Теорема Виета

Алгебра 8 класс

Основная цель – изучить теорему Виета и ей обратную, уметь применять при решении квадратных уравнений.

Девиз урока:

«Вся математика – это, собственно, одно большое уравнение для других наук»

Новалис

Устная работа

1. $x^2 + 4x - 6 = 0$
2. $2x^2 + 6x = 6$
3. $7x^2 - 14x = 0$
4. $x^2 + 5x - 1 = 0$
5. $3x^2 - 5x + 19 = 0$
6. $x^2 - 13x = 0$

Исследуем связь между корнями и коэффициентами квадратного уравнения

	Уравнение	p	q	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 + 5x + 6 = 0$	5	6	-2	-3	-5	6
2	$x^2 - 5x + 6 = 0$	-5	6	2	3	5	6
3	$x^2 - 7x + 6 = 0$	-7	6	1	6	7	6
4	$x^2 + 7x + 6 = 0$	7	6	-1	-6	-7	6
5	$x^2 - 8x + 6 = 0$	-8	6	$4-\sqrt{10}$	$4+\sqrt{10}$	8	6
6	$x^2 - x - 6 = 0$	-1	-6	-2	3	1	-6

ФРАНСУА ВИЕТ (Вьета)

1540-1603

Знаменитая теорема, устанавливающая

связь коэффициентов многочлена с его

корнями, была обнародована в *1591* г.

Теорема Виета

Дано: x_1 и x_2 – корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$

Доказать:

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Сумма корней приведенного квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно

Теорема Виета

План доказательства:

1. **Записать формулы для нахождения x_1 и x_2;**
2. **Найти сумму корней: $x_1 + x_2$;**
3. **Найти произведение корней: $x_1 \cdot x_2$.**

Теорема Виета

Доказательство.

x … **+ q = 0**

1. $x_1 = \frac{-p+\sqrt{D}}{2}$, $x_2 = \frac{-p-\sqrt{D}}{2}$, $D = p^2 - 4q$.

2. $x_1 + x_2 = \frac{-p+\sqrt{D}}{2} + \frac{-p-\sqrt{D}}{2} = \frac{-p+\sqrt{D}-p-\sqrt{D}}{2} =$

$$= \frac{-2p}{2} = -p$$

3. $x_1 \cdot x_2 = \frac{-p+\sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p-\sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2-(\sqrt{D}\,)^2}{4} = \frac{p^2-D}{4}$

$$= \frac{p^2-(p^2-4q)}{4} = \frac{p^2-p^2+4q}{4} = \frac{4q}{4} = q$$

1. Определите, верно ли сформулирована теорема: **Сумма корней квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену**

2. Для всех ли приведенных уравнений $x_1 + x_2 = -p$

$x_1 \cdot x_2 = q$

3. Сформулируйте теорему со словами «***Если…, то…***»

- Что позволяет находить доказанная теорема?
- Что должно быть известно до применения теоремы?

- Можно ли найти сумму и произведение корней следующих уравнений

1. $x^2 + 3x + 6 = 0$
2. $x^2 + 5 = 0$
3. $2x^2 – 7x + 5 = 0$

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

- **Задание 1. Выберите уравнение сумма корней которого равна -6, а произведение равно -11**

1) $x^2 - 6x + 11 = 0$
2) $x^2 + 6x - 11 = 0$
3) $x^2 + 6x + 11 = 0$
4) $x^2 - 11x - 6 = 0$
5) $x^2 + 11x - 6 = 0$

- Задание 2. Если $x_1 = -5$ и $x_2 = -1$ - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то

1) $p = -6$, $q = -5$

2) $p = 5$, $q = 6$

3) $p = 6$, $q = 5$

4) $p = -5$, $q = -6$

5) $p = 5$, $q = -6$

6) $p = -6$, $q = -5$

- Задание 3. Найдите сумму и произведение корней уравнения $x^2 - 3x - 5 = 0$.
  Выберите правильный ответ.

1) $x_1 + x_2 = -3$, $x_1 \cdot x_2 = -5$

2) $x_1 + x_2 = -5$, $x_1 \cdot x_2 = -3$

3) $x_1 + x_2 = 3$, $x_1 \cdot x_2 = -5$

4) $x_1 + x_2 = 5$, $x_1 \cdot x_2 = -3$

сумму и произведение корней уравнения

№*573*

а)в)у доски

г)д) самостоятельно с последующей проверкой

Решение:

б) $y^2 - 19 = 0$, $D > 0$

$p = 0$, $q = -19$

$x_1 + x_2 = 0$, $x_1 \cdot x_2 = -19$

д) $2x^2 - 9x - 10 = 0 \quad \Big| :2$

$x^2 - 4{,}5x - 2 = 0$,

$D > 0$

$p = -4{,}5$, $q = -2$

$x_1 + x_2 = 4{,}5$, $x_1 \cdot x_2 = -2$

укажите, если это возможно сумму и произведение корней

Для каждого уравнения попытайтесь подобрать два числа x_1 и x_2 так, чтобы выполнялись получившиеся равенства.

Проверьте, будут ли полученные числа корнями данного уравнения

1. $x^2 - 2x - 8 = 0$

$D > 0,\ p = -2,\ q = -8$

$x_1 + x_2 = 2$

$x_1 \cdot x_2 = -8$

$2 \cdot (-4)$

$-2 \cdot 4$

$1 \cdot (-8)$

$-1 \cdot 8$

$x_1 = -2$

$x_2 = 4$

2. $x^2 + 7x + 12 = 0$

$D > 0,\ p = 7,\ q = 12$

$x_1 + x_2 = -7$

$x_1 \cdot x_2 = 12$

$x_1 = -3$

$x_2 = -4$

3. $y^2 - 8y - 9 = 0$

$D > 0,\ p = -8,\ q = -9$

$y_1 + y_2 = 8$

$y_1 \cdot y_2 = -9$

$y_1 = -1$

$y_2 = 9$

Теорема Виета

Прямая теорема:

Если x_1 и x_2 - корни уравнения

$x^2 + px + q = 0$.

Тогда числа x_1, x_2 и p, q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Обратная теорема:

Если числа x_1, x_2 и p, q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q.$$

Тогда x_1 и x_2 - корни уравнения

$x^2 + px + q = 0$.

Числа x_1 и x_2 являются корнями приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ тогда и только тогда, когда

$x_1 + x_2 = - p$, $x_1 \cdot x_2 = q$

Применение теоремы

- Проверяем, правильно ли найдены корни уравнения
- Определяем знаки корней уравнения не решая его
- Устно находим корни приведенного квадратного уравнения
- Составляем квадратное уравнение с заданными корнями

Теорема Виета

Числа x_1 и x_2 являются корнями квадратного уравнения $x^2 + вx + c = 0$

тогда и только тогда, когда

$$x_1 + x_2 = -\frac{\hat{a}}{\acute{r}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\acute{n}}{\acute{r}}$$

По праву достойна в стихах быть воспета

О свойствах корней теорема Виета.

Что лучше, скажи, постоянства такого:

Умножишь ты корни — и дробь уж готова?

В числителе с, в знаменателе а

А сумма корней тоже дроби равна.

Хоть с минусом дробь, что за беда!

В числителе в, в

Домашнее задание:
п. 23 (знать теорему Виета),

дифференцированное задание (листок с домашней работой)

Спасибо за урок !