



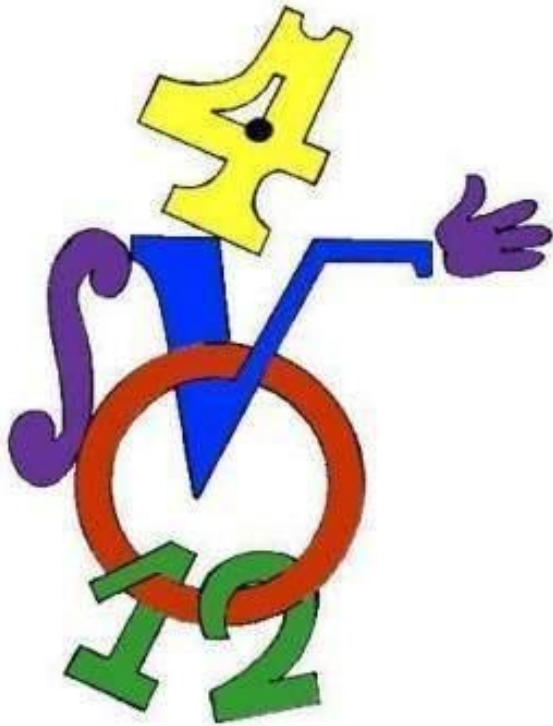
Тема урока:

«Приведённое квадратное уравнение. Теорема Виета.»



Цель урока:

1. Повторить решение квадратных уравнений общего вида, неполных квадратных уравнений.
2. Рассмотреть и доказать теорему Виета и сформулировать теорему, обратную теореме Виета.
3. Научиться применять теоремы при решении уравнений и задач.



Квадратное уравнение общего вида.

**Квадратным уравнением
называют уравнение вида**

$$ax^2 + bx + c =$$

0
где **a, b, c** –

**действительные числа,
причём $a \neq 0$.**

Неполные квадратные уравнения.

Квадратные уравнения называются **неполными**, если хотя бы один из коэффициентов **b** или **c** равен нулю.

Виды неполных квадратных уравнений:

$$ax^2 = 0, b=0 \text{ и } c=0;$$

$$ax^2 + c = 0, b=0;$$

$$ax^2 + bx = 0, c=0.$$

Во всех этих уравнениях **a** - не равно нулю.

Решения неполных квадратных уравнений.

$b=0$ $c=0$	$b=0$ $c \neq 0$	$b \neq 0$ $c=0$
$ax^2 = 0$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$
<u>1 корень:</u> $x = 0$	<u>2 корня</u> , если: а и с имеют разные знаки <u>Нет корней</u> , если: а и с имеют одинаковые знаки	<u>2 корня:</u> $x(ax + b) = 0,$ $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$

Решение полного квадратного уравнения.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$D = b^2 - 4ac$$

дискриминант
квадратного уравнения

$D < 0$ - корней нет

$D = 0$ - один корень

$D > 0$ - два корня

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$

Квадратное уравнение с чётным вторым коэффициентом.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

ветвей — число

$$x_{1,2} = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac}}{a}$$

Решить уравнения:

1) $5x^2 = 0$

2) $x^2 - 36 = 0$

3) $x^2 + 4x = 0$

4) $4x^2 - 4x + 3 = 0$

5) $4x^2 - 3x - 1 = 0$

6) $x^2 + 10x + 25 = 0$

$x = 0.$

$x_1 = 6; \quad x_2 = -6.$

$x_1 = 0; \quad x_2 = -4.$

Нет корней.

$x_1 = 1; \quad x_2 = -\frac{1}{4}.$

$x = -5$

Приведённое квадратное уравнение.

Квадратное уравнение вида

$$x^2 + px + q = 0$$

называется приведённым ($a=1$).

Квадратное уравнение общего вида можно привести к приведённому:

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad | : a$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

где $p = \frac{b}{a}, q = \frac{c}{a}$.



Теорема Виета.

*Если числа x_1 и x_2
являются корнями уравнения*

$$x^2 + px + q = 0$$

то справедливы формулы

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

т.е. сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

Доказательство теоремы Виета.

Найдём корни уравнение $x^2 + px + q = 0$ по формуле общего вида, в котором $a = 1, b = p, c = q$

Получаем корни: $x_{1,2} = \frac{-p \pm \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$ или $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$

Сложив оба корня, получаем: $x_1 + x_2 = -p$

Перемножив эти равенства, по формуле разности квадратов получаем:

$$\begin{aligned} x_1 \cdot x_2 &= \left(-\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\right)^2 = \\ &= \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = q \end{aligned}$$

Теорема, обратная теореме Виета.

Если числа p, q, x_1, x_2 таковы, что

$$x_1 + x_2 = -p, x_1 \cdot x_2 = q$$

то x_1 и x_2 - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$

Доказательство рассмотреть самостоятельно.



Запишите в тетрадях:

Теорема Виета и обратная ей:

x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0$$



$$x_1 x_2 = q \quad x_1 + x_2 = -p$$

Решить приведённое квадратное уравнение.

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

По теореме, обратной теореме Виета:

$$\begin{array}{l} x_1 + x_2 = 5 \\ x_1 \cdot x_2 = 6 \end{array} \left| \right.$$

Ответ: 2; 3.

Учебник: № 450 (1,3,5)

Определение знака корней.

$$x^2 + px + q = 0$$

$$a = 1$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

$$D \geq 0$$

$$D < 0$$

$q > 0$
корни одного
знака

$q < 0$
корни разного знака

Корней нет

$$p > 0$$

$$p < 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$p > 0$$

$$p < 0$$

$$x_{1,2} < 0$$

$$x_{1,2} > 0$$

«-» у
большого
модуля

«-» у
меньшего
модуля

Найдём корни уравнений.

№ п/п	Уравнение $x^2 + px + q = 0$	p	q	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 + 5x + 6 = 0$	5	6	-2	-3	-5	6
2	$x^2 - 5x - 6 = 0$	-5	-6	6	-1	5	-6
3	$x^2 - 7x + 6 = 0$	-7	6	6	1	7	6
4	$x^2 + x - 6 = 0$	1	-6	-3	2	-1	-6

Задача: При каком значении q уравнение

$$x^2 + 6x + q = 0$$

имеет корни, один из которых в 2 раза больше другого?

Решение:

По теореме, обратной теореме Виета:
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -6 \\ x_1 \cdot x_2 = q \end{cases}$$

Пусть $x_2 = 2x_1$, тогда

$$\begin{cases} x_1 + 2x_1 = -6 \\ x_1 \cdot 2x_1 = q \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 = -6 \\ 2x_1^2 = q \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 = -2 \\ 2 \cdot (-2)^2 = q \end{cases} \quad q = 8$$

Ответ: при $q = 8$.

Домашнее задание:

1 вариант: 1) Записать схему «Определение знака корней,

2) № 450 (2, 4, 6), 456.

2 вариант: 1) Выполнить тест,

2) Записать схему «Определение знака корней,

3) № 450 (2, 4, 6)

Спасибо за урок!

