

Таблицы алгебра

7 класс

Содержание

1. [Выражения. Преобразования выражений](#)
2. [Уравнения с одной переменной](#)
3. [Графическое и аналитическое задание функций](#)
4. [Линейная функция](#)
5. [Степень и ее свойства](#)
6. [Одночлены](#)
7. [Функции \$y=x^2\$ и \$y=x^3\$ и их графики](#)
8. [Абсолютная и относительная погрешность](#)
9. [Сумма и разность многочленов](#)
10. [Произведение одночлена и многочлена](#)
11. [Произведение многочленов](#)
12. [Квадрат суммы и квадрат разности. Разность квадратов. Сумма и разность кубов](#)
13. [Преобразование целых выражений](#)
14. [Линейные уравнения с двумя переменными и их системы](#)
15. [Решение систем линейных уравнений](#)

ВЫРАЖЕНИЯ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

ЧИСЛО, получающееся в результате выполнения действий в числовом выражении, называется **ЗНАЧЕНИЕМ ДАННОГО ВЫРАЖЕНИЯ**.

Если в числовом выражении встречается деление на 0, то данное выражение **не имеет значения (смысла)**.

Выражения с переменными:

$$2x + 5; \quad 60t : (2 + t); \quad xy - 2z$$

Если в выражение с переменными подставить вместо каждой переменной какое-либо значение этой переменной, то значение полученного числового выражения называется **значением выражения с переменными при данных значениях переменных**.

Пример:

$$2y + x = 2 \cdot 2 + 1 = 5$$

при $x = 1, y = 2$

Преобразования выражений:

- 1) в любой сумме можно как угодно переставлять слагаемые и любым способом заключать их в скобки.
- 2) в любом произведении можно как угодно переставлять сомножители и любым способом заключать их в скобки.



УРАВНЕНИЯ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

КОРЕНЬ УРАВНЕНИЯ - это значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.

Уравнения с одинаковыми корнями называются **равносильными**.

$$\left. \begin{array}{l} x = a \text{ и } x - a = 0 \\ x = a \text{ и } kx = ka, k \neq 0 \end{array} \right\} \text{Равносильные уравнения}$$

Линейное уравнение с одной переменной:
 $ax = b$ (x – переменная, a и b – числа)

1) $a \neq 0$

$$x = \frac{b}{a} \text{ — единственный корень}$$

2) $a = 0$

а) $b = 0$ любое значение x – корень

б) $b \neq 0$ уравнение не имеет корней



ГРАФИЧЕСКОЕ И АНАЛИТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ ФУНКЦИИ

ФУНКЦИЯ – это зависимость $y = f(x)$, при которой каждому значению независимой переменной x (аргументу) соответствует единственное значение зависимой переменной y (функции).

Множество значений, которые принимает аргумент – **область определения функции**.

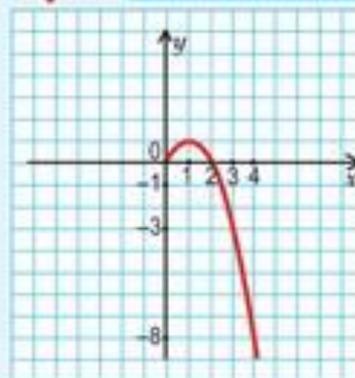
ГРАФИК ФУНКЦИИ – это множество точек координатной плоскости Oxy таких, что их абсциссы равны значениям аргумента x , а ординаты – значениям функции y , соответствующим данным значениям аргумента.

Пример:

$$y = x \cdot (2 - x)$$

$$0 \leq x \leq 4$$

x	0	1	2	3	4
y	0	1	0	-3	-8

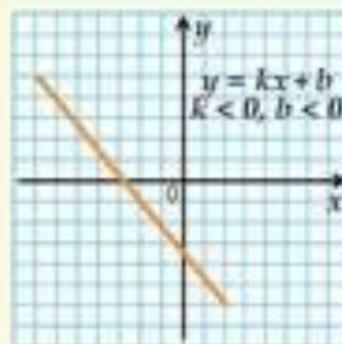
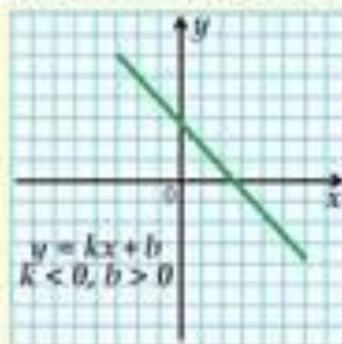
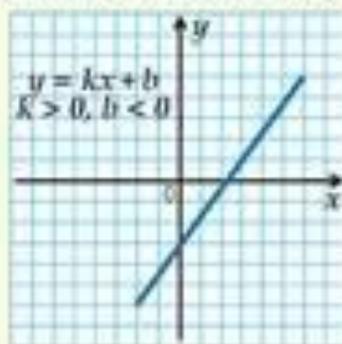
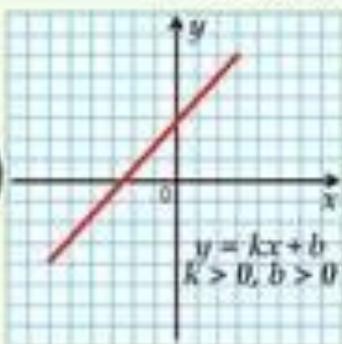


ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ

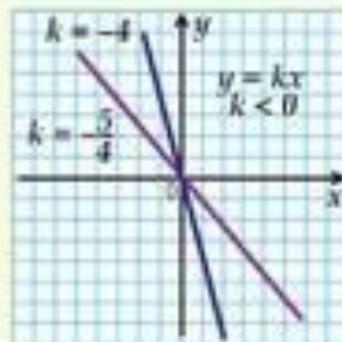
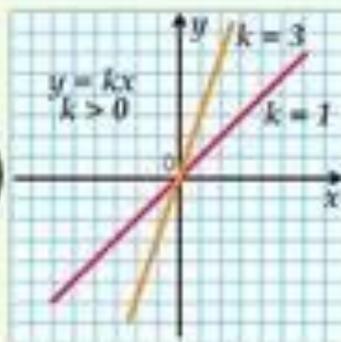
ЛИНЕЙНАЯ ФУНКЦИЯ - это функция вида $y = kx + b$,
где x - аргумент, а k и b - некоторые числа.

График линейной функции - прямая.

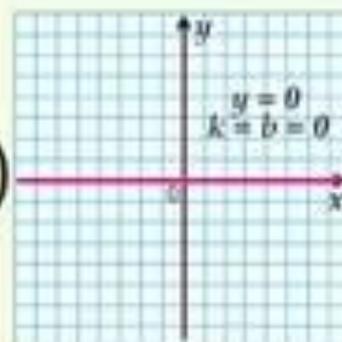
I



II



III



$y = kx (k \neq 0)$ - прямая пропорциональность.



СТЕПЕНЬ И ЕЕ СВОЙСТВА

Степень числа a с натуральным показателем $n \geq 1$: $a^n = \underbrace{a \dots a}_{n \text{ раз}}$

Если $a \neq 0$, то $a^0 = 1$

Свойства:

1) Если $a > 0$, то $a^n > 0$

$$0^n = 0$$

2) Если $a < 0$ и $n = 2m$, то $a^n > 0$

Если $a < 0$ и $n = 2m + 1$,
то $a^n < 0$

$$3) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$4) \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$5) (ab)^n = a^n \cdot b^n$$

$$6) (a^m)^n = a^{mn}$$



ОДНОЧЛЕНЫ

ОДНОЧЛЕН — это произведение чисел, переменных и их степеней, например

$$3ab, 2x^2y, 5a^3bc^4.$$

СТЕПЕНЬ ОДНОЧЛЕНА — сумма показателей степеней всех переменных, входящих в этот одночлен (если одночлен не содержит переменных, то его степень полагается равной 0).

- 1) Степень $2x^2y^3z$ равна $2 + 3 + 1 = 6$
- 2) Степень $3ab^3c^2d^4$ равна $1 + 3 + 2 + 4 = 10$
- 3) Степень $5 \cdot 2$ равна 0

Умножение одночленов:

- 1) $(ab) \cdot (2a^2b^3c) =$
 $= (1 \cdot 2) \cdot (a \cdot a^2) \cdot (b \cdot b^3) \cdot c = 2a^3b^4c$
- 2) $xy \cdot 2xy^2 \cdot 3z =$
 $= (1 \cdot 2 \cdot 3) \cdot (x \cdot x) \cdot (y \cdot y^2) \cdot z = 6x^2y^3z$

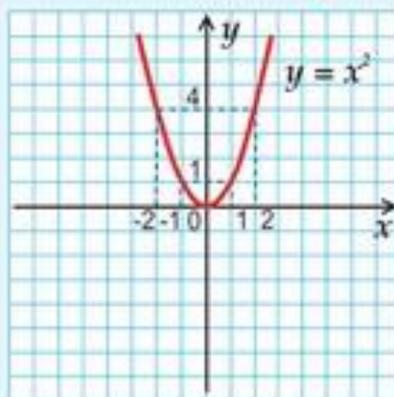
Возведение одночлена в степень:

$$(-2a^3b)^3 = (-2)^3 \cdot (a^3)^3 \cdot b^3 = -8a^9b^3$$



ФУНКЦИИ $y = x^2$ И $y = x^3$ И ИХ ГРАФИКИ

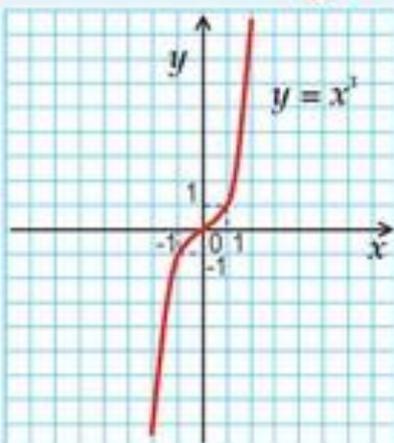
$$y = x^2$$



Свойства функции $y = x^2$:

- 1) Точка $O(0;0)$ принадлежит графику функции
- 2) $y > 0$ при $x \neq 0$
и $y = 0$ при $x = 0$
- 3) График функции симметричен относительно оси Oy

$$y = x^3$$



Свойства функции $y = x^3$:

- 1) Точка $O(0;0)$ принадлежит графику функции
- 2) Если $x > 0$, то $y > 0$,
а если $x < 0$, то $y < 0$
- 3) График функции симметричен относительно начала координат



АБСОЛЮТНАЯ И ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

АБСОЛЮТНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

приближенного значения x при точном значении y – это величина, равная $|x - y|$

Если $x \approx a$ и $|x - a| \leq h$, то говорят, что $x \approx a$ с точностью до h

ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

приближенного значения x при точном значении y – это величина, равная

$$\frac{|x - y|}{|x|}$$

Пример:

Относительная погрешность округления $12,3$ до 12 равна

$$\begin{aligned} |12 - 12,3| : |12| &= |-0,3| : |12| = \\ &= 0,3 : 12 = 0,025 = 2,5\% \end{aligned}$$



СУММА И РАЗНОСТЬ МНОГОЧЛЕНОВ

МНОГОЧЛЕН – это сумма одночленов.

МНОГОЧЛЕН СТАНДАРТНОГО ВИДА –
сумма одночленов стандартного вида.

Степень многочлена стандартного вида –
наибольшая из степеней одночленов,
входящих в него.

Сложение многочленов:

$$\begin{aligned}(2x^2 + 3x - 2) + (4x - 2) &= \\ &= 2x^2 + 3x - 2 + 4x - 2 = \\ &= 2x^2 + 7x - 4\end{aligned}$$

Разность многочленов:

$$\begin{aligned}(x^3 - 2x - 4) - (2x^2 + 4x - 3) &= \\ &= x^3 - 2x - 4 - 2x^2 - 4x + 3 = \\ &= x^3 - 2x^2 - 6x - 1\end{aligned}$$



ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА И МНОГОЧЛЕНА

ПРОИЗВЕДЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА И МНОГОЧЛЕНА – многочлен.

Чтобы умножить одночлен на многочлен, требуется сложить произведения одночлена на каждый член многочлена.

Пример:

$$\begin{aligned} 2x^2y \cdot (xy + 3x^2 - 1) &= \\ &= 2x^3y^2 + 6x^4y - 2x^2y \end{aligned}$$

**Разложение многочлена
на множители:**

$$1) 2xy + 3x^2 = x \cdot (2y + 3x)$$

$$\begin{aligned} 2) x^2y^2 - 2xy + 3x^3y &= \\ &= xy \cdot (xy - 2 + 3x^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3) a^3 \cdot (2b - c^2) - 4 \cdot (c^2 - 2b) &= \\ &= a^3 \cdot (2b - c^2) + 4 \cdot (2b - c^2) = \\ &= (2b - c^2) \cdot (a^3 + 4) \end{aligned}$$



ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

ПРОИЗВЕДЕНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

– многочлен.

Чтобы умножить многочлен на многочлен, требуется сложить произведения каждого члена одного многочлена на каждый член другого многочлена.

Пример:

$$\begin{aligned}(2x - y) \cdot (x + 2y) &= \\ &= 2x \cdot x + 2x \cdot 2y - y \cdot x - y \cdot 2y = \\ &= 2x^2 + 4xy - xy - 2y^2 = \\ &= 2x^2 + 3xy - 2y^2\end{aligned}$$

**Разложение многочлена
на множители способом группировки:**

$$\begin{aligned}1) x - 1 + xy - y &= \\ &= (x - 1) + y \cdot (x - 1) = \\ &= (x - 1)(1 + y)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}2) ab + bc + cd + ad &= \\ &= ab + c \cdot (b + d) + ad = \\ &= a \cdot (b + d) + c \cdot (b + d) = \\ &= (b + d)(a + c)\end{aligned}$$



КВАДРАТ СУММЫ И КВАДРАТ РАЗНОСТИ. РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ. СУММА И РАЗНОСТЬ КУБОВ

Квадрат суммы:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат разности:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Разность квадратов:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

Сумма кубов:

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Разность кубов:

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$



ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЦЕЛЫХ ВЫРАЖЕНИЙ

ЦЕЛОЕ ВЫРАЖЕНИЕ – это выражение, которое составлено из чисел и переменных с помощью сложения, вычитания, умножения, а также деления на отличное от нуля число.

Пример:

$$2xy, 3x - 2y^2z, (2x - 3) : 2, \\ 2,5a + \frac{b}{4}$$

Различные способы разложения на множители:

$$1) 2x^2 - 3x = x(2x - 3)$$

$$2) x^3 + 2x^2 + x = \\ = x(x^2 + 2x + 1) = \\ = x(x + 1)^2$$

$$3) a^2b + ab^2 + a^2 + 2ab + b^2 = \\ = ab(a + b) + (a + b)^2 = \\ = (a + b)(ab + a + b)$$



ЛИНЕЙНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ИХ СИСТЕМЫ

Уравнение вида $ax + by = c$
(x, y – переменные; a, b, c – числа) –

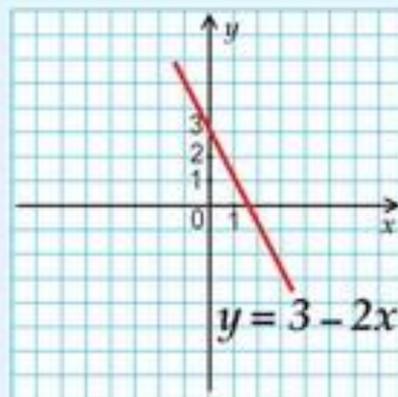
**ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ
С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ.**

Решение линейного уравнения с двумя переменными – это любая пара значений переменных, при подстановке которых в уравнение оно обращается в верное равенство.

График уравнения:

$$2x + y = 3;$$

$$y = 3 - 2x$$



Система линейных уравнений с двумя переменными:

$$\begin{cases} ax + by = c \\ dx + cy = f \end{cases}$$



РЕШЕНИЕ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

1) **Способ подстановки:** например,

$$\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ x + 2(3 - 2x) = 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 - 2x \\ 6 - 3x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{1}{3} \\ x = \frac{5}{3} \end{cases}$$

2) **Способ сложения:** например,

$$\begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 3x + 2y + (x - 2y) = 3 + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - 2y = 1 \\ 4x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

3) **Графическое решение:** например,

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ y - x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ y = x + 2 \end{cases}$$

$A(-0,5; 1,5)$ - точка пересечения, значит пара $(-0,5; 1,5)$ - решение данной системы уравнений.

