

***Теорема  
Виета  
Алгебра 8  
класс***



**Основная цель – изучить теорему Виета и ей обратную, уметь применять при решении квадратных уравнений**

**Девиз**

**урока:**

**«Вся математика – это, собственно, одно большое уравнение для других наук»**

**Новалис**

# *Устная работа*

1.  $x^2 + 4x - 6 = 0$

2.  $2x^2 + 6x = 6$

3.  $7x^2 - 14x = 0$

4.  $x^2 + 5x - 1 = 0$

5.  $3x^2 - 5x + 19 = 0$

6.  $x^2 - 13x = 0$

# Исследуем связь между корнями и коэффициентами квadraticного уравнения

	Уравнение	p	q	$x_1$	$x_2$	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 + 5x + 6 = 0$	5	6	-2	-3	-5	6
2	$x^2 - 5x + 6 = 0$	-5	6	2	3	5	6
3	$x^2 - 7x + 6 = 0$	-7	6	1	6	7	6
4	$x^2 + 7x + 6 = 0$	7	6	-1	-6	-7	6
5	$x^2 - 8x + 6 = 0$	-8	6	$4 - \sqrt{10}$	$4 + \sqrt{10}$	8	6
6	$x^2 - x - 6 = 0$	-1	-6	-2	3	1	-6



# ФРАНСУА ВИЕТ (Вьета)

*1540-1603*

Знаменитая теорема,  
устанавливающая

связь коэффициентов многочлена с  
его

корнями, была обнародована в *1591*  
г.

# Теорема

Дано:  $x_1$  и  $x_2$   
корни

уравнения  
 $x^2 + px + q$

Доказать:

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Виета

Сумма корней  
приведенного  
квадратного  
уравнения равна  
второму  
коэффициенту,  
взятому с  
противоположны  
м знаком, а  
произведение  
корней равно



# Теорема

## Виета

*План доказательства:*

1. Записать формулы для нахождения  $x_1$  и  $x_2$ ;
2. Найти сумму корней:  $x_1 + x_2$ ;
3. Найти произведение корней:  $x_1 \cdot x_2$ .

# Теорема

Доказательство

## Виета

$$1. x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}, \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \quad \text{где } D = p^2 - 4q.$$

$$2. x_1 + x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} + \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-p + \sqrt{D} - p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$3. x_1 \cdot x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{p^2 - p^2 + 4q}{4} = \frac{4q}{4} = q$$





1. Определите, верно ли сформулирована теорема: **Сумма корней квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену**
2. Для всех ли приведенных уравнений  $x_1 + x_2 = -p$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

3. Сформулируйте теорему со словами «**Если..., то...**»



***□Что позволяет находить доказанная теорема?***

***□Что должно быть известно до применения теоремы?***

- Можно ли найти сумму и произведение корней следующих уравнений

1.  $x^2 + 3x + 6 = 0$

2.  $x^2 + 5 = 0$

3.  $2x^2 - 7x + 5 = 0$



$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

- **Задание 1. Выберите уравнение сумма корней которого равна -6, а произведение равно -11**

1)  $x^2 - 6x + 11 = 0$

2)  $x^2 + 6x - 11 = 0$

3)  $x^2 + 6x + 11 = 0$

4)  $x^2 - 11x - 6 = 0$

5)  $x^2 + 11x - 6 = 0$

• **Задание 2. Если  $x_1 = -5$  и  $x_2 = -1$  - корни уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , то**

**1)  $p = -6, q = -5$**

**2)  $p = 5, q = 6$**

**3)  $p = 6, q = 5$**

**4)  $p = -5, q = -6$**

**5)  $p = 5, q = -6$**

**6)  $p = -6, q = -5$**



• **Задание 3. Найдите сумму и произведение корней уравнения  $x^2 - 3x - 5 = 0$ .**

**Выберите правильный ответ.**

**1)  $x_1 + x_2 = -3, x_1 \cdot x_2 = -5$**

**2)  $x_1 + x_2 = -5, x_1 \cdot x_2 = -3$**

**3)  $x_1 + x_2 = 3, x_1 \cdot x_2 = -5$**

**4)  $x_1 + x_2 = 5, x_1 \cdot x_2 = -3$**



**сумму и  
произведен  
ие корней  
уравнения**

**Решение:**

$$\text{б) } y^2 - 19 = 0, \quad D > 0$$

$$p = 0, \quad q = -19$$

$$x_1 + x_2 = 0, \quad x_1 \cdot x_2 = -19$$

**№573**

**а) в) у доски**

**г) д)**

**самостоят**

**ельно с**

**последующе**

**й проверкой**

$$\text{д) } 2x^2 - 9x - 10 = 0 \quad | \quad :2$$

$$x^2 - 4,5x - 2 = 0,$$

$$D > 0$$

$$p = -4,5, \quad q = -2$$

$$x_1 + x_2 = 4,5, \quad x_1 \cdot x_2 = -2$$

укажите, если это возможно сумму и произведение корней

$$1. \quad x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$D > 0, \quad p = -2, \quad q = -8$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -8$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 \cdot (-4) \\ -2 \cdot 4 \\ 1 \cdot (-8) \\ -1 \cdot 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} x_1 = -2 \\ x_2 = 4 \end{array}$$

$$2. \quad x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$D > 0, \quad p = 7, \quad q = 12$$

$$x_1 + x_2 = -7$$

$$x_1 \cdot x_2 = 12$$

$$\begin{array}{l} x_1 = -3 \\ x_2 = -4 \end{array}$$

$$3. \quad y^2 - 8y - 9 = 0$$

$$D > 0, \quad p = -8, \quad q = -9$$

$$y_1 + y_2 = 8$$

$$y_1 \cdot y_2 = -9$$

$$\begin{array}{l} y_1 = -1 \\ y_2 = 9 \end{array}$$

Для каждого уравнения попытайтесь подобрать два числа  $x_1$  и  $x_2$  так, чтобы выполнялись получившиеся равенства. Проверьте, будут ли полученные числа корнями данного уравнения

# Теорема Виета

## Прямая теорема:

Если  $x_1$  и  $x_2$  - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0.$$

Тогда числа  $x_1$ ,  $x_2$  и  $p$ ,  $q$  связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

## Обратная теорема:


Если числа  $x_1$ ,  $x_2$  и  $p$ ,  $q$  связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q.$$

Тогда  $x_1$  и  $x_2$  - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0.$$



Числа  $x_1$  и  $x_2$  являются корнями приведенного квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$  тогда и только тогда, когда  $x_1 + x_2 = -p$ ,  $x_1 \cdot x_2 = q$

# Применение теоремы

- Проверяем, правильно ли найдены корни уравнения
- Определяем знаки корней уравнения не решая его
- Устно находим корни приведенного квадратного уравнения
- Составляем квадратное уравнение с заданными корнями

# Теорема Виета

Числа  $x_1$  и  $x_2$  являются корнями квадратного уравнения  $x^2 + vx + c = 0$

тогда и только тогда, когда

$$x_1 + x_2 = -\frac{\hat{a}}{\acute{r}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\acute{n}}{\acute{r}}$$

По праву достойна в стихах  
быть воспета  
О свойствах корней  
теорема Виета.

Что лучше, скажи,  
постоянства такого:

Умножишь ты корни — и  
дробь уж готова?

В числителе **c**, в  
знаменателе **a**

А сумма корней тоже  
дроби равна.

Хоть с минусом дробь, что  
за беда!

В числителе **v**, в



**Домашнее задание:**  
**п. 23 (знать теорему**  
**Виета),**

**дифференцированно**  
**е задание**  
**(листок с домашней**  
**работой)**



**спасибо за урок!**