Таблицы алгебра

7 класс

Содержание

АЛГЕБРА
7 класс

ВЫРАЖЕНИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

ЧИСЛО, получающееся в результате выполнения действий в числовом выражении, называется **ЗНАЧЕНИЕМ ДАННОГО ВЫРАЖЕНИЯ.**

Если в числовом выражении встречается деление на 0, то данное выражение не имеет значения (смысла).

Выражения с переменными:

$$2x+5;\quad 60t:(2+t);\quad xy-2z$$

Если в выражение с переменными подставить вместо каждой переменной какое-либо значение этой переменной, то значение полученного числового выражения называется значением выражения с переменными при данных значениях переменных.

Пример:

$$2y+x=2\cdot 2+1=5$$
$$при\ x=1,\ y=2$$

Преобразования выражений:

1) в любой сумме можно как угодно переставлять слагаемые и любым способом заключать их в скобки.

2) в любом произведении можно как угодно переставлять сомножители и любым способом заключать их в скобки.

УРАВНЕНИЯ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

КОРЕНЬ УРАВНЕНИЯ - это значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.

Уравнения с одинаковыми корнями называются **равносильными**.

$$\left.\begin{array}{l} x=a \text{ и } x-a=0 \\ x=a \text{ и } kx=ka,\ k\neq 0 \end{array}\right\} \text{Равносильные уравнения}$$

Линейное уравнение с одной переменной:

$ax=b$ (x – переменная, a и b – числа)

1) $a\neq 0$

$x=\dfrac{b}{a}$ – единственный корень

2) $a=0$

а) $b=0$ любое значение x – корень

б) $b\neq 0$ уравнение не имеет корней

ГРАФИЧЕСКОЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ ФУНКЦИЙ

ФУНКЦИЯ – это зависимость $y = f(x)$, при которой каждому значению независимой переменной x (аргументу) соответствует единственное значение зависимой переменной y (функции).

Множество значений, которые принимает аргумент – **область определения функции.**

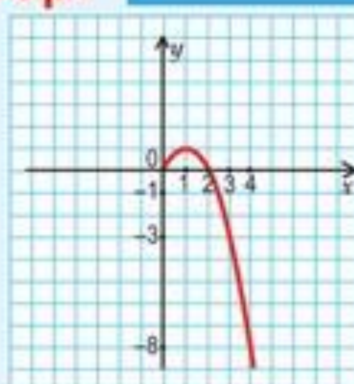
ГРАФИК ФУНКЦИИ – это множество точек координатной плоскости $0xy$ таких, что их абсциссы равны значениям аргумента x, а ординаты – значениям функции y, соответствующим данным значениям аргумента.

Пример:

$$y = x \cdot (2 - x)$$

$$0 \leqslant x \leqslant 4$$

x	0	1	2	3	4
y	0	1	0	-3	-8

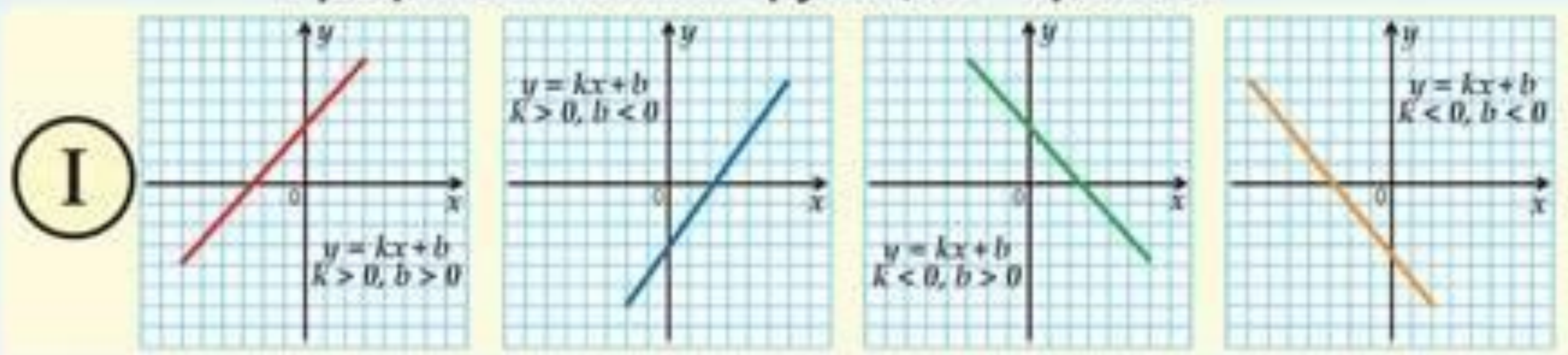


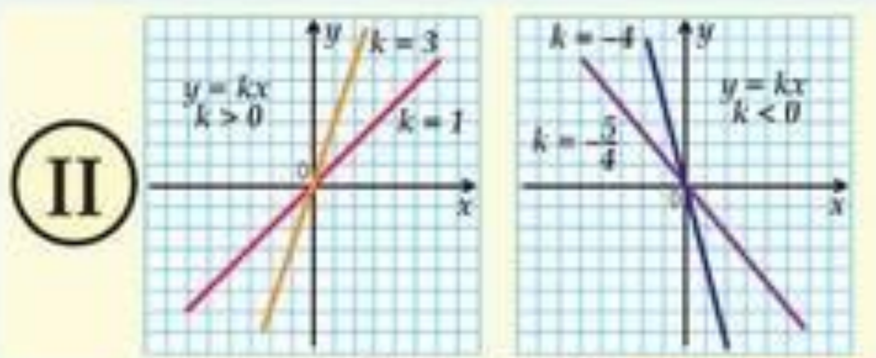
АЛГЕБРА
7 класс

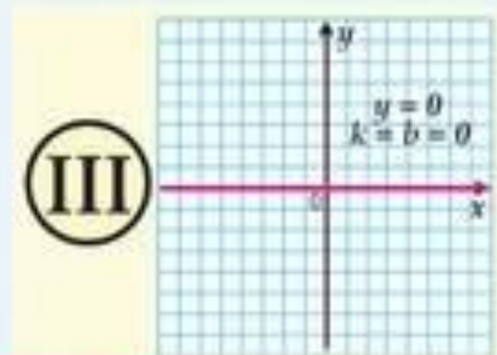
ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ - это функция вида $y = kx + b$,
где x - аргумент, а k и b - некоторые числа.

График линейной функции - прямая.







$y = kx\ (k \neq 0)$ - прямая пропорциональность.

4. ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

АЛГЕБРА 7 класс

СТЕПЕНЬ И ЕЕ СВОЙСТВА

Степень числа a с натуральным показателем $n \geqslant 1$: $a^n = \underbrace{a \ldots a}_{n\ раз}$

Если $a \neq 0$, то $a^0 = 1$

Свойства:

1) Если $a > 0$, то $a^n > 0$

$0^n = 0$

2) Если $a < 0$ и $n = 2m$, то $a^n > 0$

Если $a < 0$ и $n = 2m + 1$, то $a^n < 0$

3) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

4) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

5) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

6) $(a^m)^n = a^{mn}$

АЛГЕБРА 7 класс

ОДНОЧЛЕНЫ

ОДНОЧЛЕН — это произведение чисел, переменных и их степеней, например

$$3ab,\ 2x^2y,\ 5a^3bc^4.$$

СТЕПЕНЬ ОДНОЧЛЕНА — сумма показателей степеней всех переменных, входящих в этот одночлен (если одночлен не содержит переменных, то его степень полагается равной 0).

1) Степень $2x^2y^3z$ равна $2+3+1=6$

2) Степень $3ab^3c^2d^4$ равна $1+3+2+4=10$

3) Степень $5\cdot2$ равна 0

Умножение одночленов:

1) $(ab)\cdot(2a^2b^3c)=$
$=(1\cdot2)\cdot(a\cdot a^2)\cdot(b\cdot b^3)\cdot c=2a^3b^4c$

2) $xy\cdot2xy^2\cdot3z=$
$=(1\cdot2\cdot3)\cdot(x\cdot x)\cdot(y\cdot y^2)\cdot z=6x^2y^3z$

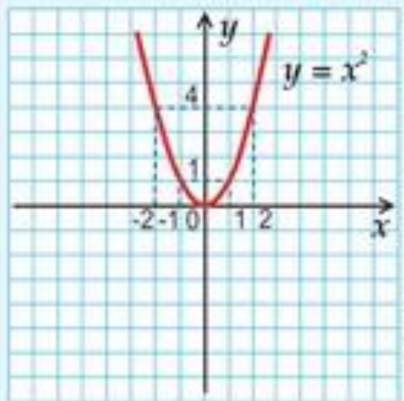
Возведение одночлена в степень:

$(-2a^3b)^3=(-2)^3\cdot(a^3)^3\cdot b^3=-8a^9b^3$

АЛГЕБРА 7 класс

ФУНКЦИИ $y = x^2$ И $y = x^3$ И ИХ ГРАФИКИ

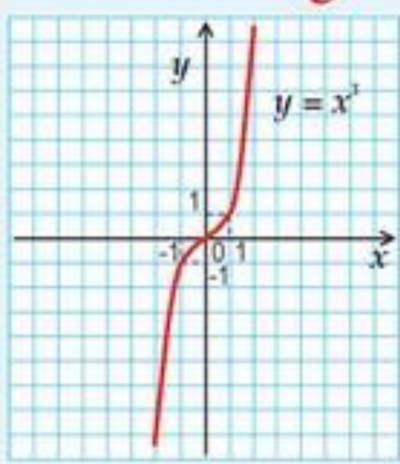
$y = x^2$



Свойства функции $y = x^2$:

1) Точка $0\ (0;0)$ принадлежит графику функции
2) $y > 0$ при $x \neq 0$ и $y = 0$ при $x = 0$
3) График функции симметричен относительно оси $0y$

$y = x^3$



Свойства функции $y = x^3$:

1) Точка $0\ (0;0)$ принадлежит графику функции
2) Если $x > 0$, то $y > 0$, а если $x < 0$, то $y < 0$
3) График функции симметричен относительно начала координат

АБСОЛЮТНАЯ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

АБСОЛЮТНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

приближенного значения x при точном значении y – это величина, равная $|x-y|$

Если $x \approx a$ и $|x-a| \leqslant h$, то говорят, что $x \approx a$ с точностью до h

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

приближенного значения x при точном значении y – это величина, равная

$$\frac{|x-y|}{|x|}$$

Пример:

Относительная погрешность округления $12{,}3$ до 12 равна

$$|12-12{,}3|:|12| = |-0{,}3|:|12| =$$
$$= 0{,}3:12 = 0{,}025 = 2{,}5\%$$

СУММА И РАЗНОСТЬ МНОГОЧЛЕНОВ

МНОГОЧЛЕН – это сумма одночленов.

МНОГОЧЛЕН СТАНДАРТНОГО ВИДА – сумма одночленов стандартного вида.

Степень многочлена стандартного вида – наибольшая из степеней одночленов, входящих в него.

Сложение многочленов:

$$(2x^2+3x-2)+(4x-2)=$$
$$=2x^2+3x-2+4x-2=$$
$$=2x^2+7x-4$$

Разность многочленов:

$$(x^3-2x-4)-(2x^2+4x-3)=$$
$$=x^3-2x-4-2x^2-4x+3=$$
$$=x^3-2x^2-6x-1$$

АЛГЕБРА 7 класс

ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА И МНОГОЧЛЕНА

ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА И МНОГОЧЛЕНА – многочлен.

Чтобы умножить одночлен на многочлен, требуется сложить произведения одночлена на каждый член многочлена.

Пример:

$$2x^2y\cdot(xy+3x^2-1)=$$
$$=2x^3y^2+6x^4y-2x^2y$$

Разложение многочлена на множители:

1) $2xy+3x^2=x\cdot(2y+3x)$

2) $x^2y^2-2xy+3x^3y=$
$=xy\cdot(xy-2+3x^2)$

3) $a^3\cdot(2b-c^2)-4\cdot(c^2-2b)=$
$=a^3\cdot(2b-c^2)+4\cdot(2b-c^2)=$
$=(2b-c^2)\cdot(a^3+4)$

ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ – многочлен.

Чтобы умножить многочлен на многочлен, требуется сложить произведения каждого члена одного многочлена на каждый член другого многочлена.

Пример:

$$(2x-y)\cdot(x+2y)=$$
$$=2x\cdot x+2x\cdot 2y-y\cdot x-y\cdot 2y=$$
$$=2x^2+4xy-xy-2y^2=$$
$$=2x^2+3xy-2y^2$$

Разложение многочлена на множители способом группировки:

1) $x-1+xy-y=$

$=(x-1)+y\cdot(x-1)=$

$=(x-1)(1+y)$

2) $ab+bc+cd+ad=$

$=ab+c\cdot(b+d)+ad=$

$=a\cdot(b+d)+c\cdot(b+d)=$

$=(b+d)(a+c)$

КВАДРАТ СУММЫ И КВАДРАТ РАЗНОСТИ. РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ. СУММА И РАЗНОСТЬ КУБОВ

Квадрат суммы:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат разности:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Разность квадратов:

$$a^2 - b^2 = (a-b)\,(a+b)$$

Сумма кубов:

$$a^3 + b^3 = (a+b)\,(a^2 - ab + b^2)$$

Разность кубов:

$$a^3 - b^3 = (a-b)\,(a^2 + ab + b^2)$$

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЦЕЛЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

ЦЕЛОЕ ВЫРАЖЕНИЕ – это выражение, которое составлено из чисел и переменных с помощью сложения, вычитания, умножения, а также деления на отличное от нуля число.

Пример:

$$2xy,\ 3x-2y^2z,\ (2x-3):2,$$

$$2{,}5a+\frac{b}{4}$$

Различные способы разложения на множители:

1) $2x^2-3x=x(2x-3)$

2) $x^3+2x^2+x=$

$=x(x^2+2x+1)=$

$=x(x+1)^2$

3) $a^2b+ab^2+a^2+2ab+b^2=$

$=ab(a+b)+(a+b)^2=$

$=(a+b)(ab+a+b)$

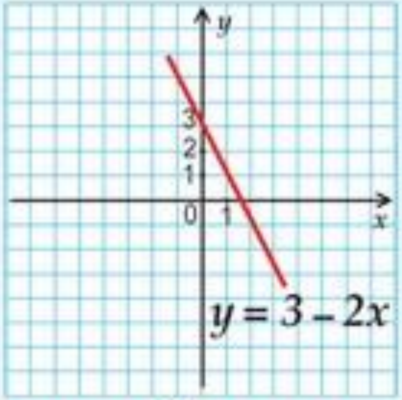
ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ИХ СИСТЕМЫ

Уравнение вида $ax + by = c$
(x, y – переменные; a, b, c – числа) –
ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ.

Решение линейного уравнения с двумя переменными – это любая пара значений переменных, при подстановке которых в уравнение оно обращается в верное равенство.

График уравнения:

$$2x + y = 3;$$
$$y = 3 - 2x$$



Система линейных уравнений с двумя переменными:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + cy = f \end{cases}$$

РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1) Способ подстановки: например,

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x + 2(3 - 2x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 6 - 3x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

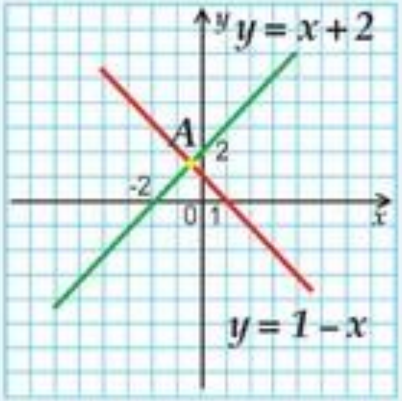
2) Способ сложения: например,

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y + (x - 2y) = 3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

3) Графическое решение: например,

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ y = x + 2 \end{cases}$$



A (-0,5; 1,5) - точка пересечения, значит пара (-0,5; 1,5) - решение данной системы уравнений.