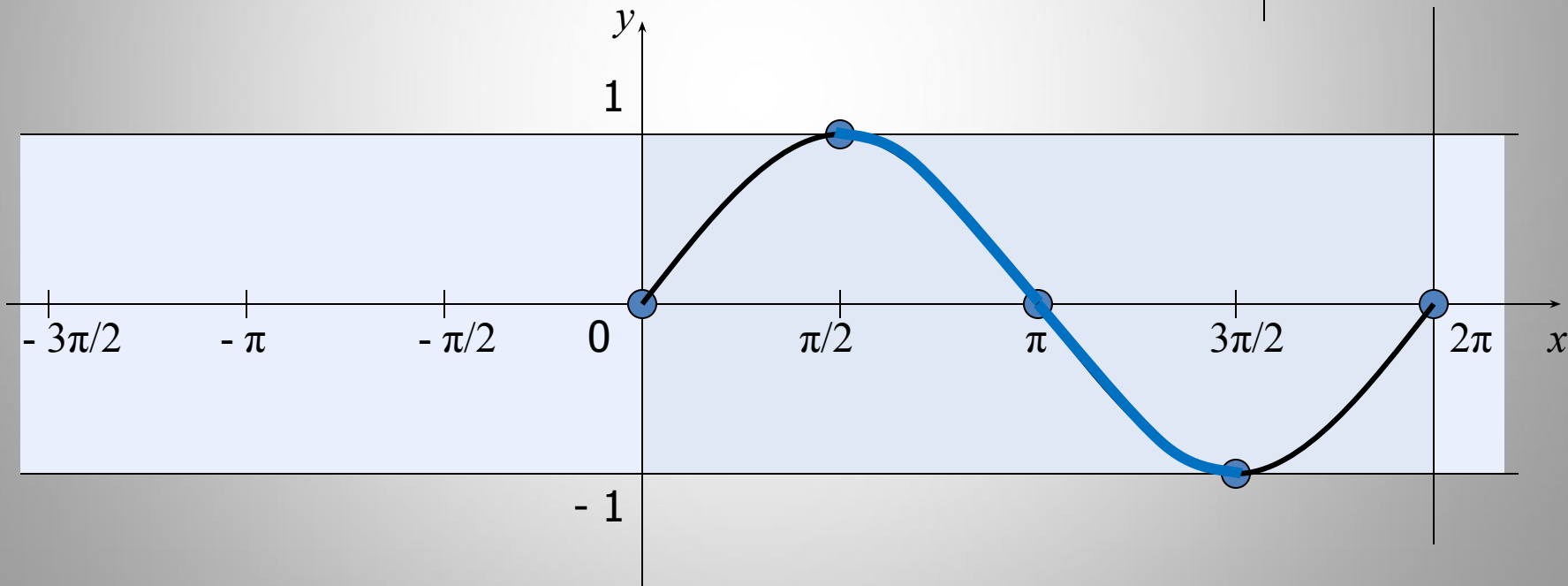
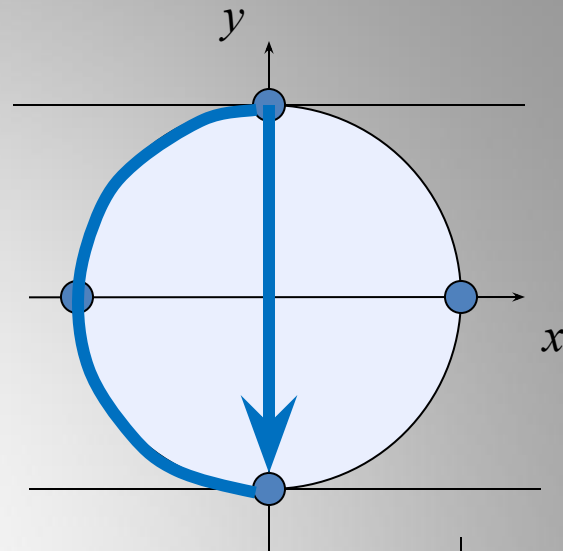


# Промежутки убывания

$$y = \sin x$$

Функция убывает

на отрезке  $[\pi/2 + 2\pi k; 3\pi/2 + 2\pi k]$



## Задача

Сравнить числа  $\sin 2$  и  $\sin 3$

Так как  $\pi = 3,14$ ,  $\frac{\pi}{2} = 1,57$ , то

$$\frac{\pi}{2} < 2 < 3 < \pi$$

Из графика видно, что на отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  функция  $y = \sin x$  убывает.

Ответ:  $\sin 2 > \sin 3$ .

## Упражнения

Пользуясь свойствами функции  $y = \sin x$ ,  
сравните числа:

$$\sin 100^{\circ} \quad \text{и} \quad \sin 130^{\circ}$$

$$\sin 4 \quad \text{и} \quad \sin 2$$

$$\sin \frac{\pi}{9} \quad \text{и} \quad \sin \frac{7\pi}{18}$$

**Расположить в порядке возрастания числа**

**$\sin 1.9$  ;  $\sin 3$ ;  $\sin(-1)$ ;  $\sin(-1.5)$ .**

Числа  $\sin 1.9$  и  $\sin 3$  **положительны**, так как точки  $P_{1,9}$  и  $P_3$  находятся **во 2 четверти**. Функция  $y=\sin x$  во 2 четверти убывает.  $\sin 3 < \sin 1.9$

Числа  $\sin(-1)$  и  $\sin(-1.5)$  **отрицательны**, так как точка  $P(-1)$  и  $P(-1,5)$  находятся в **4 четверти**.

Функция  $y=\sin x$  во 4 четверти возрастает..

$$\sin(-1.5) < \sin(-1)$$

**Ответ:**

Таким образом, в порядке возрастания эти числа располагаются так:

$$\sin(-1.5); \quad \sin(-1); \quad \sin 3; \quad \sin 1.9.$$

Используя свойство возрастания или убывания функции  $y=\sin x$ , сравните числа:

1 вариант

1.  $\sin \frac{7\pi}{10}$

и

2.  $\sin \frac{13}{7}$

и

3.  $\sin\left(-\frac{8\pi}{7}\right)$

и

4.  $\sin 7$

и

2 вариант

$\sin \frac{13\pi}{10}$

$\sin \frac{11\pi}{7}$

$\sin\left(-\frac{9\pi}{8}\right)$

$\sin 6$

Разбить отрезок  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$  на два так, чтобы на одном из них функция  $y=\sin x$  убывала, а на другом возрастала.

**Ответ;** На отрезке  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  функция  $y=\sin x$  убывает,

а на отрезке  $\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$  функция возрастает.

№ 722 Разбить данный отрезок на два отрезка так, чтобы на одном из них функция  $y=\sin x$  возрастала, а на другом убывала.

1)  $[0; \pi]$   $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  - Функция возрастает

$\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$  - Функция убывает

2)  $\left[\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$   $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$  - Функция убывает

$\left[\frac{3\pi}{2}; 2\pi\right]$  - Функция возрастает

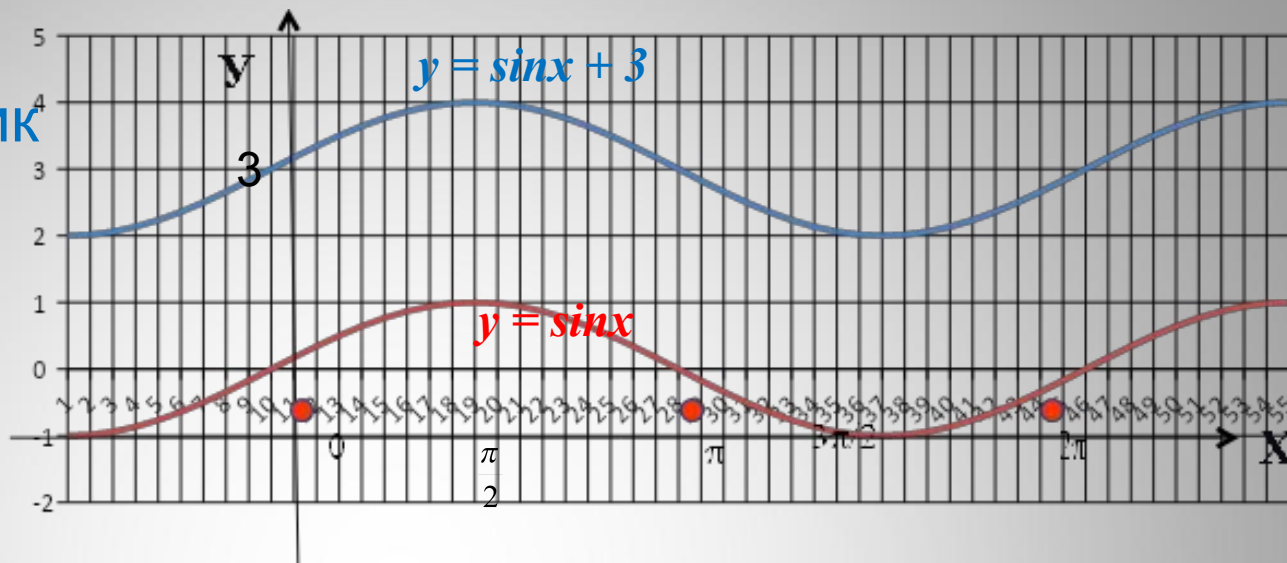
3)  $[-\pi; 0]$   $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$  - Функция убывает

$\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$  - Функция возрастает

# Преобразование графика $y = \sin x$ СДВИГ ВДОЛЬ ОСИ ОРДИНАТ

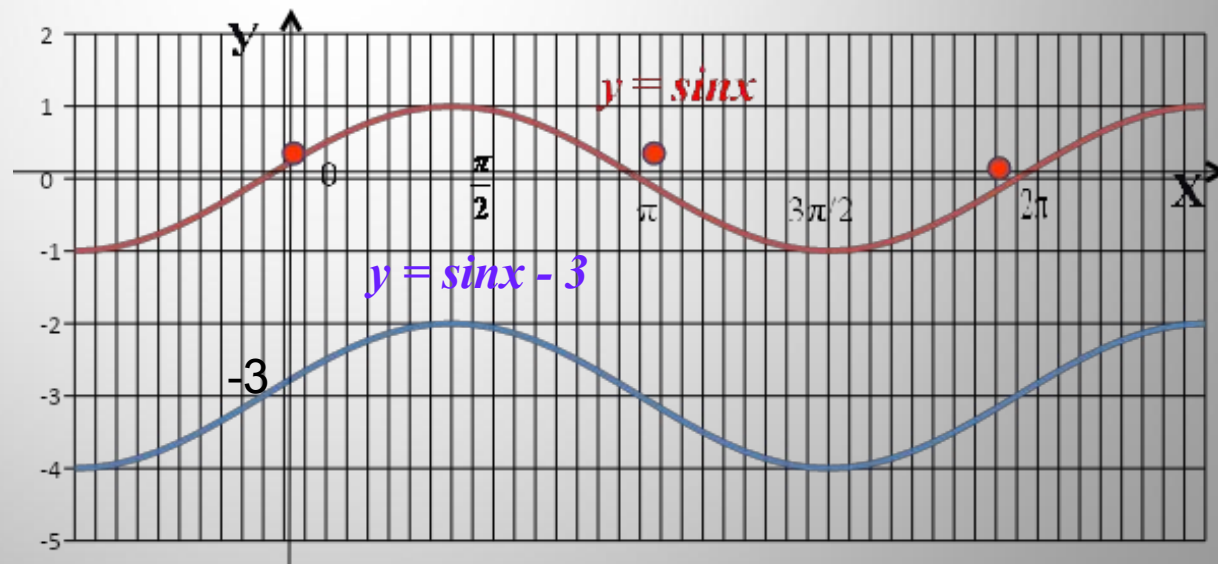
Построить график функции  $y = \sin x + 3$

**+** вверх



Построить график функции  $y = \sin x - 3$

**-** вниз





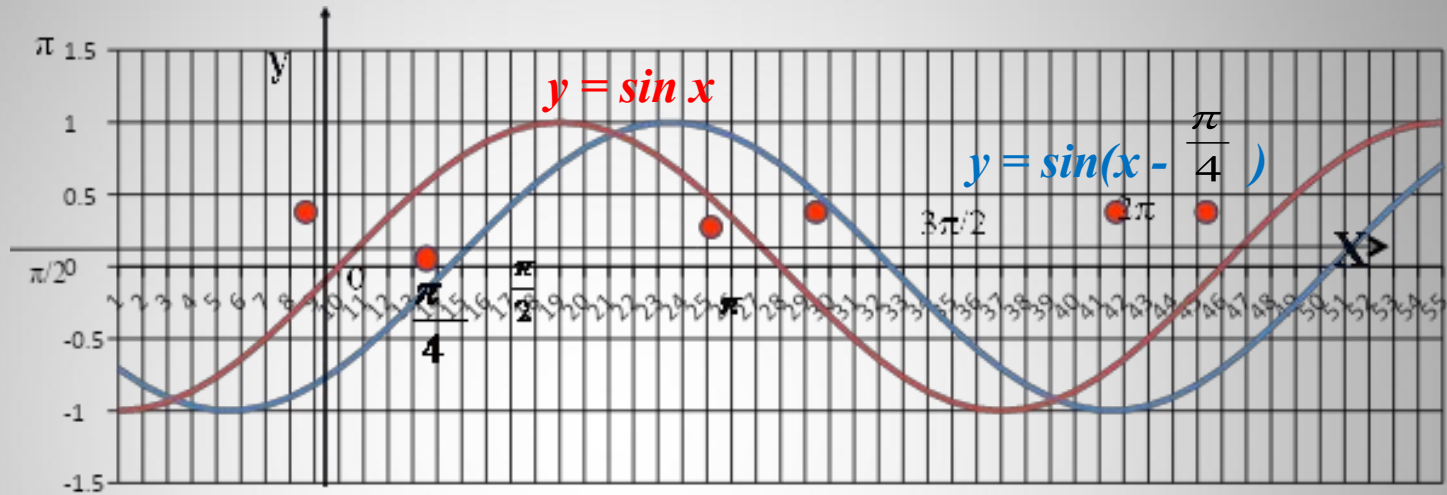
# Сдвиг вдоль оси абсцисс

Построить график функции

$$y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$$



Сдвиг влево

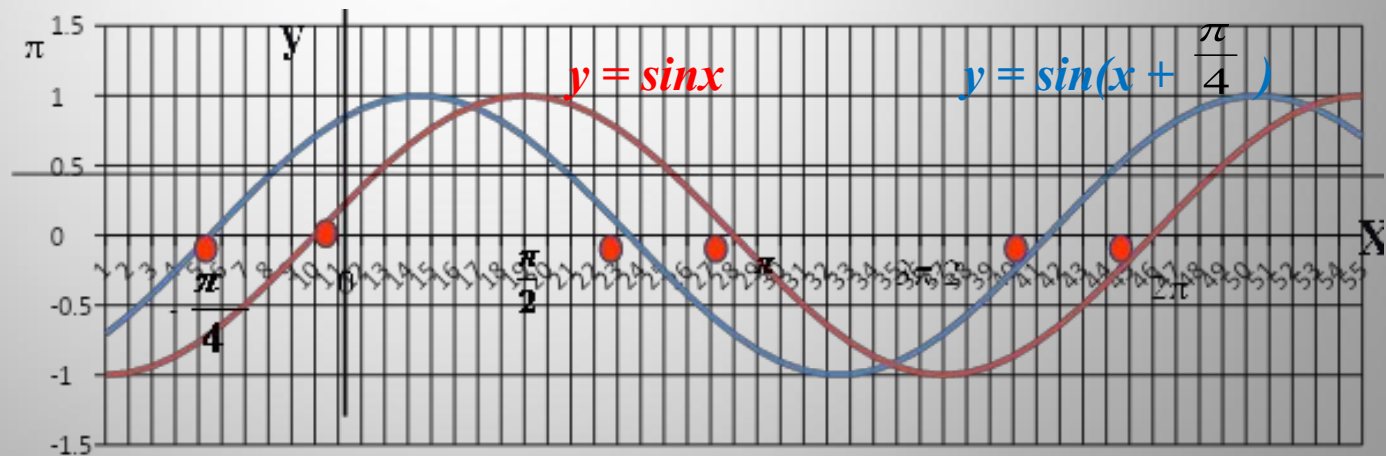


Построить график функции

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$



Сдвиг вправо

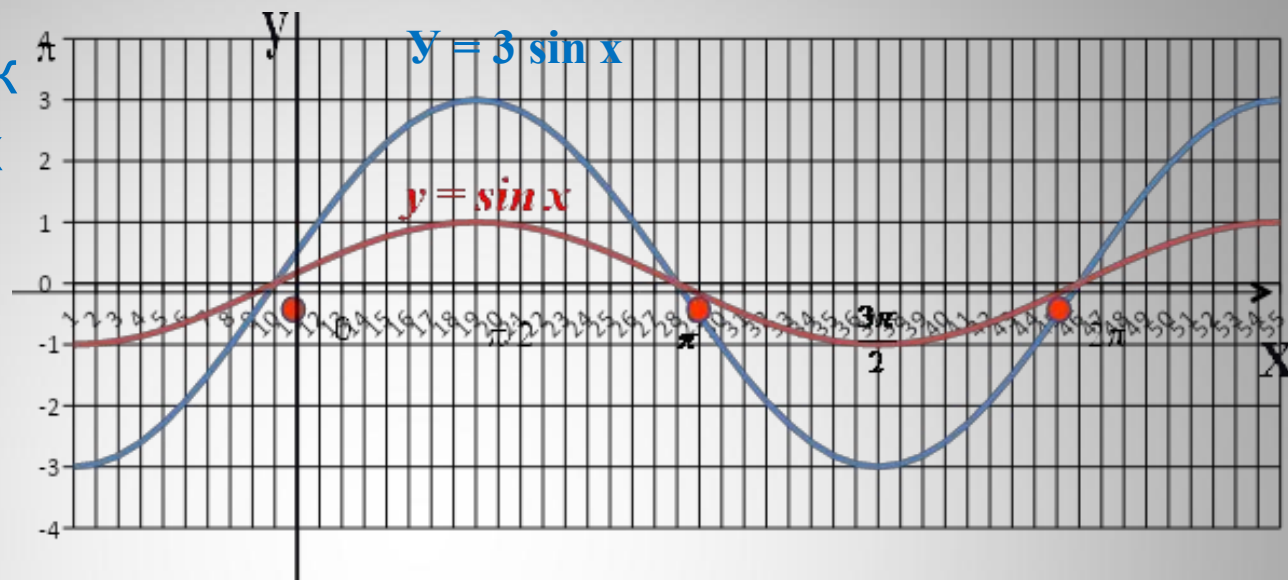


# Сжатие и растяжение к оси абсцисс

Построить график функции  $y = 3 \sin x$

$$K > 1$$

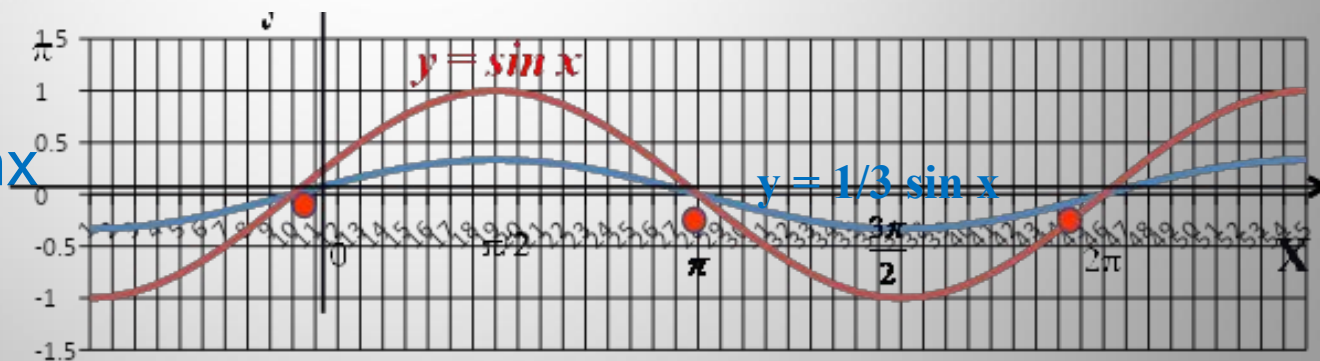
растяжени  
е



Построить график функции  $y = 1/3 \sin x$

$$0 < K < 1$$

сжатие

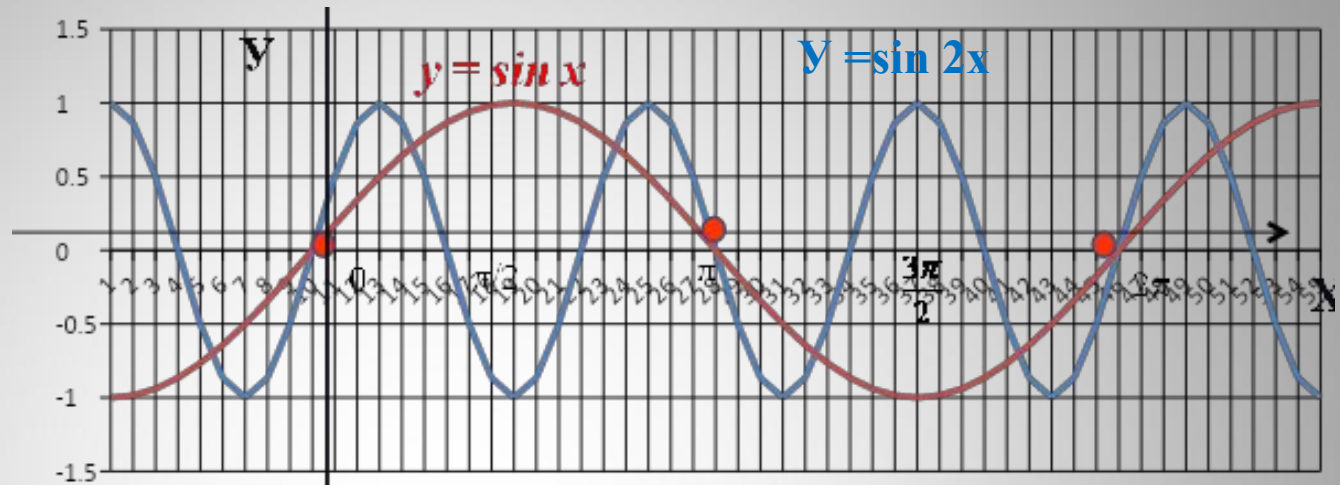


# Сжатие и растяжение к оси ординат

Построить  
график функции  
 $y = \sin 2x$

$$K > 1$$

сжатие

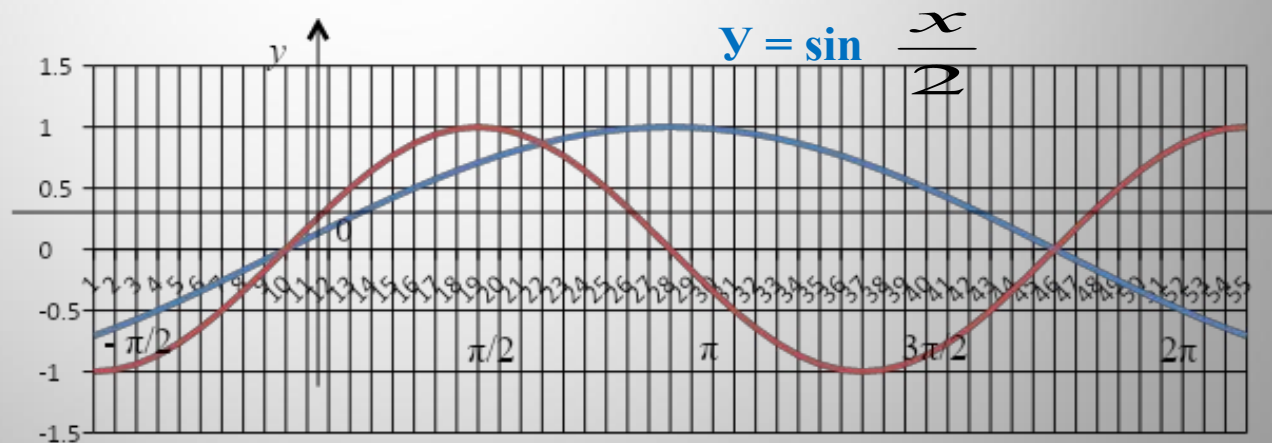


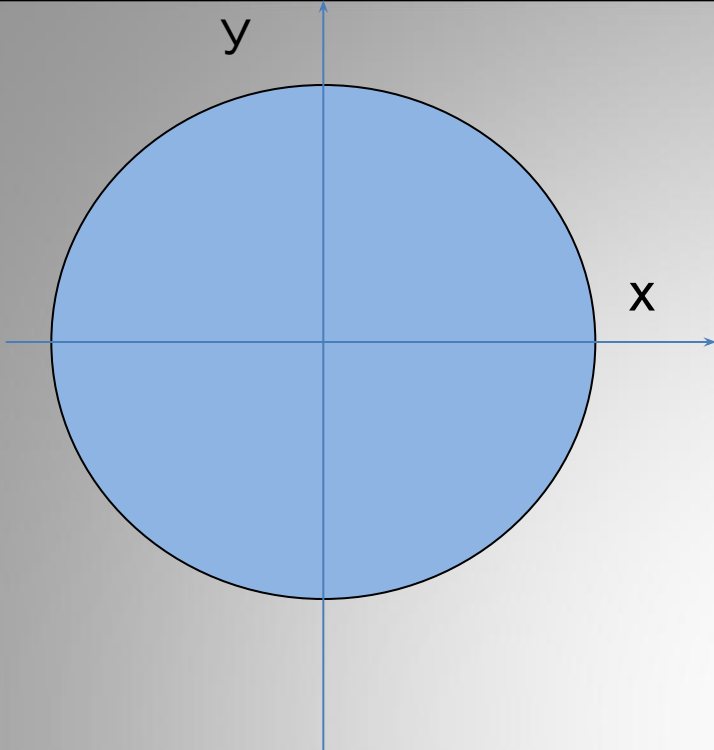
Построить  
график функции  
 $y = \sin \frac{x}{2}$

$$0 < K < 1$$

растяжени

е





$$y = \sin x$$

- При каких значениях  $x$  функция  $y = \sin x$  принимает значение, равное 0? 1? -1?
- Может ли функция  $y = \sin x$  принимать значение больше 1, меньше -1?
- При каких значениях  $x$  функция  $y = \sin x$  принимает наибольшее (наименьшее) значение?
- Каково множество значений функции  $y = \sin x$ ?