

# Свойства функций

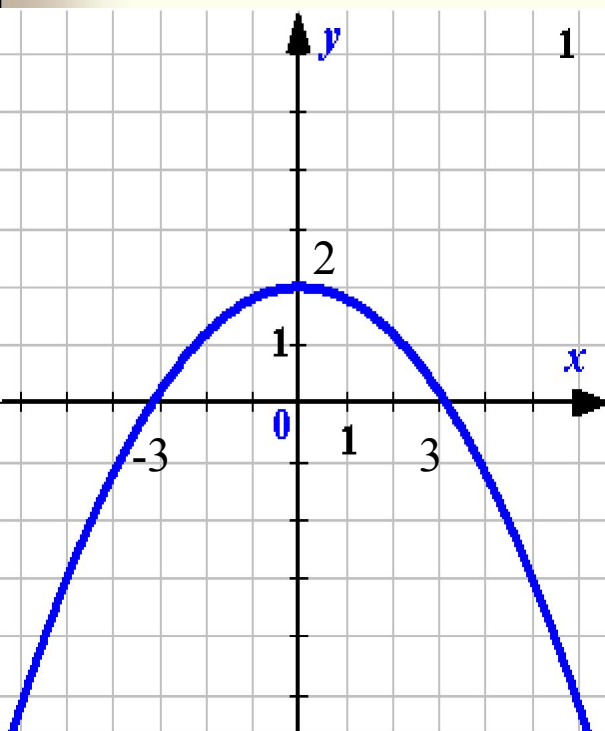
0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

урок №1

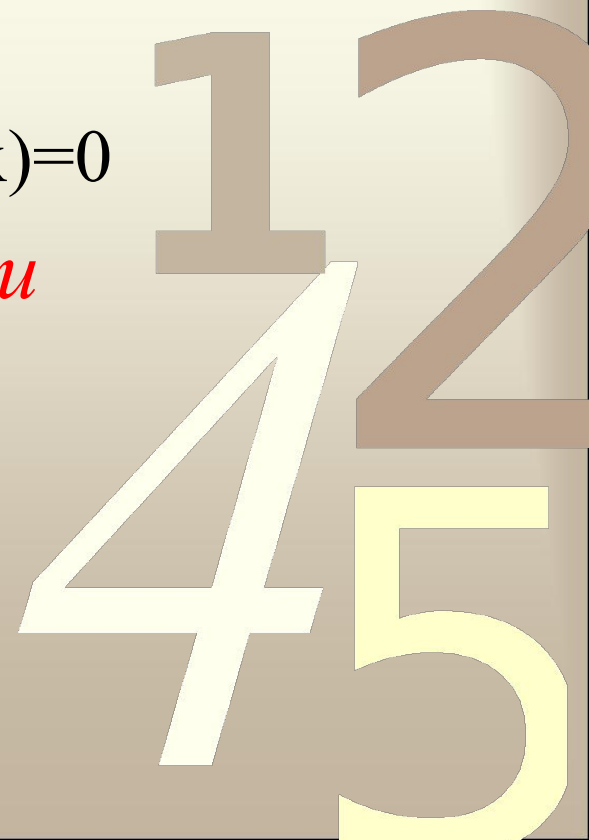
1  
4  
5

# Нули функции

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011



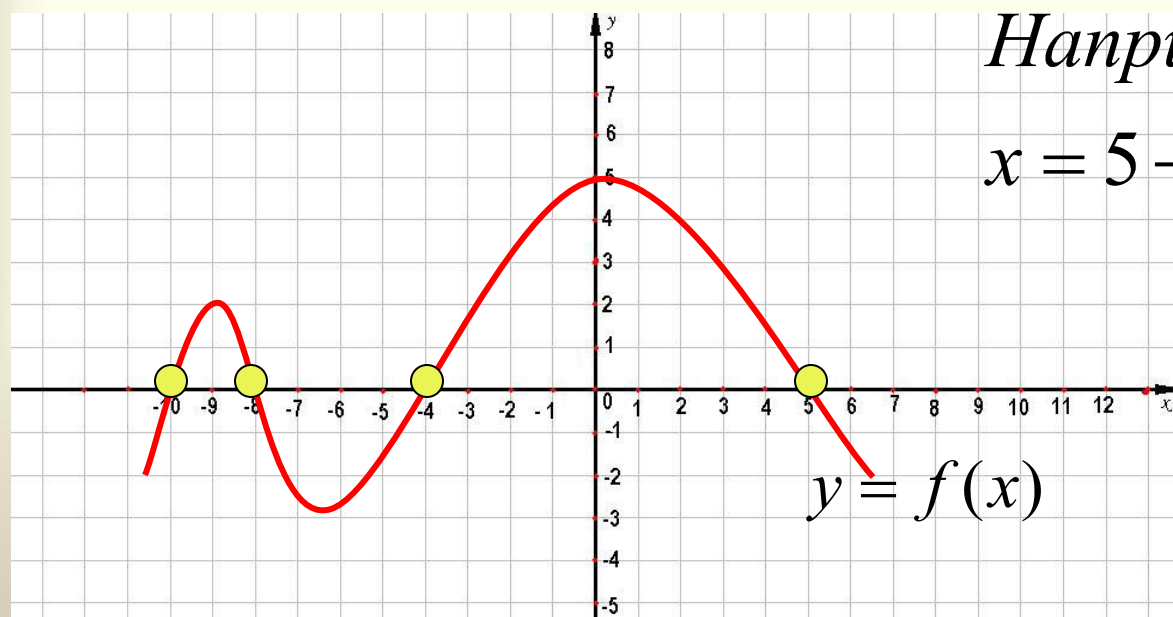
- По графику функции назовите точки в которых значение функции равно 0 .
- При  $x=-3$  и  $x=3$   $f(x)=0$
- Это *нули функции*



## Определение

Значения аргумента, при которых функция обращается в нуль, называют **нулями функции**.

Если  $f(x) = 0$ , то  $x$  – нуль функции



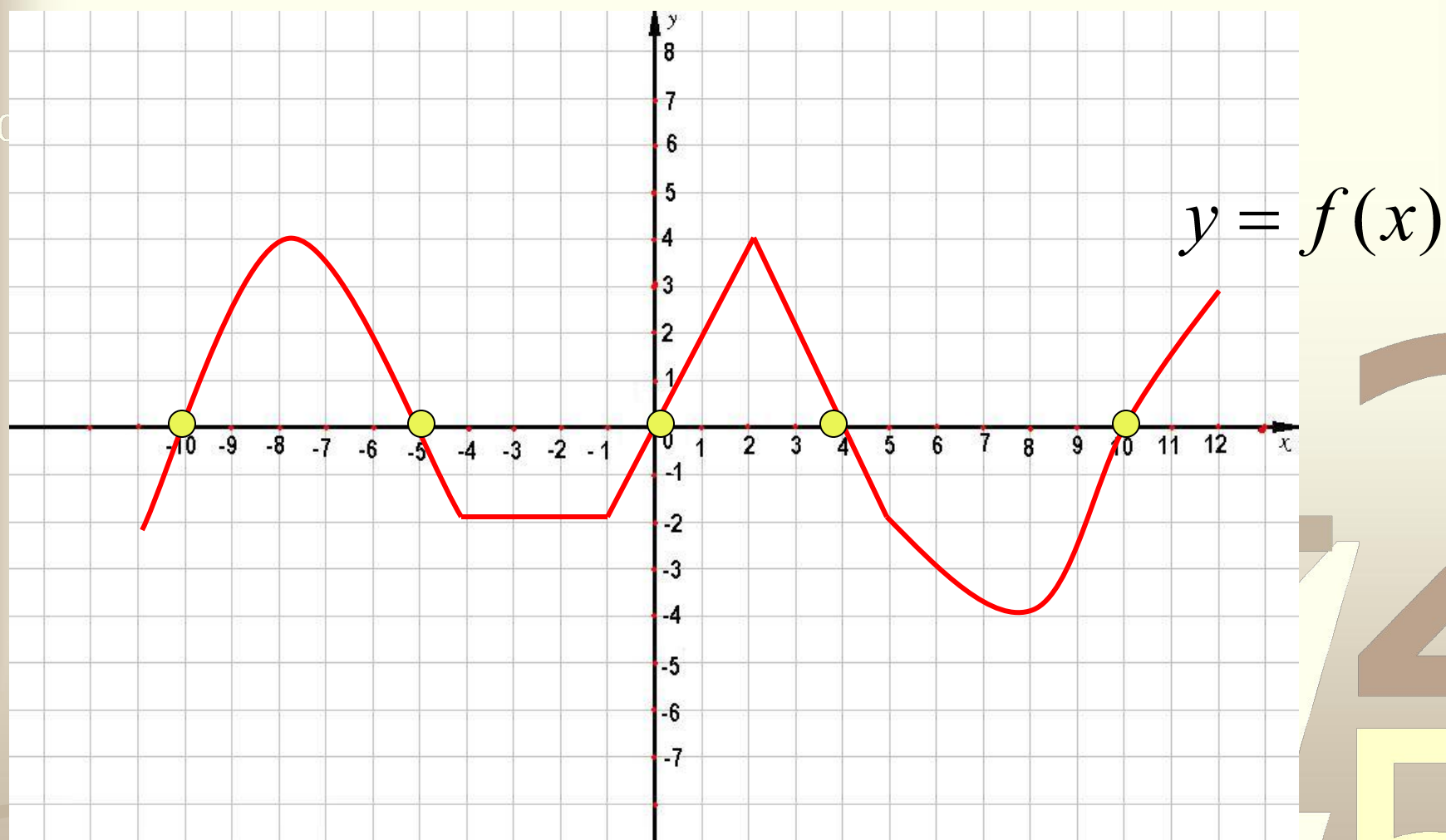
Например,

$x = 5$  – нуль функции.

Где в координатной плоскости находятся точки графика, абсциссы которых являются нулями функции?



# Найти нули функции, заданной графически



Сколько нулей имеет данная функция?



# Как найти нули функции, заданной формулой?

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

**Пример**  $y = x^2 - 36$

*Так как  $y = 0$ , то решаем уравнение:*

$$x^2 - 36 = 0$$

$$x^2 = 36$$

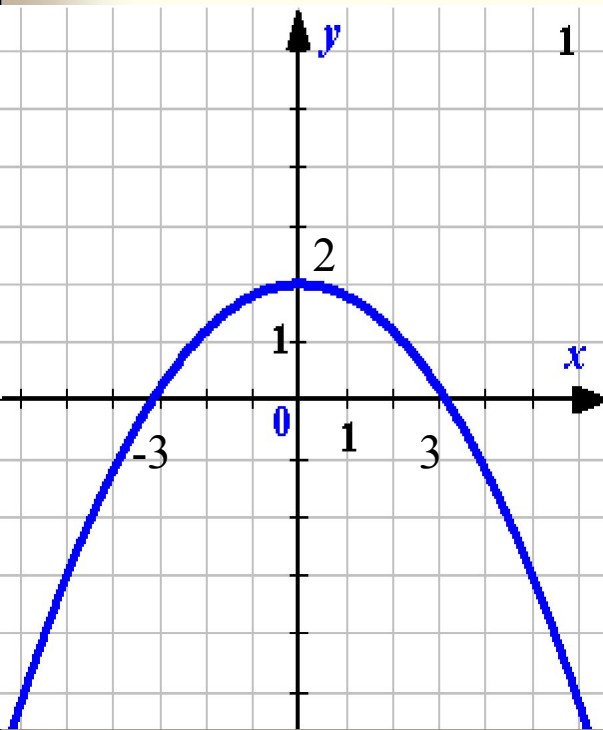
$$x = \pm 6$$

**Найдите нули функций:**  $y = x + 16$



# Интервалы знакопостоянства

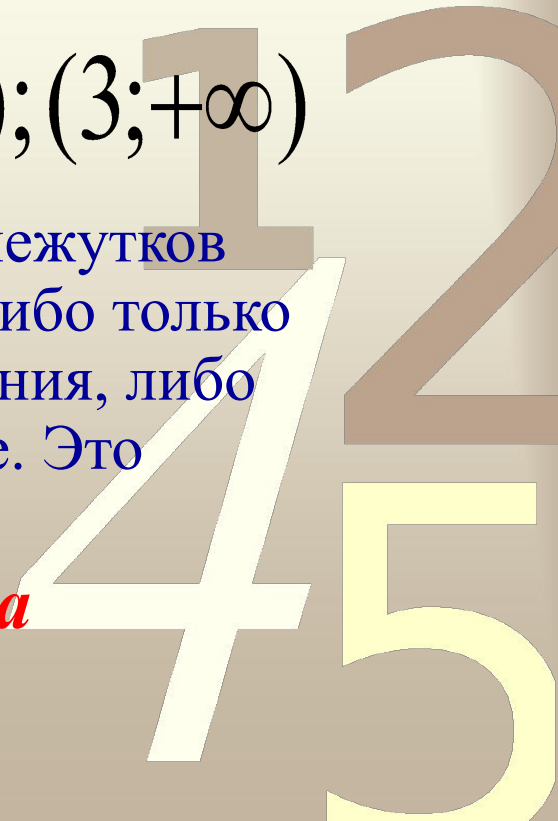
0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011



- *Нули функции* разбивают область определения функции на промежутки

$$(-\infty : -3); (-3; 3); (3; +\infty)$$

- В каждом из этих промежутков функция принимает либо только положительные значения, либо только отрицательные. Это *промежутки знакопостоянства*



# Исследование функций на МОНОТОННОСТЬ

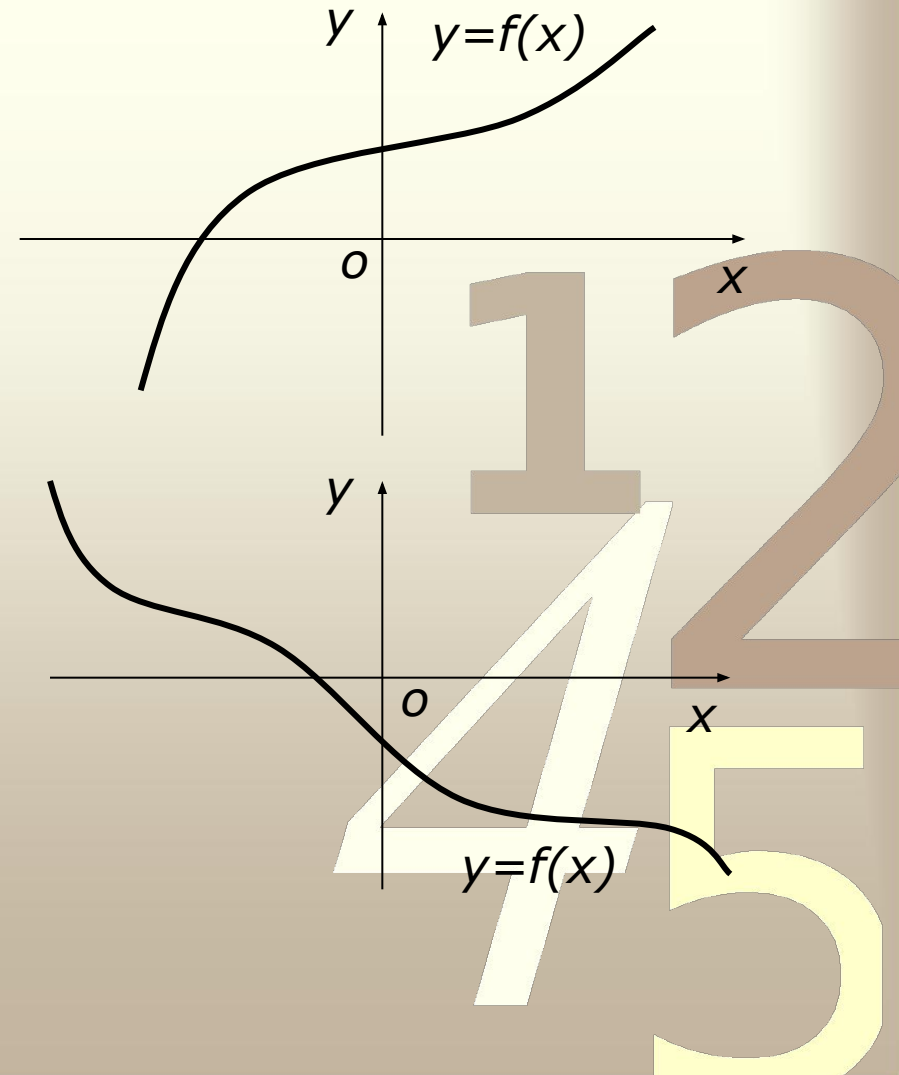
0011, 0010, 1,010, 1,101, 0001, 01,00, 101,1

а функция возрастает, если  
если двигаться по графику слева  
большому (меньшему) значению  
направо, то ординаты точек  
аргумента соответствует большее  
(меньшее) значение функции  
(«поднимаемся в горку»);

говорят, что функция возрастает;

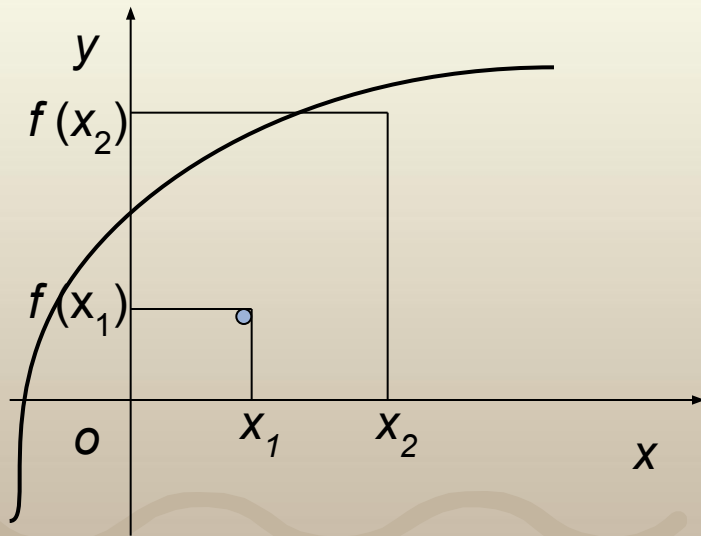
а функция убывает, если  
двигаясь по графику слева  
(меньшему) значению аргумента  
соответствует меньшее (большее)  
значение функции  
(«спускаемся с горки»);

говорят, что функция убывает.



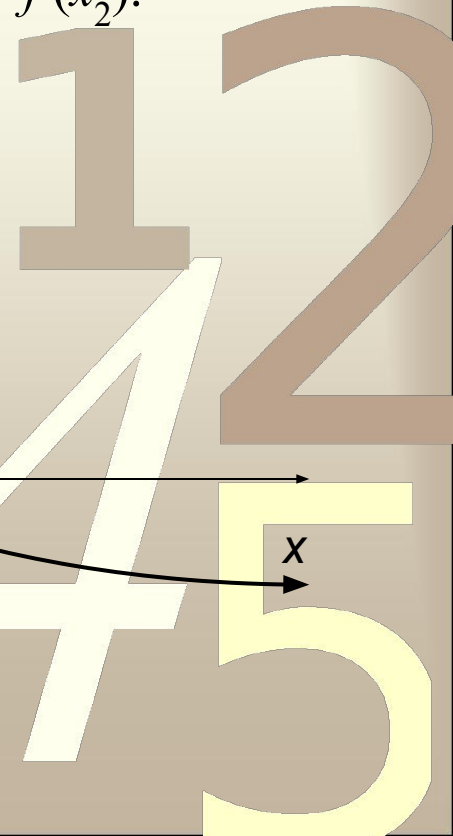
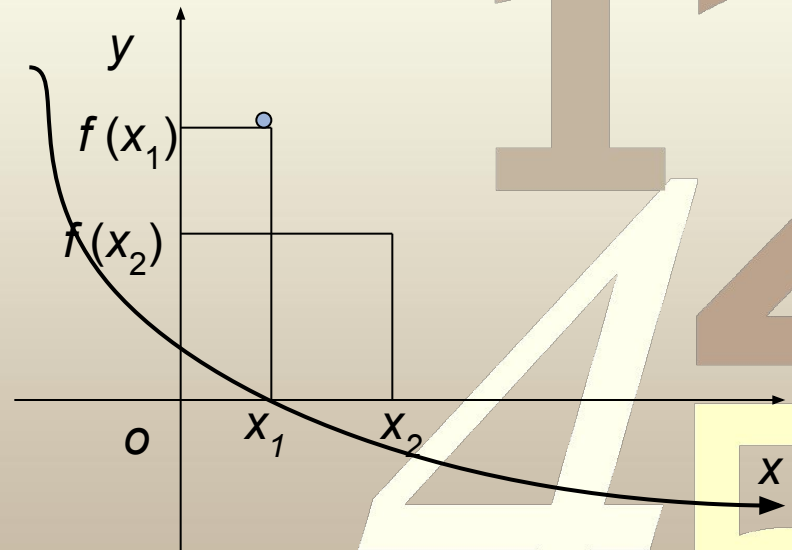
## Определение

Функция  $y = f(x)$  называют **возрастающей на промежутке**  $X$ , если из неравенства  $x_1 < x_2$ , где  $x_1$  и  $x_2$  – любые две точки промежутка  $X$ , следует неравенство  $f(x_1) < f(x_2)$ .



## Определение 2.

Функция  $y = f(x)$  называют **убывающей на промежутке**  $X$ , если из неравенства  $x_1 < x_2$ , где  $x_1$  и  $x_2$  – любые две точки промежутка  $X$ , следует неравенство  $f(x_1) > f(x_2)$ .

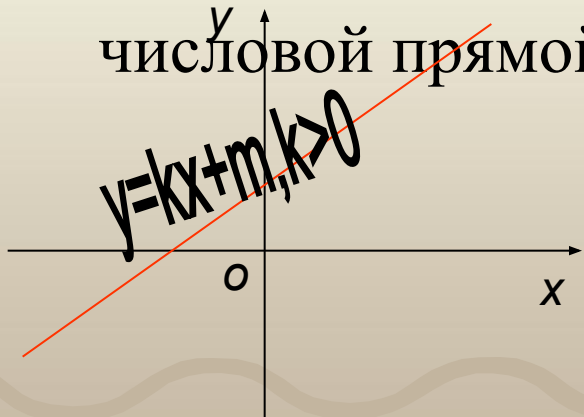




# 1. Линейная функция $y = kx + m$ .

Теорема.

- 1. Если  $k > 0$ , то функция возрастает на всей числовой прямой.
- 2. Если  $k < 0$ , то функция убывает на всей числовой прямой.



1 2  
4 5

1. Пусть  $y = f(x)$ , где  $f(x) = kx + m$ .  
Доказательство :

1) Если  $x_1 < x_2$  и  $k > 0$ , то  $kx_1 < kx_2$  (по свойству 3).

2) Прибавим к левой и правой части неравенства число  $m$ :

$kx_1 + m < kx_2 + m$  (по свойству 2), т.е.  $f(x_1) < f(x_2)$ .

3) Итак, если  $x_1 < x_2$ , то  $f(x_1) < f(x_2)$ , значит функция  $y = kx + m$  возрастает.

2. Пусть  $y = f(x)$ , где  $f(x) = kx + m$ .

1) Если  $x_1 < x_2$  и  $k < 0$ , то  $kx_1 > kx_2$  (по свойству 3).

2) Прибавим к левой и правой части неравенства число  $m$ :

$kx_1 + m > kx_2 + m$  (по свойству 2), т.е.  $f(x_1) > f(x_2)$ .

3) Итак, если  $x_1 < x_2$ , то  $f(x_1) > f(x_2)$ , значит функция  $y = kx + m$  убывает.

**Замечание.** Если функция возрастает (убывает) по всей своей области определения, то её можно назвать возрастающей(убывающей), не указывая промежуток.

## 2. Функция $y = x^2$ .

1.  $y = x^2, x \in [0, +\infty)$

$$0 \leq x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2 \text{ (по свойству 6),}$$

т.е.  $f(x_1) < f(x_2)$ .

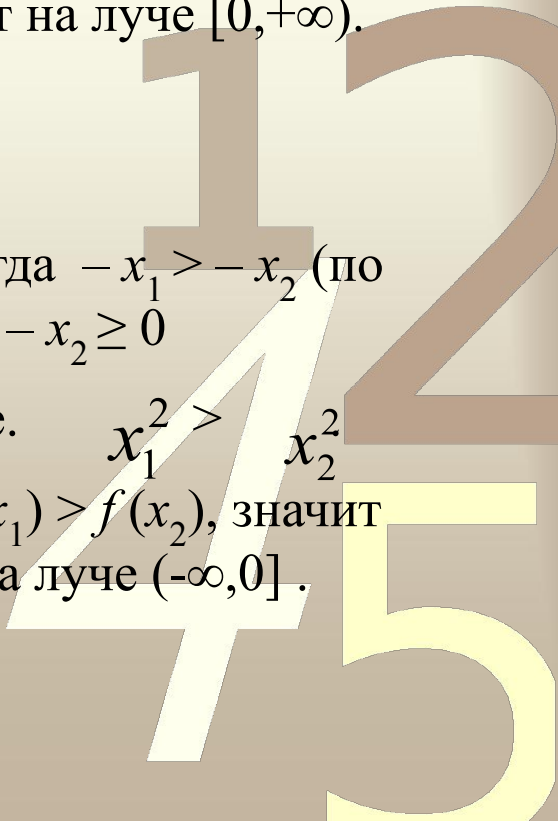
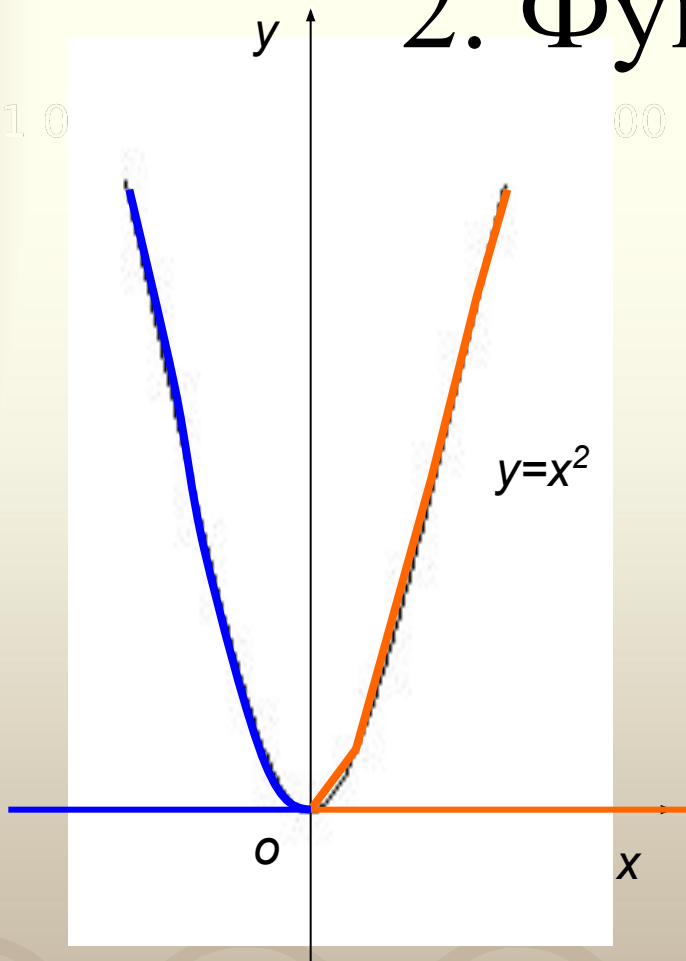
Итак, если  $x_1 < x_2$ , то  $f(x_1) < f(x_2)$ , значит функция  $y = x^2$  возрастает на луче  $[0, +\infty)$ .

2.  $y = x^2, x \in (-\infty, 0]$

$x_1 \leq 0, x_2 \leq 0$  и  $x_1 < x_2$ , тогда  $-x_1 > -x_2$  (по свойству 3), но  $-x_1 \geq 0, -x_2 \geq 0$

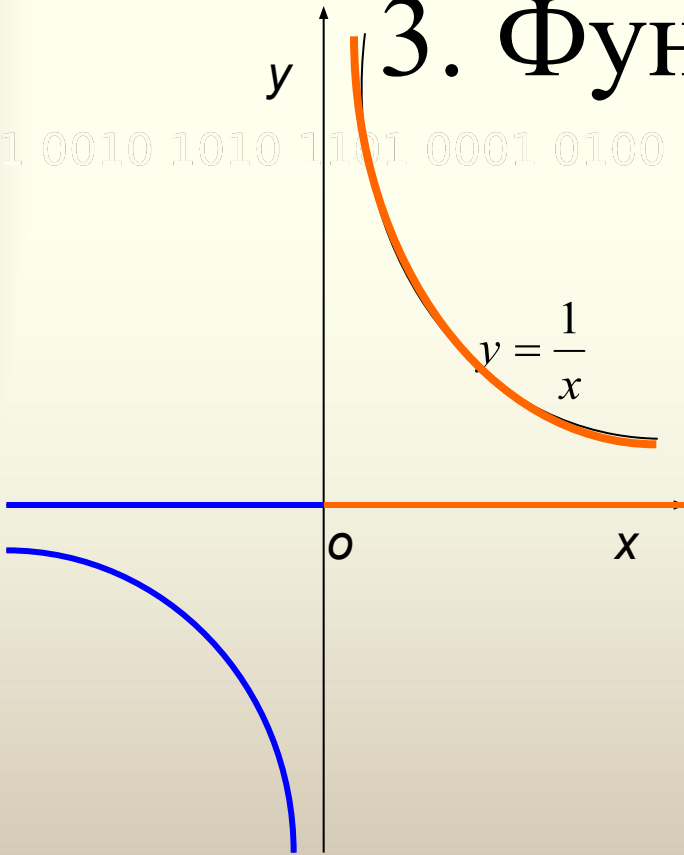
Тогда  $(-x_1)^2 > (-x_2)^2$ , т.е.  $x_1^2 > x_2^2$

Итак, если  $x_1 < x_2$ , то  $f(x_1) > f(x_2)$ , значит функция  $y = x^2$  убывает на луче  $(-\infty, 0]$ .



$$y = \frac{1}{x}$$

### 3. Функция



1. Пусть  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \in (0, +\infty)$

$$0 < x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}, \text{ т.е. } f(x_1) > f(x_2)$$

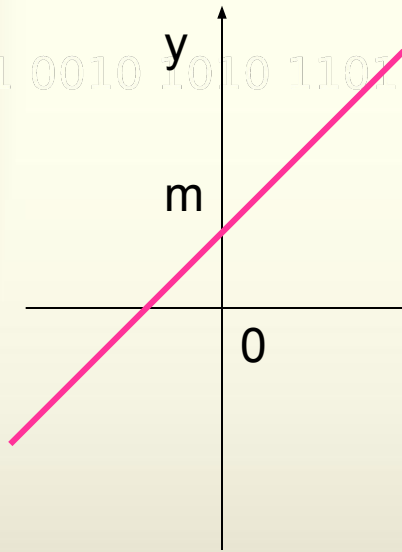
Итак, если  $x_1 < x_2$ , то  $f(x_1) > f(x_2)$ , значит функция убывает на открытом луче  $(0, +\infty)$

2. Пусть  $y = f(x)$ , где  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $x \in (-\infty, 0)$

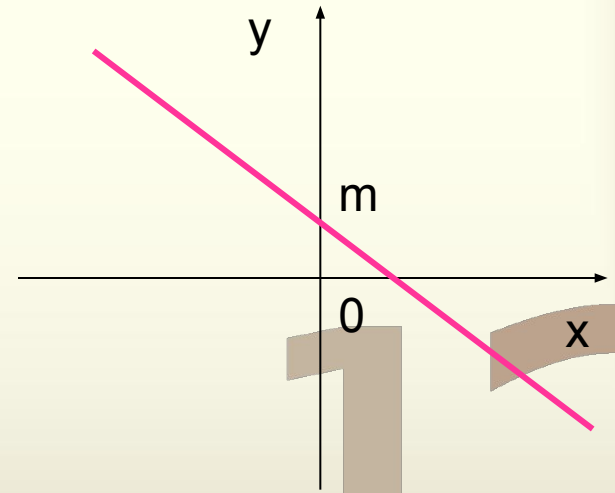
$$x_1 < 0, x_2 < 0 \text{ и } x_1 < x_2, \text{ тогда } -x_1 > -x_2 \Rightarrow \frac{1}{-x_1} < \frac{1}{-x_2} \Rightarrow \frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}, \text{ т.е. } f(x_1) > f(x_2)$$

Итак, если  $x_1 < x_2$ , то  $f(x_1) > f(x_2)$ , значит функция убывает на открытом луче  $(-\infty; 0)$

# Свойства линейной функции $y = kx + m$



- 1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$
- 2.  $E(f) = (-\infty; +\infty)$
- 3. Монотонность

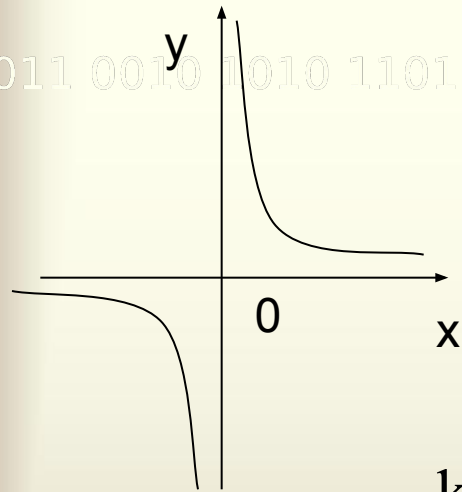


$k > 0$   
возрастающая

$k < 0$   
убывающая



# Свойства функции $y = \frac{k}{x}$



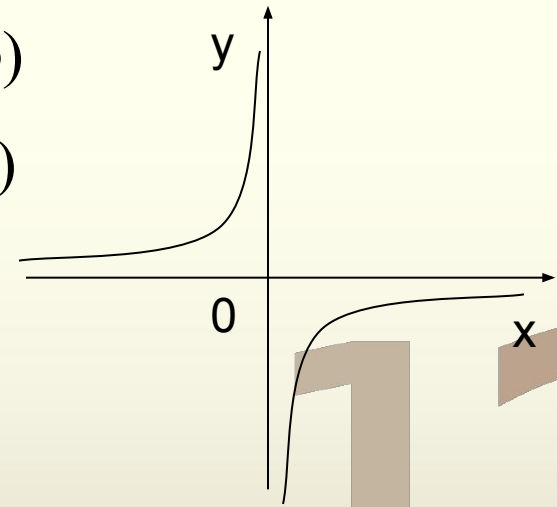
1.  $D(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

2.  $E(f) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

3. **Монотонность**

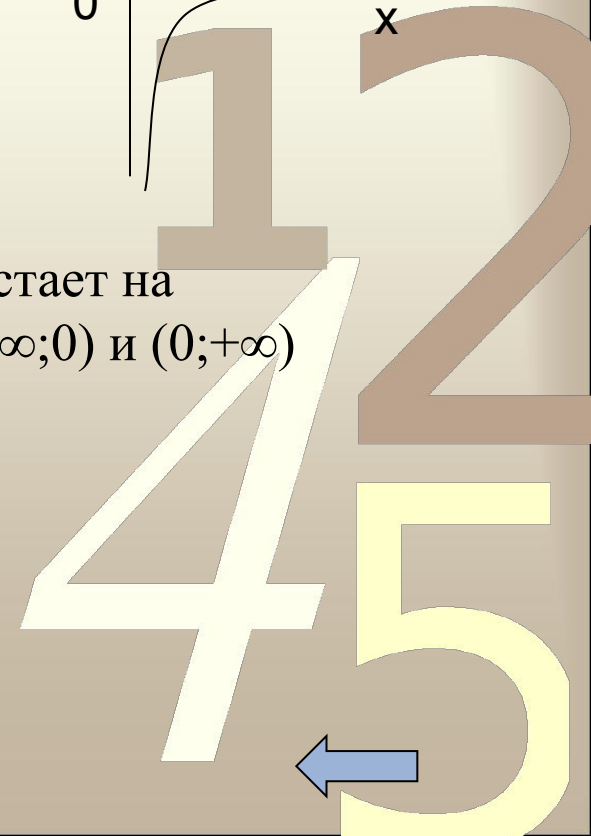
$k > 0$

Функция убывает на промежутках  $(-\infty; 0)$  и  $(0; +\infty)$

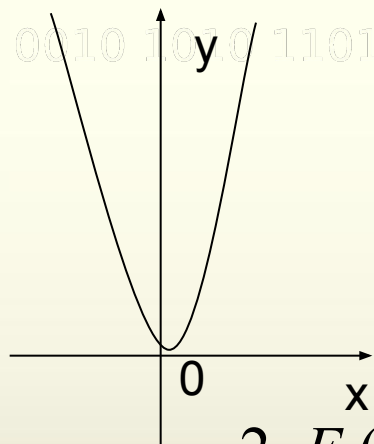


$k < 0$

Функция возрастает на промежутках  $(-\infty; 0)$  и  $(0; +\infty)$



# Свойства функции $y = kx^2$



1.  $D(f) = (-\infty; +\infty)$

$k > 0$



2.  $E(f) = [0; +\infty)$

3. Промежутки монотонности

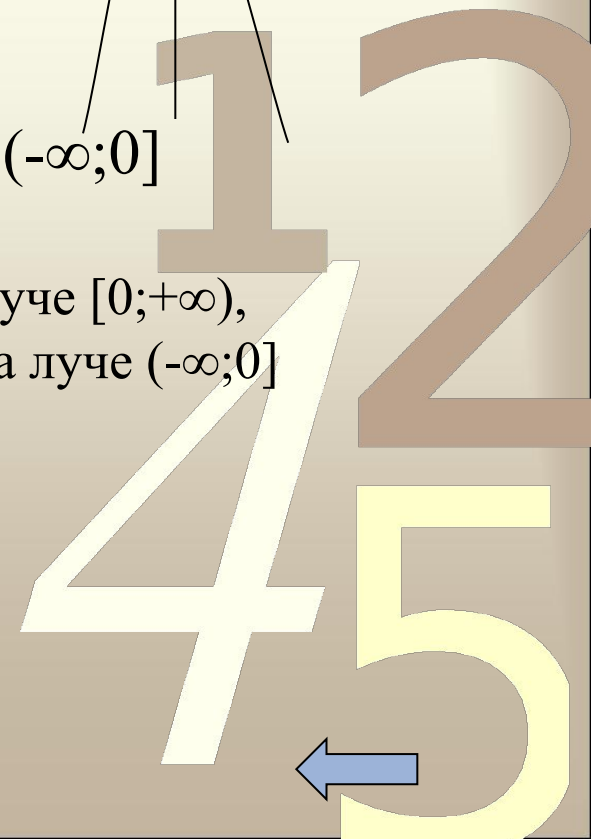
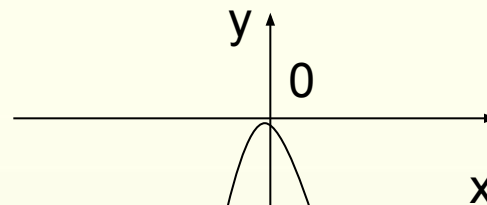
убывает на луче  $(-\infty; 0]$ , возрастает на луче  $[0; +\infty)$

$k < 0$



2.  $E(f) = (-\infty; 0]$

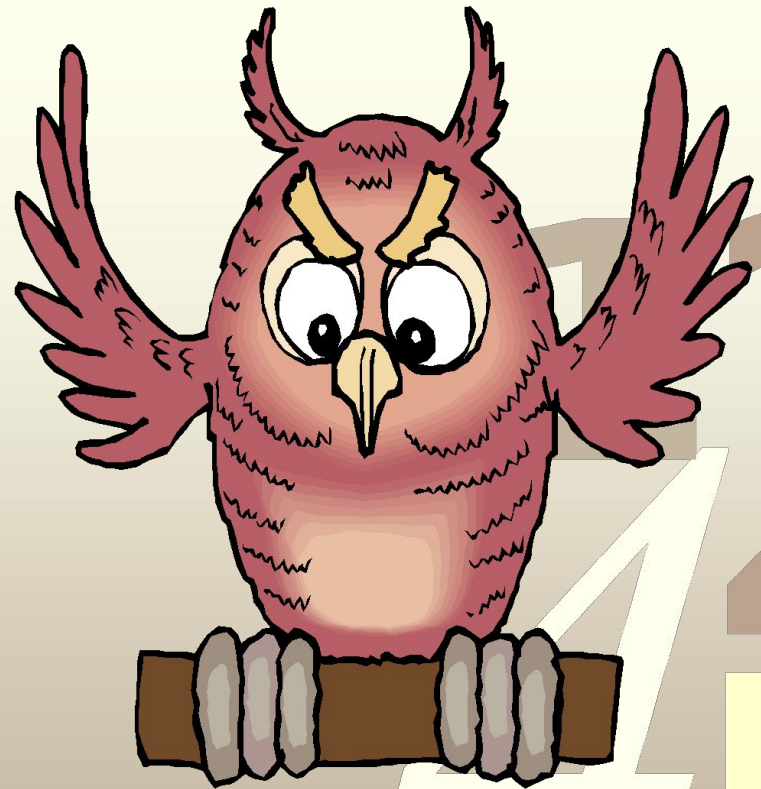
убывает на луче  $[0; +\infty)$ , возрастает на луче  $(-\infty; 0]$



# Упражнения

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- №31
- №33(а,б)
- №35(а,б)
- №39(а,б)





# *Домашнее задание*

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- *n 2*
- *№30*
- *№32*
- *№36*
- *№40*
- *№41*



# Свойства функций

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

урок №2

45

# Устно:

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

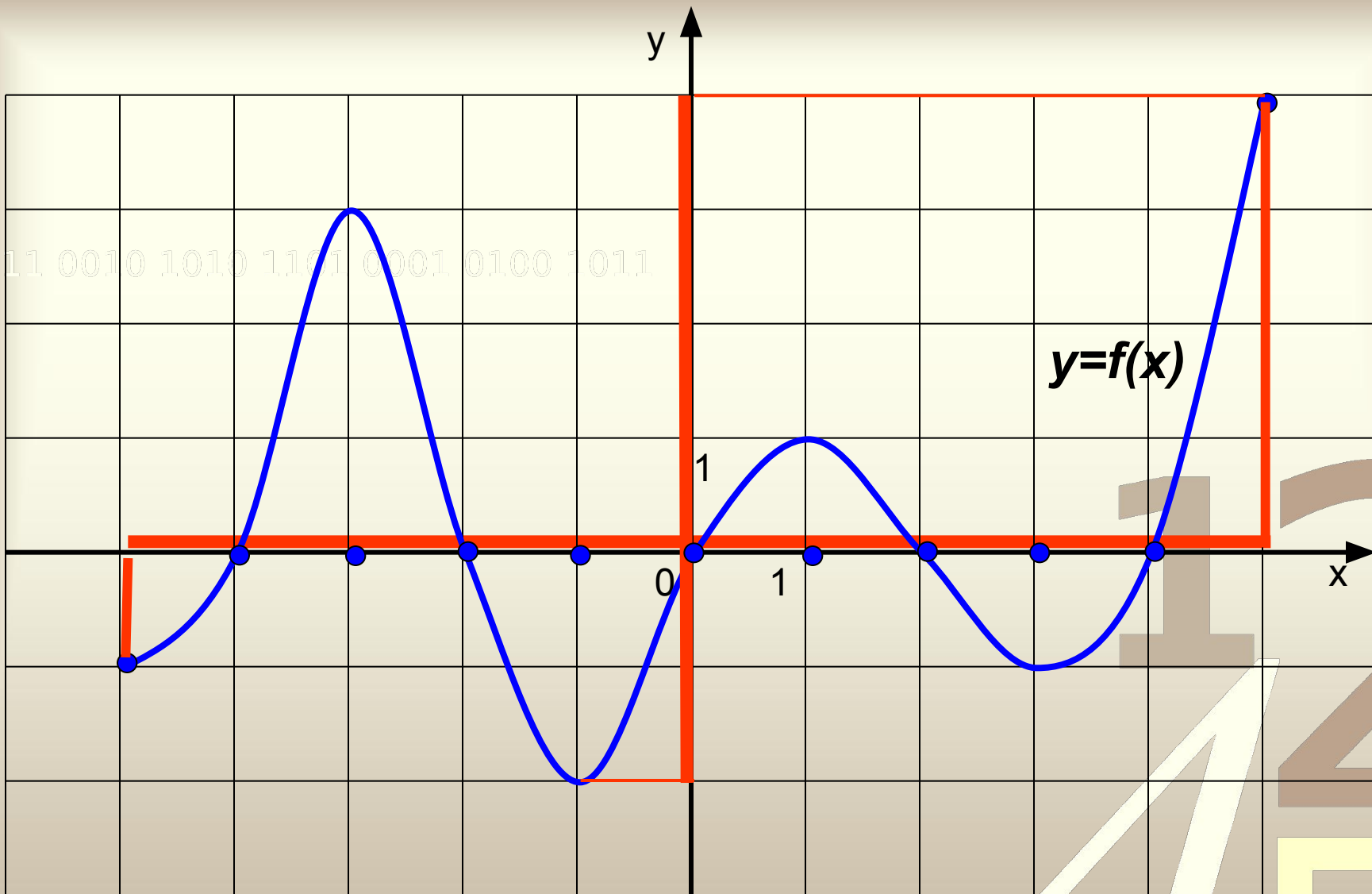
- Перечислите свойства функции:

- $y=5x-4$

- $y=3x^2$ ;

- $y=-2/x$





**Вопрос:**

Каково множество значений функции?

1  
2  
4  
5

# УСТНО

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- Представить в виде квадрата двучлена:

$$a) a^2 - 2ab + b^2$$

$$16 + 4x^2 + 16x$$

$$y^2 - 10y + 25$$

$$\frac{1}{4}y^2 + y + 1$$



# Упражнения

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- №34
- №37



# Самостоятельная работа

- Вариант 1

- 1. Найти область определения функции

$$y = \frac{x + 4}{x - 1};$$

$$y = \sqrt{7 - x}.$$

- 2. Найти нули функции

$$a) y = -5x + 3;$$

$$б) y = \frac{x - 3}{x^2 - 9}$$

- 3. Построить график функции и перечислите ее свойства:  $y = 4x + 8$

- Вариант 2

- 1. Найти область определения функции

$$y = \frac{7x}{x + 3};$$

$$y = \sqrt{5 - x}.$$

- 2. Найти нули функции

$$a) y = 0,3x - 7;$$

$$б) y = \frac{x^2 - 3x}{x}$$

- 3. Построить график функции и перечислите ее свойства:  $y = -3x + 6$

# *Домашнее задание*

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- *n 2*
- *№29*
- *№38*
- *№152*
- *№153*

