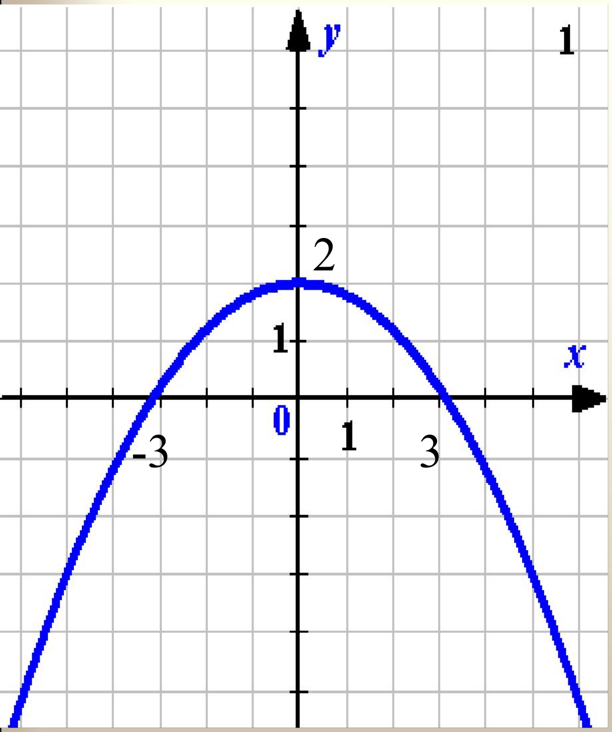
# Свойства функций

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

## Урок №1

# Нули функции




- По графику функции назовите точки в которых значение функции равно 0 .
- При x=-3 и x=3 f(x)=0
- Это *нули функции*

# Определение

**Значения аргумента, при которых функция обращается в нуль, называют нулями функции.**

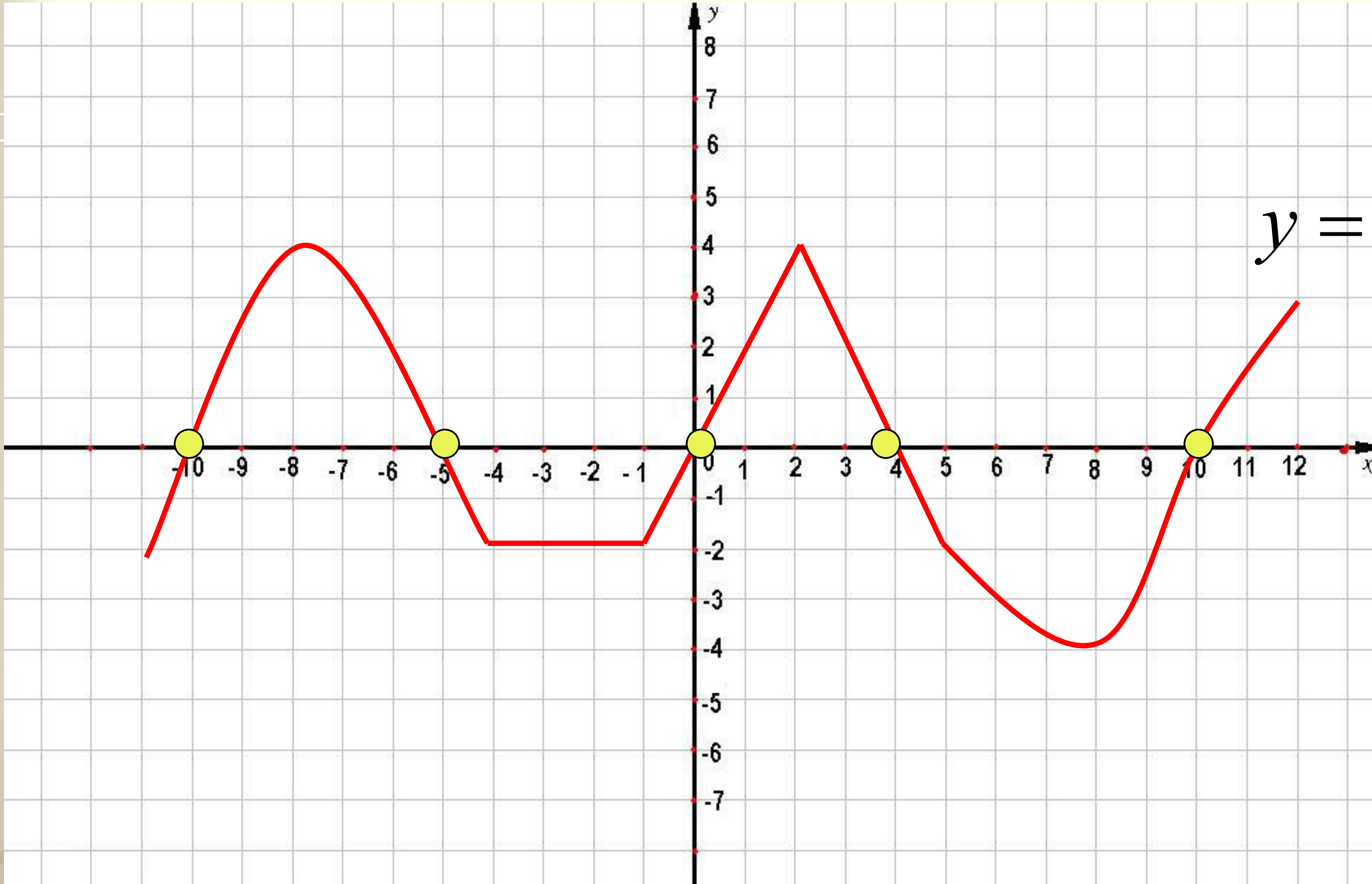
$$Если\ f(x)=0,\ то\ x - нуль\ функции$$


*Например,*

$x=5$ – *нуль функции.*

**Где в координатной плоскости находятся точки графика, абсциссы которых являются нулями функции?**

# Найти нули функции, заданной графически




$$y = f(x)$$

**Сколько нулей имеет данная функция?**

# Как найти нули функции, заданной формулой?

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

**Пример** $y = x^2 - 36$

$$\text{Так как } y = 0, \text{ то решаем уравнение}:$$

$$x^2 - 36 = 0$$

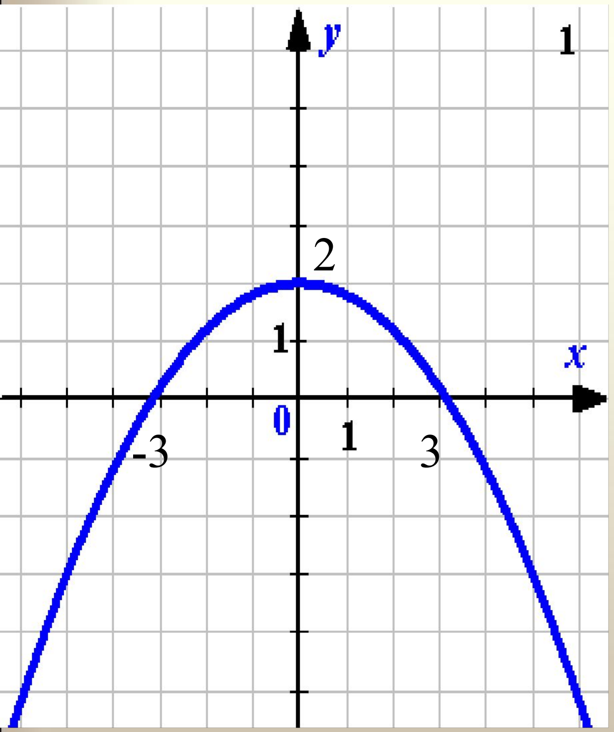
$$x^2 = 36$$

$$x = \pm 6$$

**Найдите нули функций:** $y = x + 7$ $y = x - 16$

# Интервалы знакопостоянства






- *Нули функции* разбивают область определения функции на промежутки

$$(-\infty : -3); (-3;3); (3;+\infty)$$

- В каждом из этих промежутков функция принимает либо только положительные значения, либо только отрицательные. Это ***промежутки знакопостоянства***

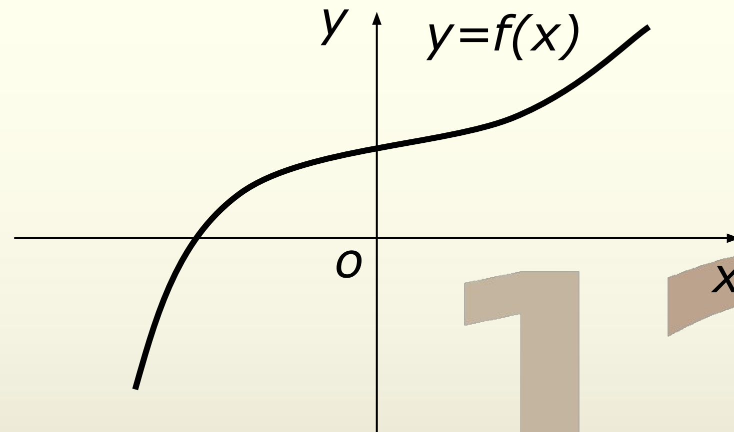
# Исследование функций на монотонность

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Функция возрастает, если большему (меньшему) значению аргумента соответствует большее (меньшее) значение функции.

а если двигаться по графику слева направо, то ординаты точек графика всё время увеличиваются («поднимаемся в горку»);

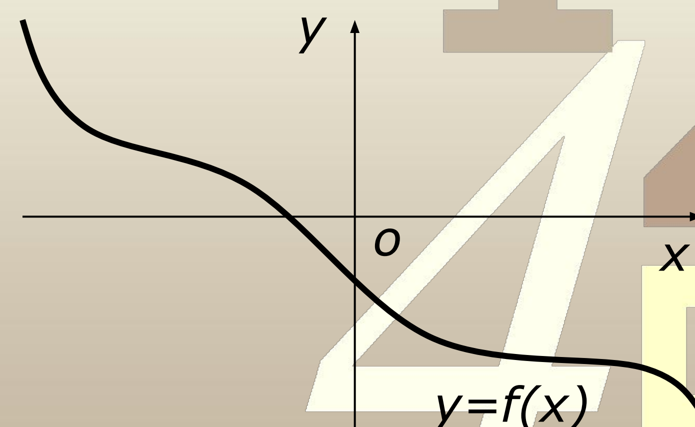
говорят, что функция возрастает;




Функция убывает, если большему (меньшему) значению аргумента соответствует меньшее (большее) значение функции.

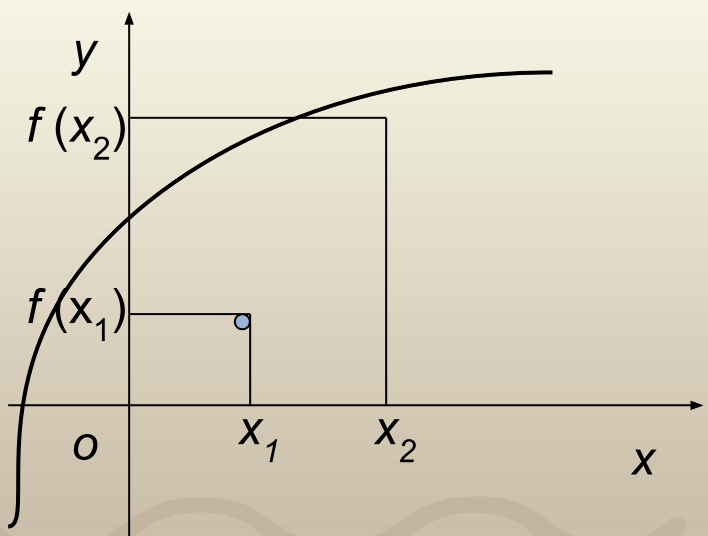
а если двигаться по графику слева направо, то ординаты точек графика все время уменьшаются («спускаемся с горки»);

говорят, что функция убывает.



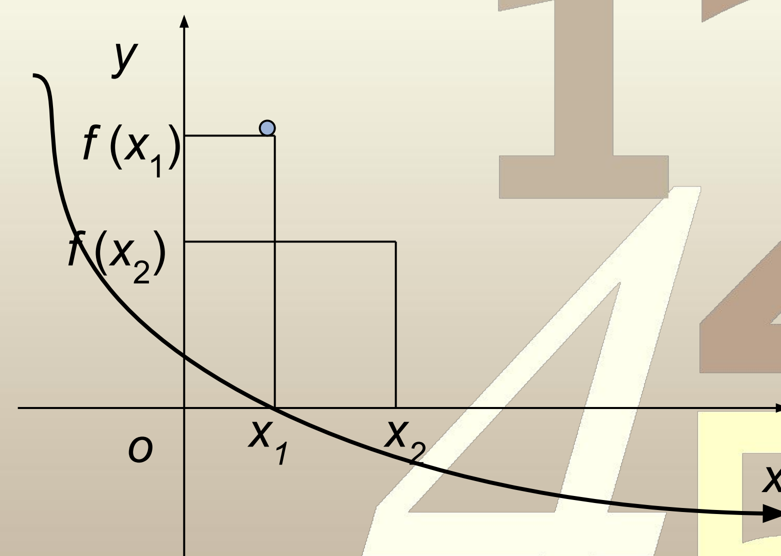
# Определение

Функция $y = f(x)$ называют **возрастающей на промежутке** $X$, если из неравенства $x_1 < x_2$, где $x_1$ и $x_2$ – любые две точки промежутка $X$, следует неравенство $f(x_1) < f(x_2)$.




Определение 2.

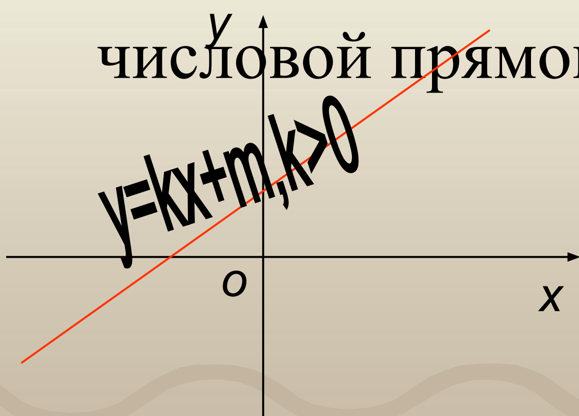
Функция $y = f(x)$ называют **убывающей на промежутке** $X$, если из неравенства $x_1 < x_2$, где $x_1$ и $x_2$ – любые две точки промежутка $X$, следует неравенство $f(x_1) > f(x_2)$.



# 1. Линейная функция $y = kx + m$.

Теорема.

- 1. Если $k > 0$, то функция возрастает на всей числовой прямой.
- 2. Если $k < 0$, то функция убывает на всей числовой прямой.




## Доказательство :

1. Пусть $y = f(x)$, где $f(x) = kx + m$.

1) Если $x_1 < x_2$ и $k > 0$, то $kx_1 < kx_2$ (по свойству 3).



2) Прибавим к левой и правой части неравенства число $m$:

$kx_1 + m < kx_2 + m$ (по свойству 2), т.е. $f(x_1) < f(x_2)$.

3) Итак, если $x_1 < x_2$ ,то $f(x_1) < f(x_2)$, значит функция $y = kx + m$ возрастает.

2. Пусть $y = f(x)$, где $f(x) = kx + m$.

1) Если $x_1 < x_2$ и $k < 0$, то $kx_1 > kx_2$ (по свойству 3).

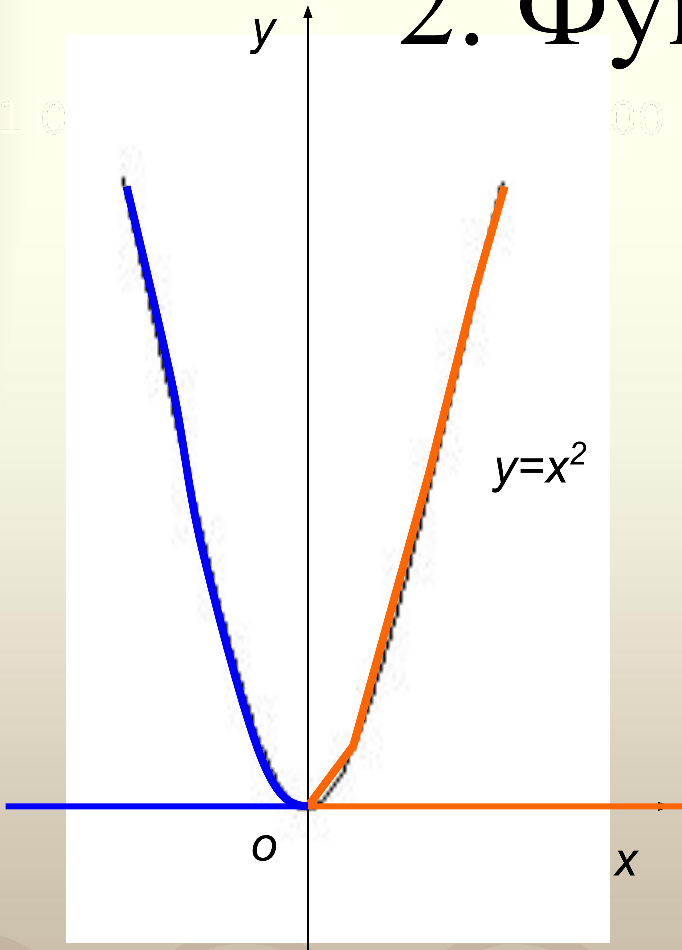
2) Прибавим к левой и правой части неравенства число $m$:

$kx_1 + m > kx_2 + m$ (по свойству 2), т.е. $f(x_1) > f(x_2)$.

3) Итак, если $x_1 < x_2$ , то $f(x_1) > f(x_2)$, значит функция $y = kx + m$ убывает.

Замечание. Если функция возрастает (убывает) по всей своей области определения, то её можно назвать возрастающей(убывающей), не указывая промежуток.

# 2. Функция $y = x^2$.




1. $y = x^2,\ x \in [0,+\infty)$

$0 \le x_1 < x_2 \Rightarrow x_1^2 < x_2^2$ (по свойству 6),

т.е. $f(x_1) < f(x_2)$.

Итак, если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) < f(x_2)$, значит функция $y=x^2$ возрастает на луче $[0,+\infty)$.

2. $y = x^2,\ x \in (-\infty,0]$

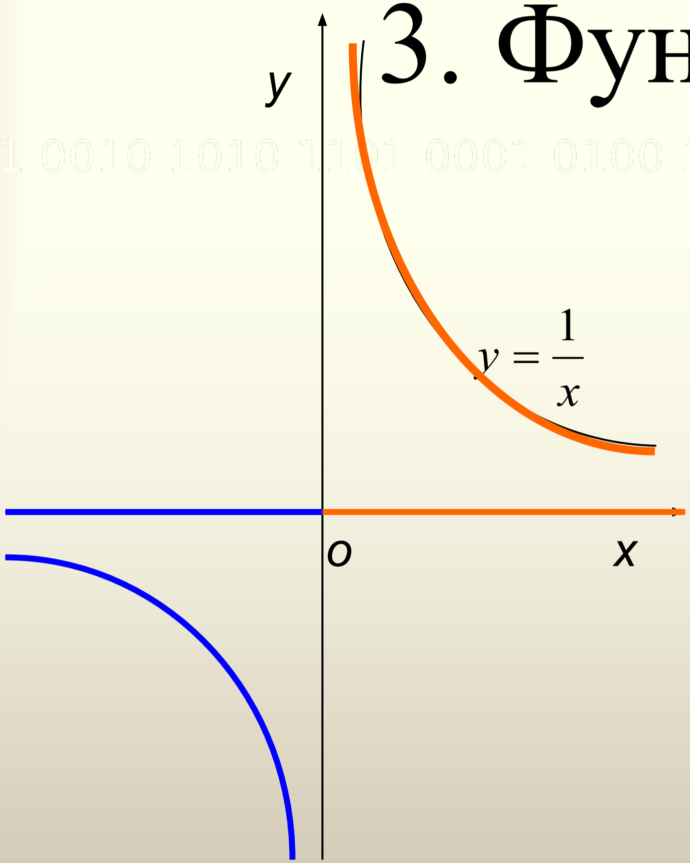
$x_1 \le 0,\ x_2 \le 0$ и $x_1 < x_2$, тогда $-x_1 > -x_2$ (по свойству 3), но $-x_1 \ge 0,\ -x_2 \ge 0$

Тогда $(-x_1)^2 > (-x_2)^2$, т.е. $x_1^2 > x_2^2$

Итак, если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) > f(x_2)$, значит функция $y=x^2$ убывает на луче $(-\infty,0]$ .

$$y = \frac{1}{x}$$

# 3. Функция .




1. Пусть $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in (0,+\infty)$

$0 < x_1 < x_2$ => $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$, т.е. $f(x_1) > f(x_2)$

Итак, если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) > f(x_2)$, значит функция убывает на открытом луче $(0,+\infty)$

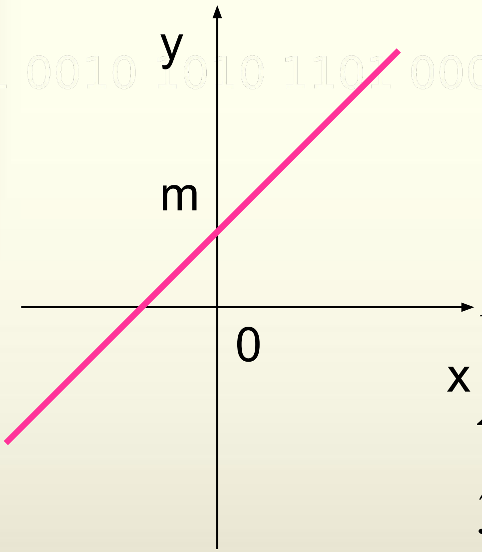
2. Пусть $y = f(x)$, где $f(x) = \frac{1}{x}$, $x \in (-\infty,0)$

$x_1 < 0$, $x_2 < 0$ и $x_1 < x_2$, тогда $-x_1 > -x_2$ =>

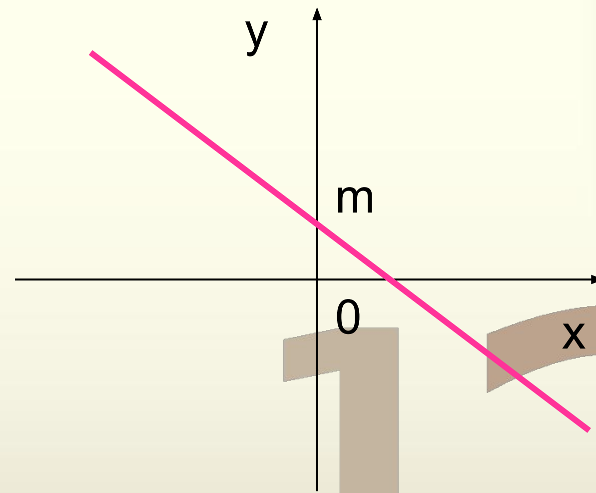
$\frac{1}{-x_1} < \frac{1}{-x_2}$ => $\frac{1}{x_1} > \frac{1}{x_2}$, т.е. $f(x_1) > f(x_2)$

Итак, если $x_1 < x_2$, то $f(x_1) > f(x_2)$, значит функция убывает на открытом луче $(-\infty;0)$

# Свойства линейной функции $y = kx + m$



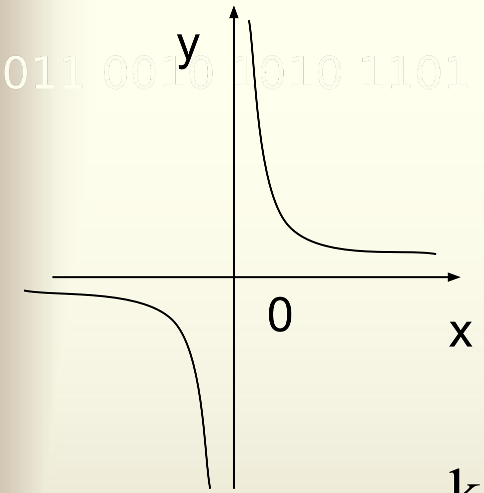

1. $D(f) = (-\infty;+\infty)$
2. $E(f) = (-\infty;+\infty)$
3. Монотонность



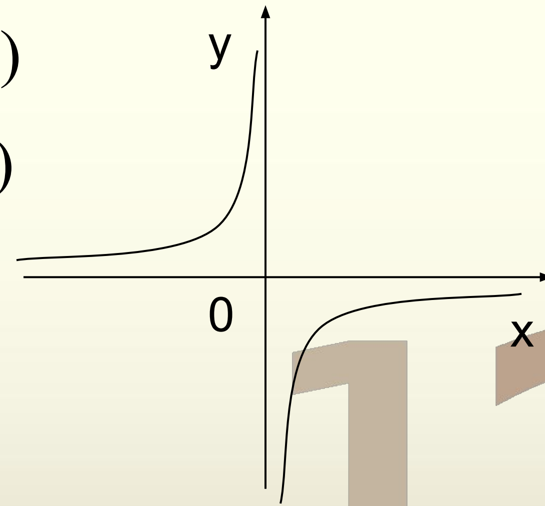

$k > 0$
возрастающая

$k < 0$
убывающая

# Свойства функции $y = \frac{k}{x}$




1. $D(f) = (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
2. $E(f) = (-\infty;0) \cup (0;+\infty)$
3. Монотонность



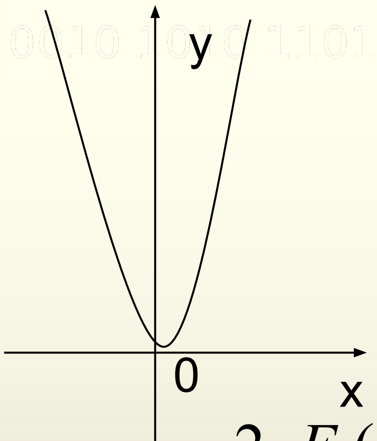

$k > 0$

Функция убывает на промежутках $(-\infty;0)$ и $(0;+\infty)$

$k < 0$

Функция возрастает на промежутках $(-\infty;0)$ и $(0;+\infty)$

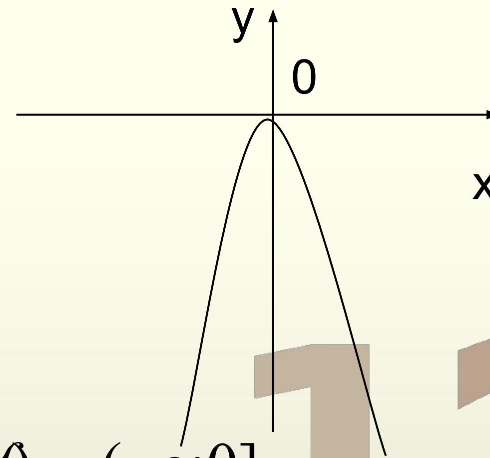
# Свойства функции $y = kx^2$




1. $D(f) = (-\infty;+\infty)$

k > 0

k < 0




2. $E(f) = [0;+\infty)$

2. $E(f) = (-\infty;0]$

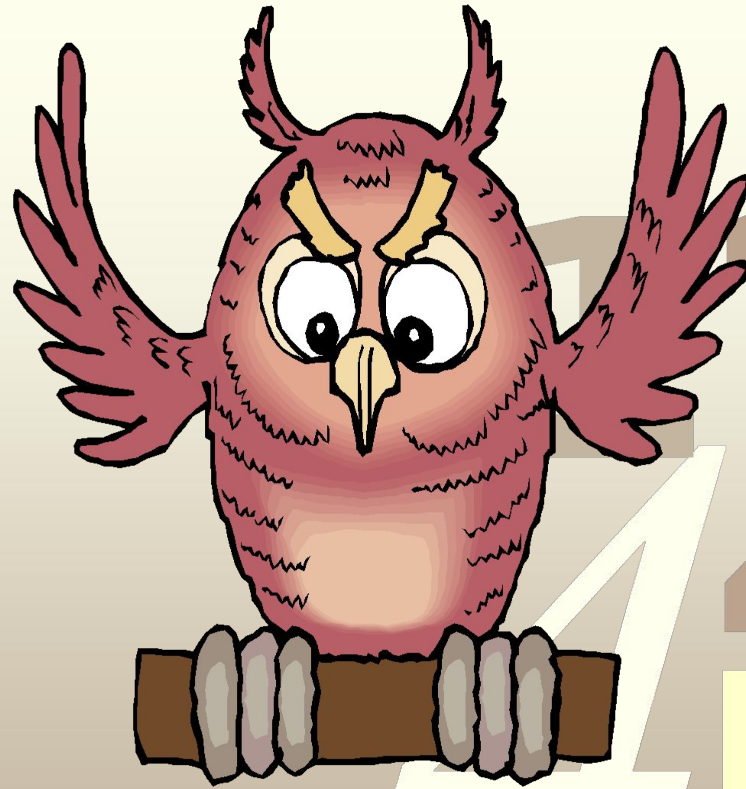
3. Промежутки монотонности

убывает на луче $(-\infty;0]$, возрастает на луче $[0;+\infty)$

убывает на луче $[0;+\infty)$, возрастает на луче $(-\infty;0]$

# Упражнения

- №31
- №33(а,б)
- №35(а,б)
- №39(а,б)



# Домашнее задание

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- *п 2*
- *№30*
- *№32*
- *№36*
- *№40*
- *№41*

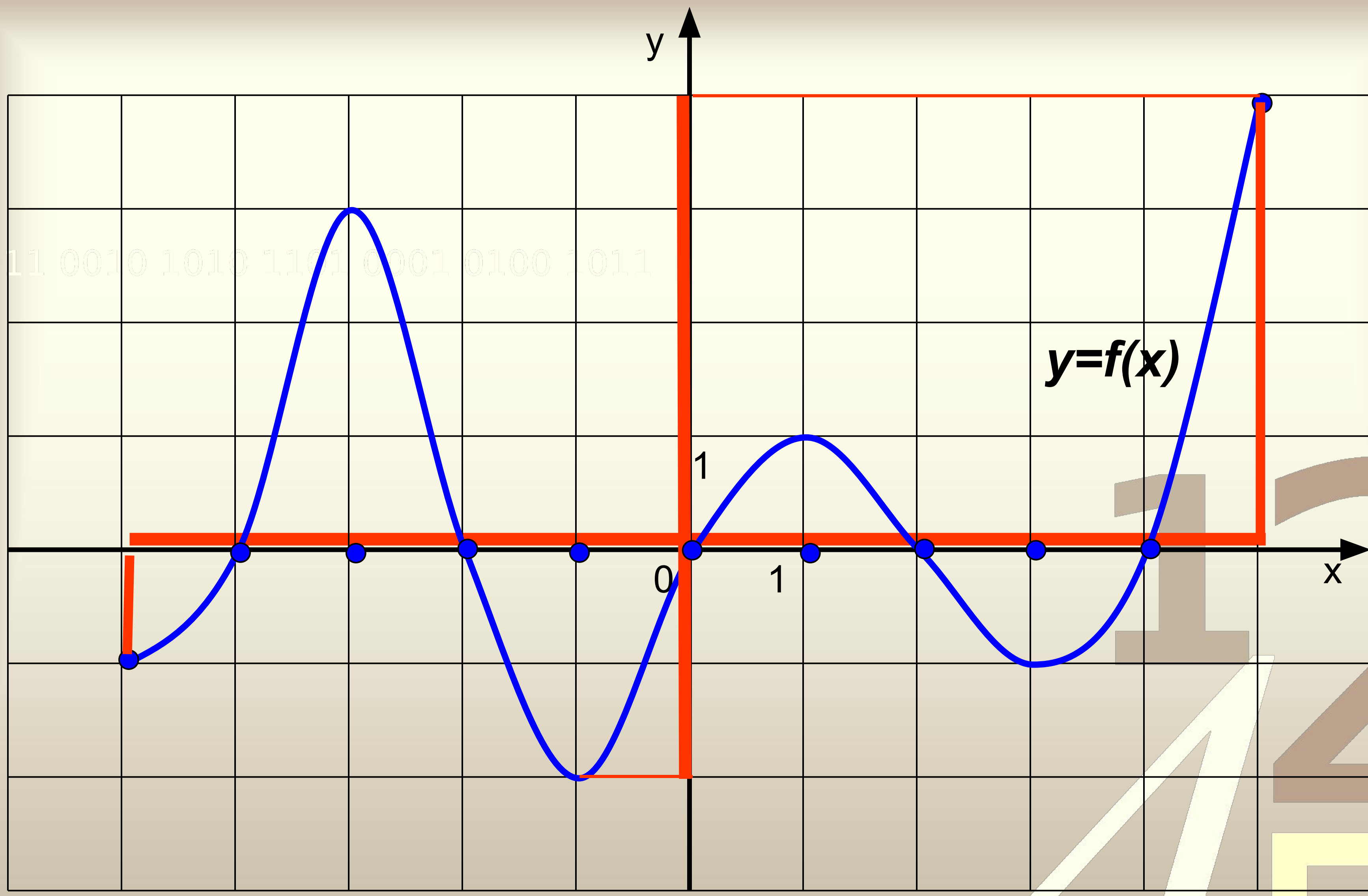
# Свойства функций

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

Урок №2

# Устно:

- Перечислите свойства функции:
- $y=5x-4$
- $y=3x^2$;
- $y=-2/x$




0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

**Вопрос:**

*Какова область определения функции?*

*Назовите нули функции*

*Каково множество значений функции?*

Промежутки знакопостоянства

# Устно

- Представить в виде квадрата двучлена:

$$a)\, a^2 - 2ab + b^2$$

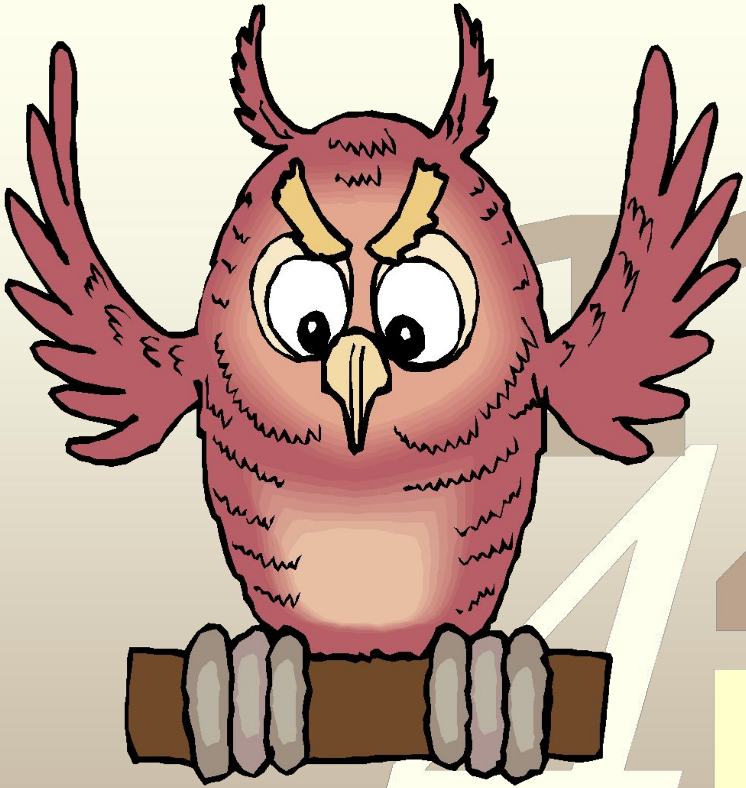
$$16 + 4x^2 + 16x$$

$$y^2 - 10y + 25$$

$$\frac{1}{4}y^2 + y + 1$$

# Упражнения

- №34
- №37



# Самостоятельная работа

- Вариант1
- **1.Найти область определения функции**

$$y = \frac{x+4}{x-1};$$

$$y = \sqrt{7-x}.$$

- 2.Найти нули функции

$$а)\, y = -5x+3;$$

$$б)\, y = \frac{x-3}{x^2-9}$$

- 3.Построить график функции и перечислите ее свойства: y=4x+8

- Вариант2
- **1.Найти область определения функции**

$$y = \frac{7x}{x+3};$$

$$y = \sqrt{5-x}.$$

- 2.Найти нули функции

$$а)\, y = 0{,}3x-7;$$

$$б)\, y = \frac{x^2-3x}{x}$$

- 3.Построить график функции и перечислите ее свойства: y=-3x+6

# Домашнее задание

0011 0010 1010 1101 0001 0100 1011

- п 2
- №29
- №38
- №152
- №153