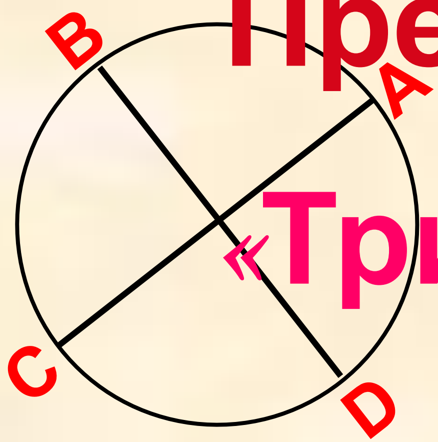


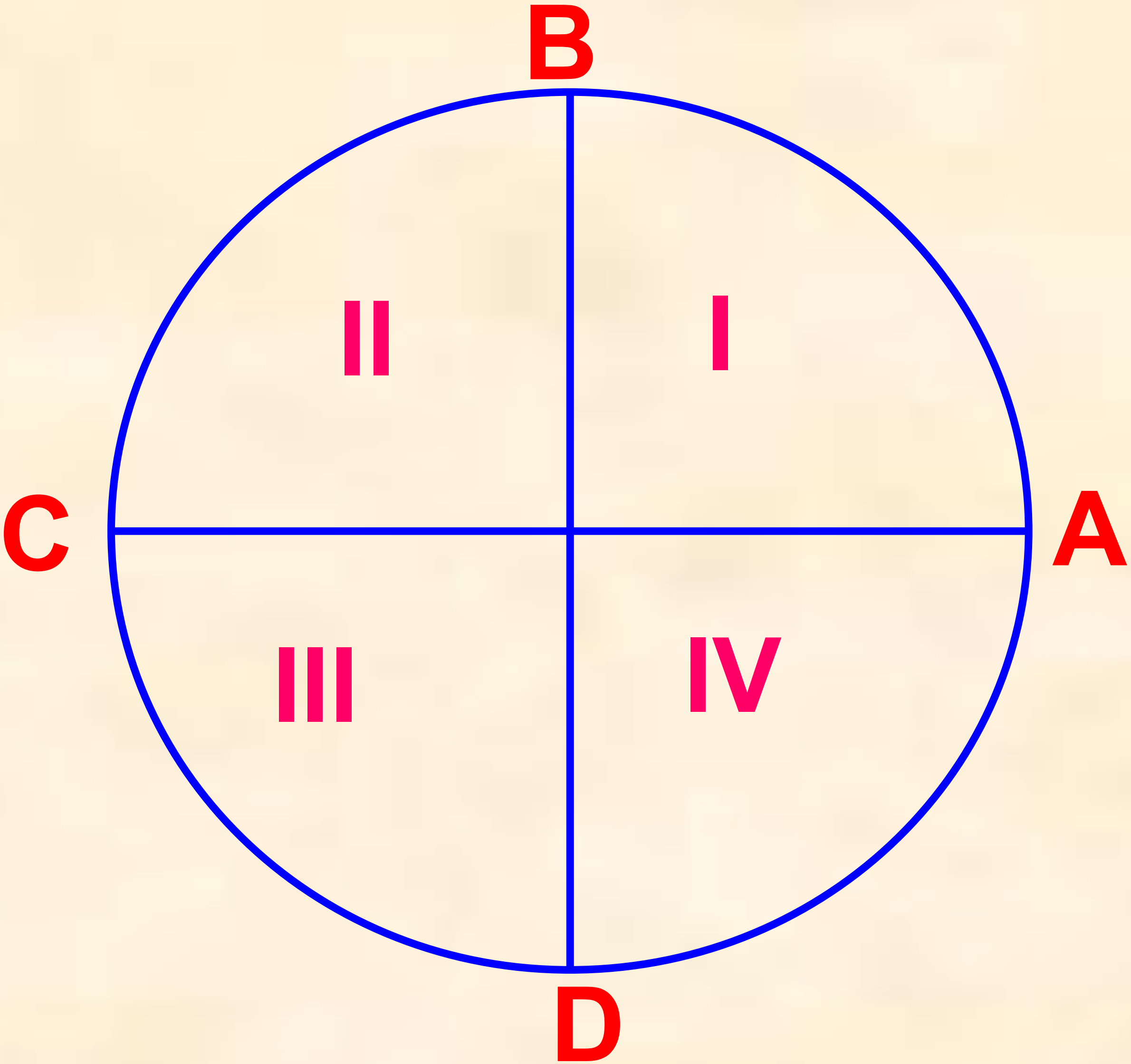
Презентация на тему:

«Тригонометрические функции»

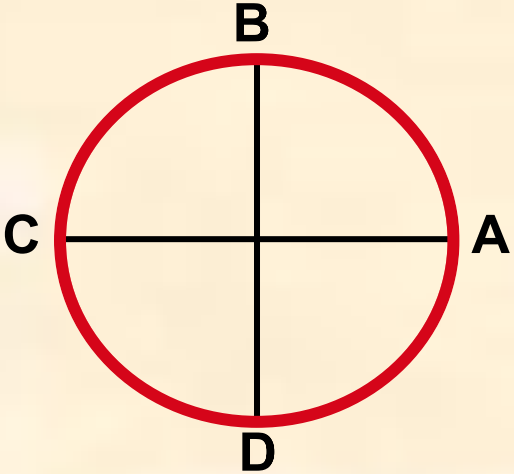
Цель: напомнить сведения о тригонометрических функциях, полученные в 9 классе, подготовить к изучению новых сведений и свойств тригонометрических функций.

$$x = \cos t$$

Числовая окружность



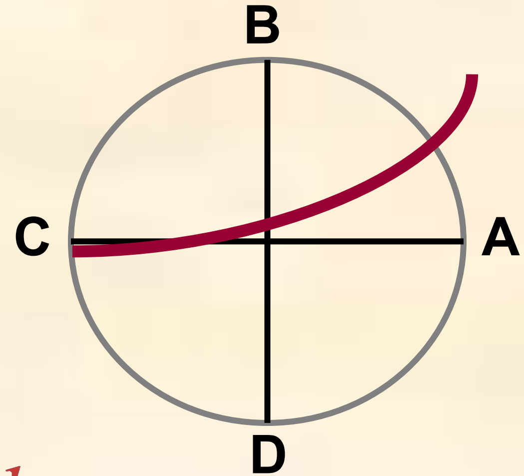
1.



ò.ê. $C=2\pi R,\ R=1,$

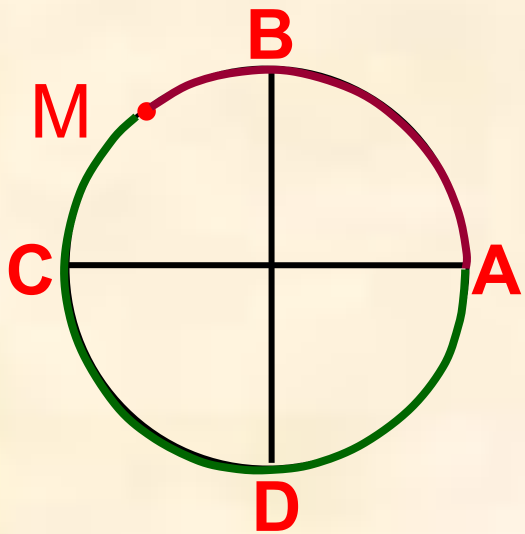
òî $\tilde{N}=2\pi\approx 6{,}28.$

2.



$$\cup \mathrm{AC} = \frac{1}{2}C = \pi = 3{,}14$$

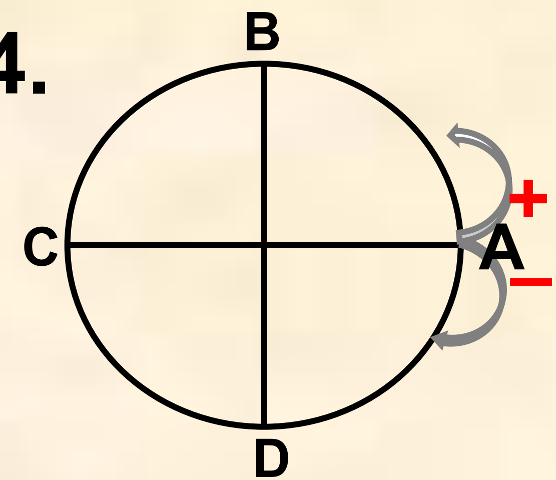
3.



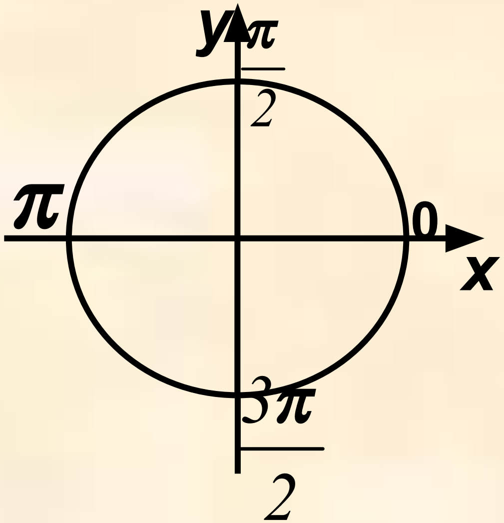
$$\cup AM,$$

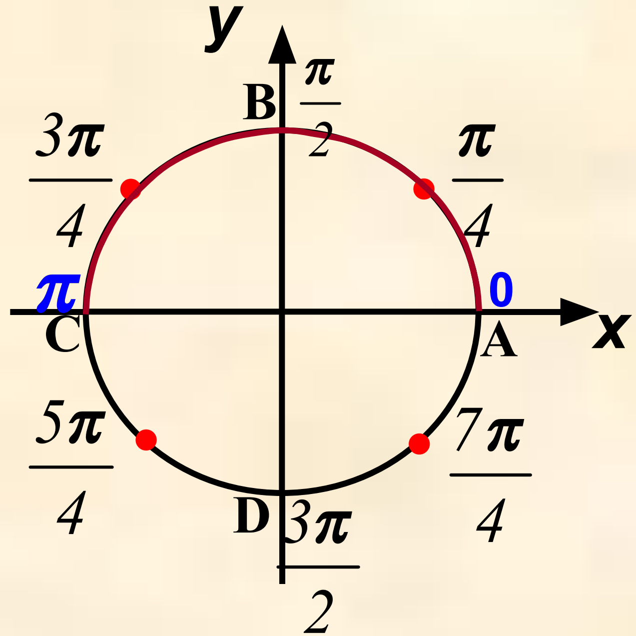
$$\cup MA.$$

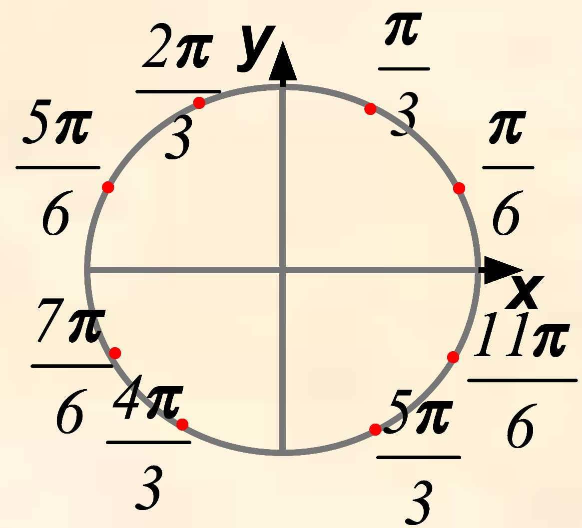
4.



?





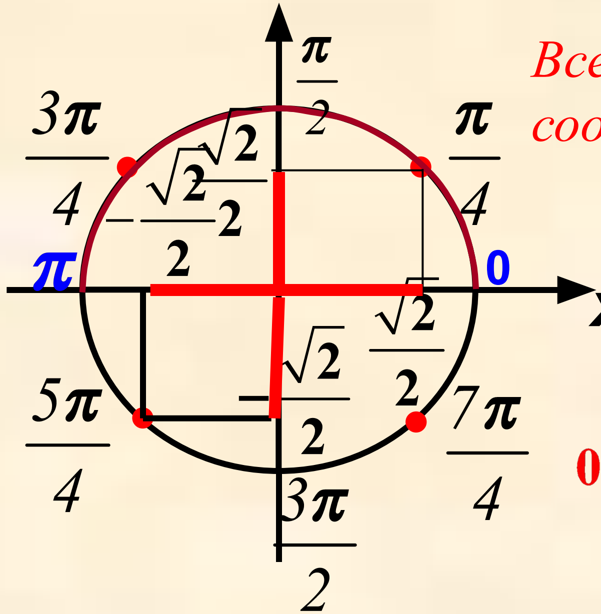


$$\frac{2\pi}{6}=\frac{\pi}{3},\quad \frac{4\pi}{6}=\frac{2\pi}{3},$$
$$\frac{8\pi}{6}=\frac{4\pi}{3},\quad \frac{10\pi}{6}=\frac{5\pi}{3},$$

На макетах обозначены лишь ***главные имена*** *точек – числа, принадлежащие* $[0;2\pi]$ *но у точек на окружности бесконечное множество имён. Например:* $t=\frac{\pi}{4}+2\pi k, k\in Z$

$äëÿ \cup BD:$ $\frac{\pi}{2}\le t\le\frac{3\pi}{2}$ ÿäðî àí àëèòè÷åñêî é çàï èñè äóãè BD;

$\frac{\pi}{2}+2\pi k\le t\le\frac{3\pi}{2}+2\pi k$ – àí àëèòè÷åñêàÿ çàï èñü äóãè BD.



Всем числам со знаменателем 4 соответствуют декартовы координаты

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

с точностью до знака в зависимости от четверти, в которой расположена точка.

$$0\rightarrow(1;0);\ \frac{\pi}{2}\rightarrow(0;1);\ \pi\rightarrow(-1;0);\ \frac{3\pi}{2}\rightarrow(0;-1).$$

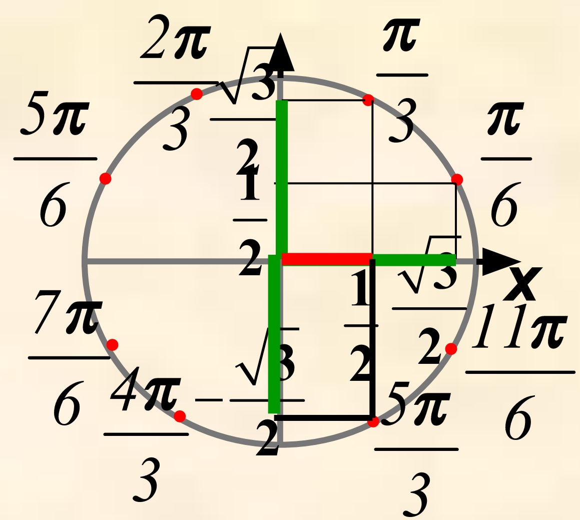
Àñåì ÷èñëàì ñî çíàìåíàòåëåì 6 èëè 3

ñîîòâåòñòâóþò äåêàðòîâû êîîðäèíàòû:

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$ èëè $\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ñ òî÷íîñòüþ

äî çíàêà â çàâèñèìîñòè

îò ÷åòâåðòè.



Синус, косинус, тангенс и котангенс

Знаки по четвертям:

Если $M\ (t) = M\ (x;\ y)$, то

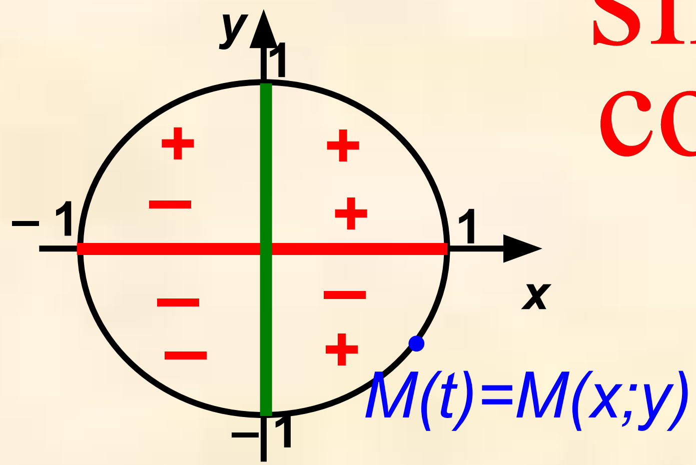
$$x = \cos t,$$

$$y = \sin t$$

$$-1 \le \sin t \le 1 \quad -1 \le \cos t \le 1$$

$$\sin t$$

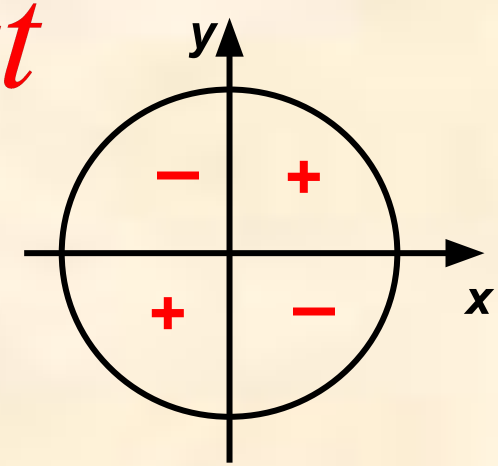
$$\cos t$$



$$tgt = \frac{\sin t}{\cos t},\ t \ne \frac{\pi}{2} + \pi k,$$

$$ctgt = \frac{\cos t}{\sin t},\ t \ne \pi k,$$

$$tgt, ctgt$$



?

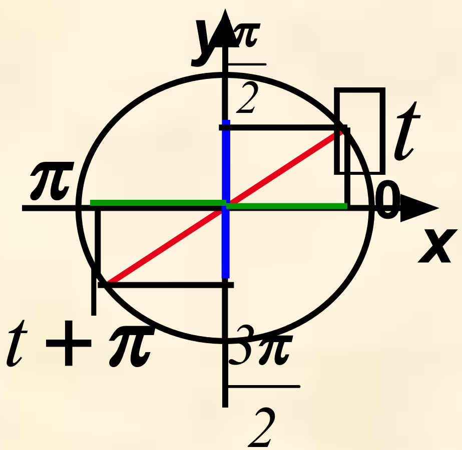
Свойства синуса, косинуса, тангенса и котангенса

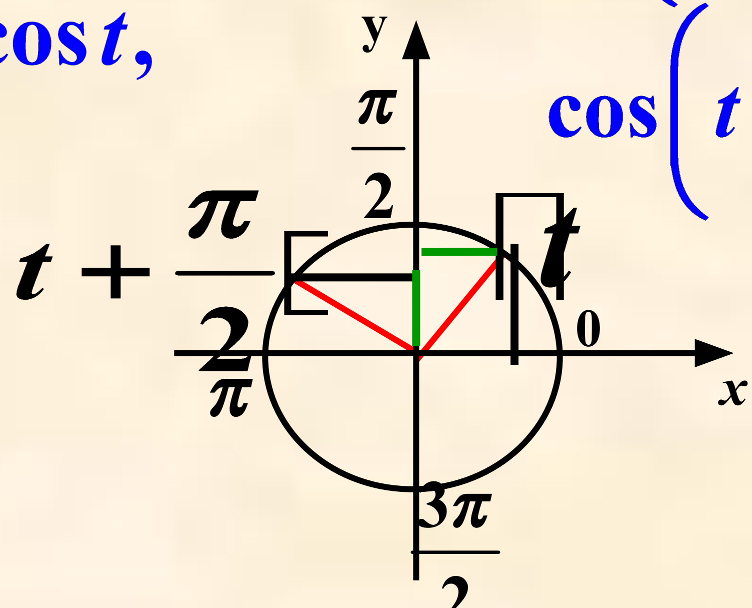
$$\cos(-t) = \cos t,$$
$$\sin(-t) = -\sin t,$$
$$tg(-t) = -\,tgt,$$
$$ctg(-t) = -\,ctgt.$$

$$\sin(t + 2\pi k) = \sin t,$$
$$\cos(t + 2\pi k) = \cos t,$$
$$tg(t + \pi) = tgt,$$
$$ctg(t + \pi) = ctgt.$$

$$\sin(t + \pi) = -\sin t,$$
$$\cos(t + \pi) = -\cos t,$$

$$\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos t,$$
$$\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin t.$$





Основные тригонометрические формулы

$$\sin^2 t + \cos^2 t = 1, \Rightarrow \sin^2 t = 1 - \cos^2 t,$$

$$\cos^2 t = 1 - \sin^2 t.$$

$$tgt = \frac{\sin t}{\cos t},\ t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$$

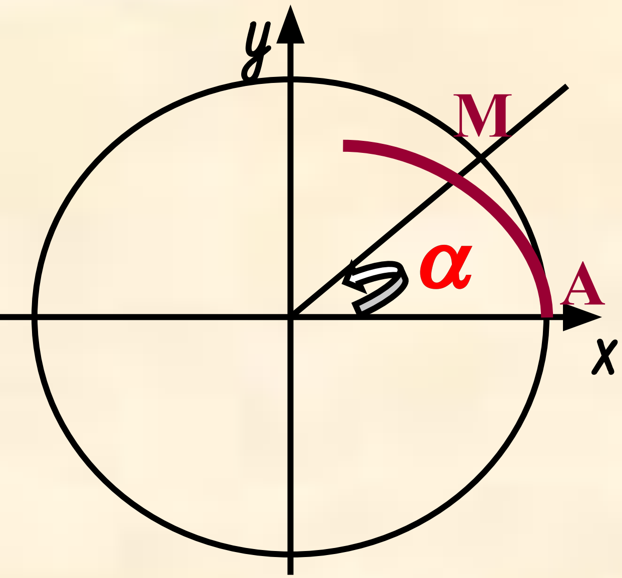
$$ctgt = \frac{\cos t}{\sin t},\ t \neq \pi k,\ k \in Z$$

$$1 + tg^2 t = \frac{1}{\cos^2 t},\ t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$$

$$1 + ctg^2 t = \frac{1}{\sin^2 t},\ t \neq \pi k,\ k \in Z$$

?

Связь между тригонометрическими функциями углового и числового аргумента



Длина дуги АМ – числовой аргумент,
угол α – угловой аргумент.

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{t}{2\pi}, \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{t = \frac{\pi\alpha}{180^\circ}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{180^\circ t}{\pi}}$$

Угол в *1* рад – это центральный угол , длина дуги которого равна радиусу окружности.

$$1\,\text{ðàä} = \frac{180^\circ}{\pi},\quad 1\,\text{ðàä} \approx 57{,}3^\circ$$

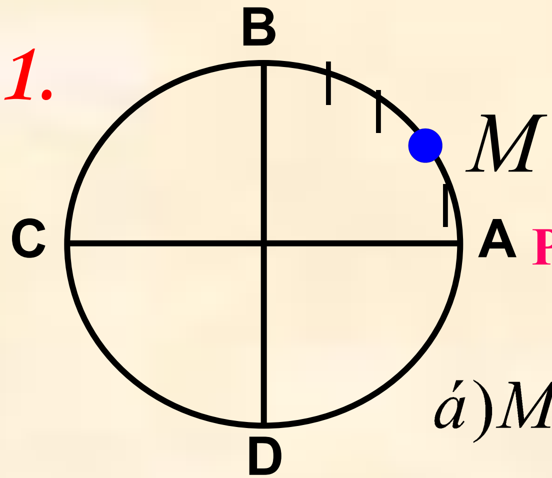
Таким образом, в тригонометрии независимую переменную мы можем считать числовым аргументом или угловым аргументом.

Значения тригонометрических функций

	$\frac{\pi}{6}$ $30°$	$\frac{\pi}{4}$ $45°$	$\frac{\pi}{3}$ $60°$	$\frac{\pi}{2}$ $90°$	π $180°$	$\frac{3\pi}{2}$ $270°$
sin	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	– 1
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	– 1	0
tg	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	–	0	–
ctg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	–	0

Тренировочные упражнения

1.



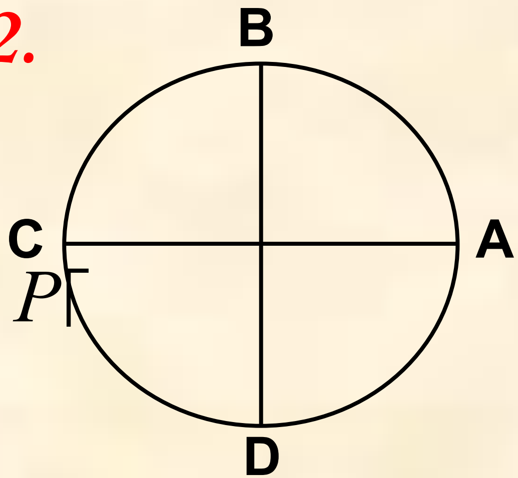
Точка M делит дугу AB в отношении 2 : 3.
найти длину дуг: а) AM; б) MB; в) DM; г) MC

Решение: а) $AM = \dfrac{\pi}{2} : 5 \cdot 2 = \dfrac{\pi}{5}$;

$$\acute{a})MB = \frac{\pi}{2} : 5 \cdot 3 = \frac{3\pi}{10}; \quad \hat{a})DM = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5} = \frac{7\pi}{10};$$

$$\tilde{a})MC = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi}{5}.$$

2.



Точка P делит третью четверть в отношении 1 : 5.
Найдите длину дуги CP, PD, AP.

Ответ: $CP = \dfrac{\pi}{12}$; $PD = \dfrac{\pi}{12} \cdot 5 = \dfrac{5\pi}{12}$

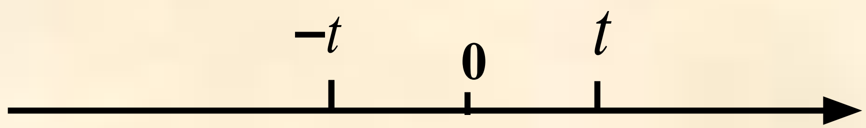
$$AP = \pi + \frac{\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}$$

3. Отметить на числовой окружности числа:

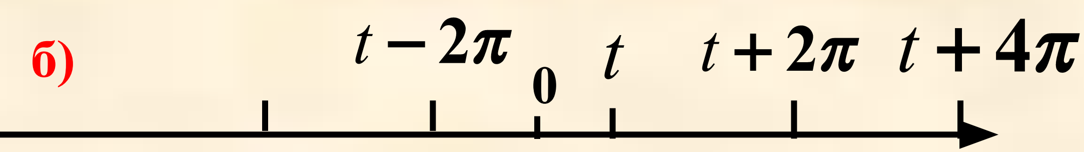
$$\frac{7\pi}{6};\ \frac{2\pi}{3};\ \frac{3\pi}{4};\ -\frac{\pi}{4};\ -\frac{5\pi}{3};\ \frac{25\pi}{4};\ -\frac{25\pi}{6}.$$

4. №17.

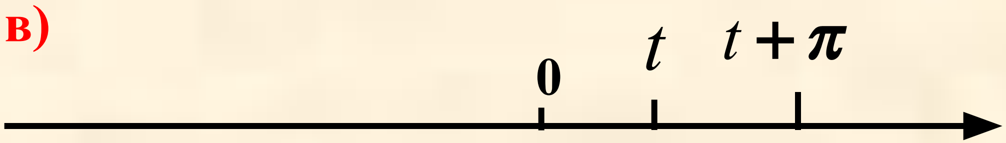
а)



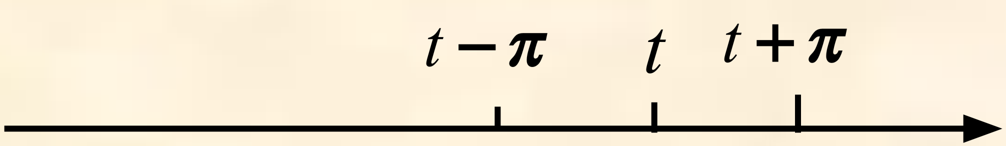
б)



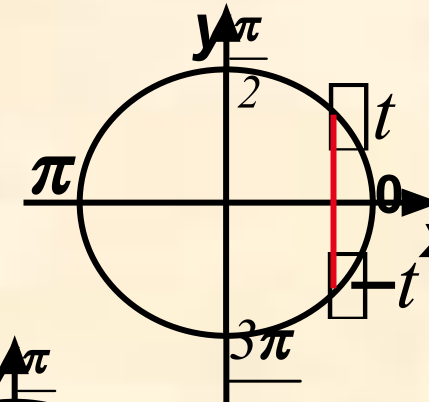
в)



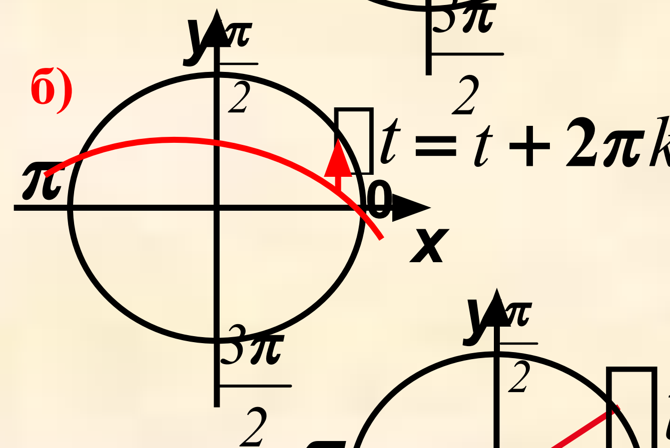
г)



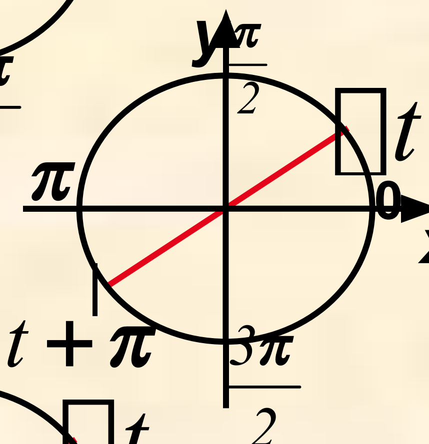
а)



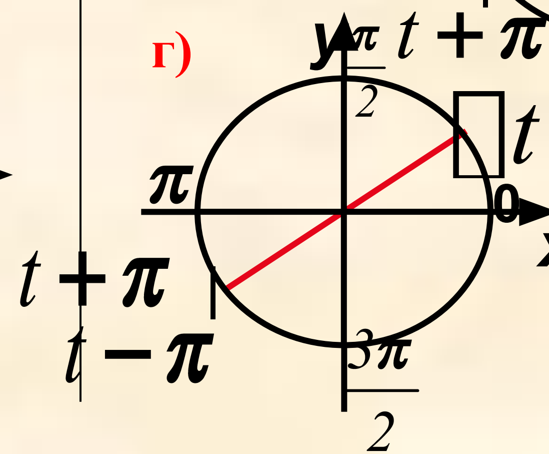
б)



в)



г)



Итог урока

- Числовая окружность, радиус, четверти. Длина окружности. Положительное и отрицательное направление обхода.
- Имена точек на числовой окружности. Какие декартовы координаты им соответствуют.
- Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки, значения.
- Формулы, выражающие свойства тригонометрических функций.
- Связь между тригонометрическими функциями числового и углового аргумента.
- Таблица значений.

Д/з. *§1 – 7* **№** *12,15,16(***в, г***), 23, 24(***а, г***), 55.*