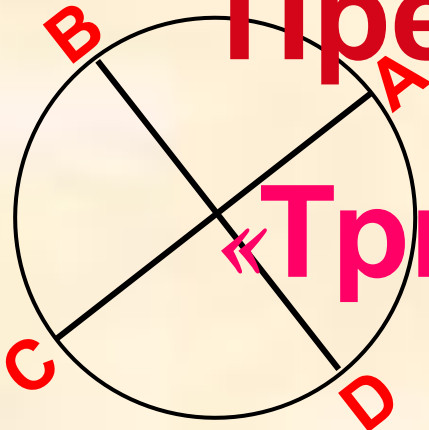


# Презентация на тему: «Тригонометрические функции»

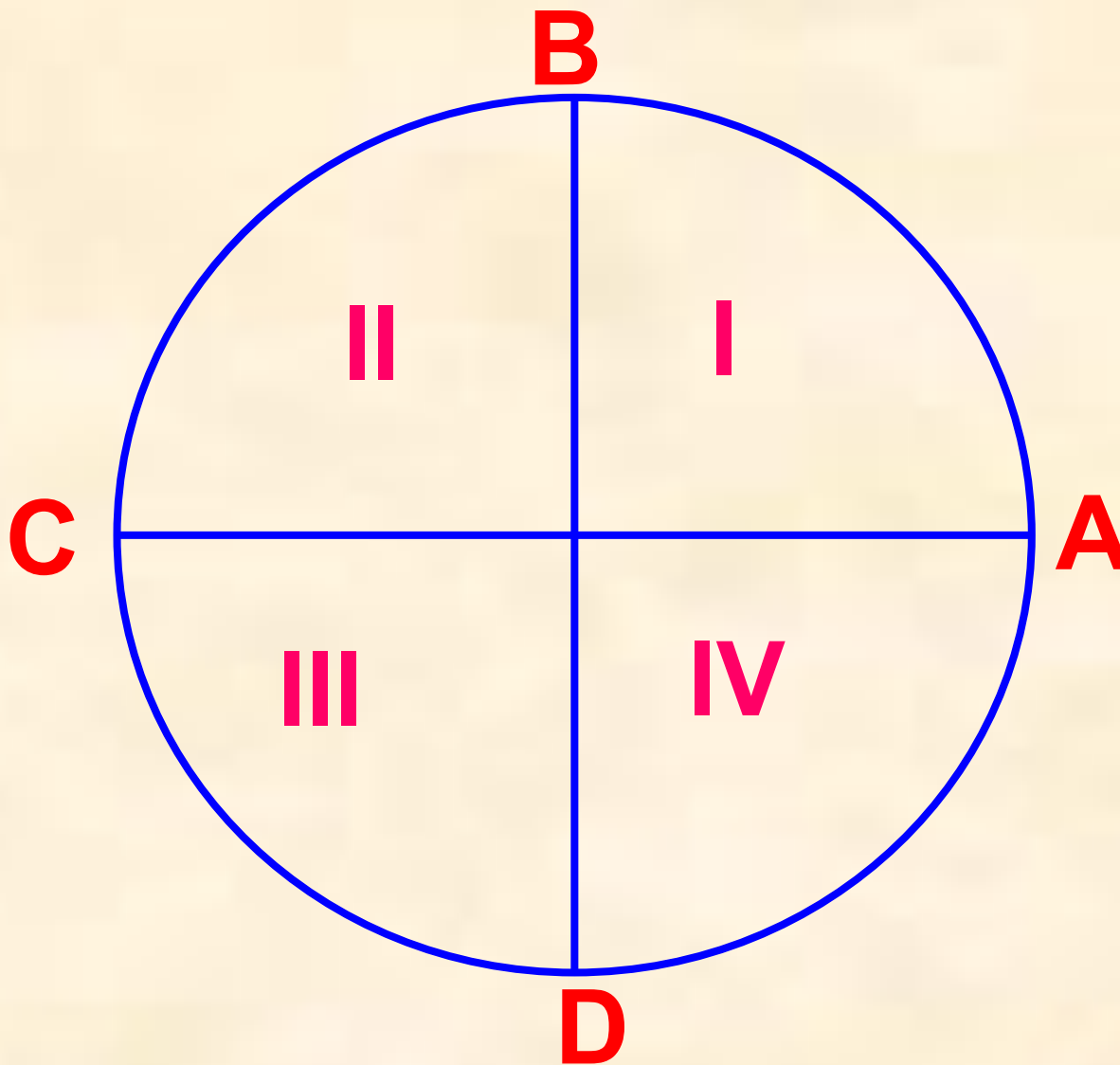


**Цель:** напомнить сведения о тригонометрических функциях, полученные в 9 классе, подготовить к изучению новых сведений и свойств тригонометрических функций.

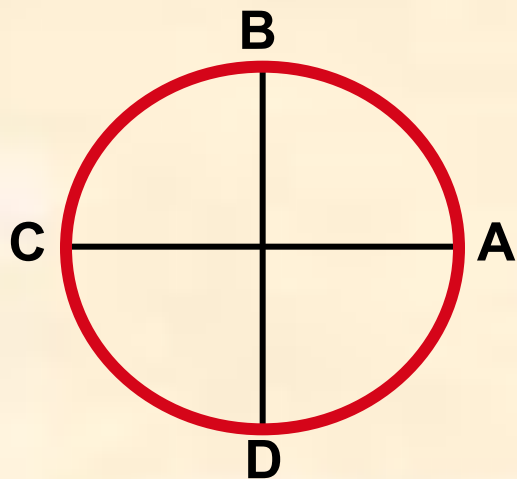


$$x = \cos t$$

# Числовая окружность

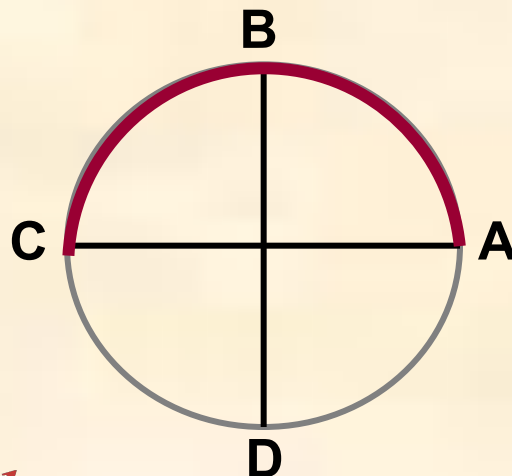


1.



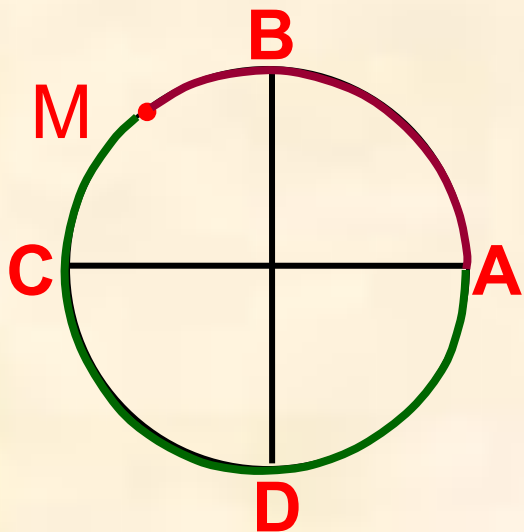
ò.ê.  $C = 2\pi R$ ,  $R = 1$ ,  
 òî  $\tilde{N} = 2\pi \approx 6,28$ .

2.



$$\cup AC = \frac{1}{2}C = \pi = 3,14$$

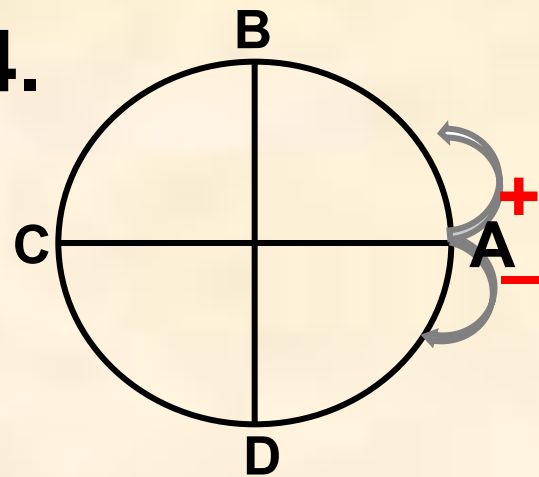
3.

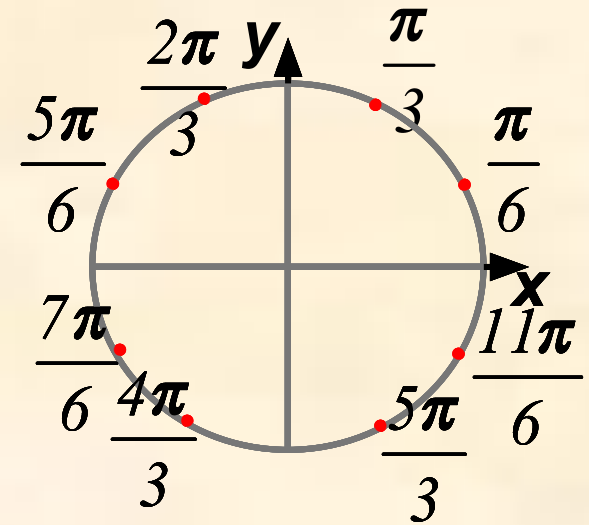
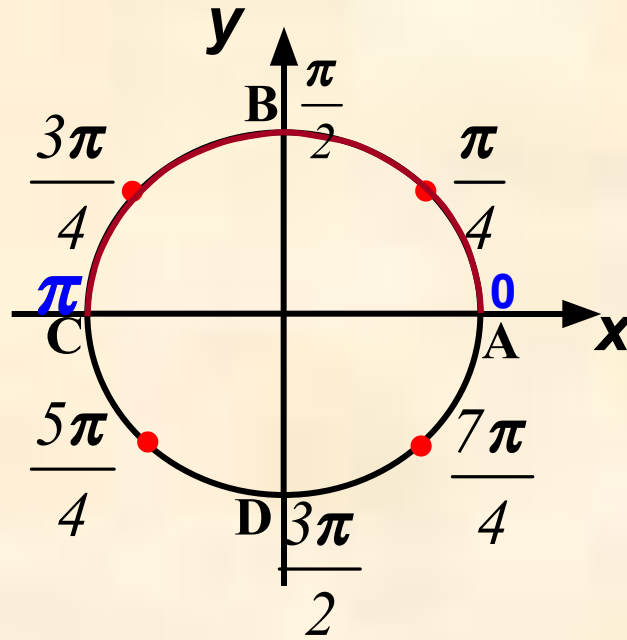
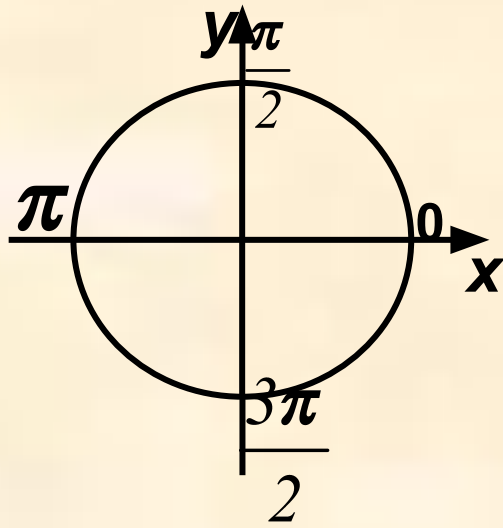


$$\cup AM,$$

$$\cup MA.$$

4.





$$\frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}, \quad \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3},$$

$$\frac{8\pi}{6} = \frac{4\pi}{3}, \quad \frac{10\pi}{6} = \frac{5\pi}{3},$$

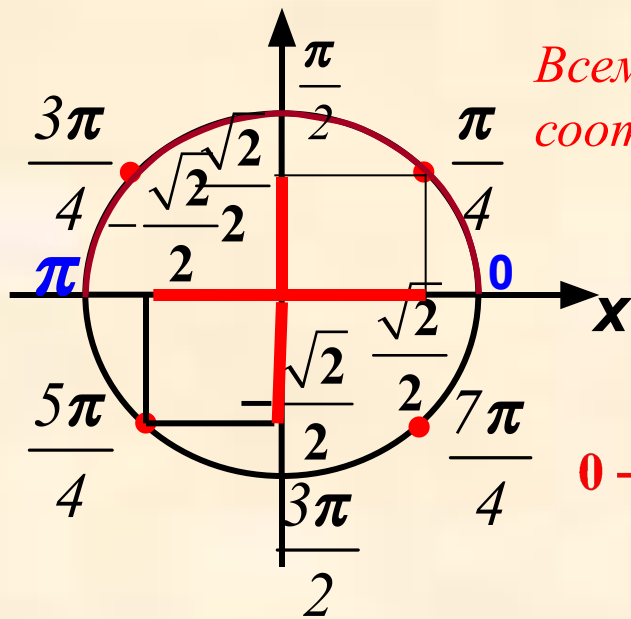
На макетах обозначены лишь **главные имена** точек – числа, принадлежащие  $[0; 2\pi]$  но у точек на окружности бесконечное множество

имён. Например:  $t = \frac{\pi}{4} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$

$\text{äëÿ} \cup BD: \frac{\pi}{2} \leq t \leq \frac{3\pi}{2}$  **ÿäđî àí àëèòè÷ãñêî é çàì èñè äóãè BD;**

$\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq t \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi k$  – **àí àëèòè÷ãñêàÿ çàì èñü äóãè BD.**





Всем числам со знаменателем 4  
соответствуют декартовы координаты

$$\left( \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2} \right)$$

с точностью до знака в зависимости от четверти, в которой расположена точка.

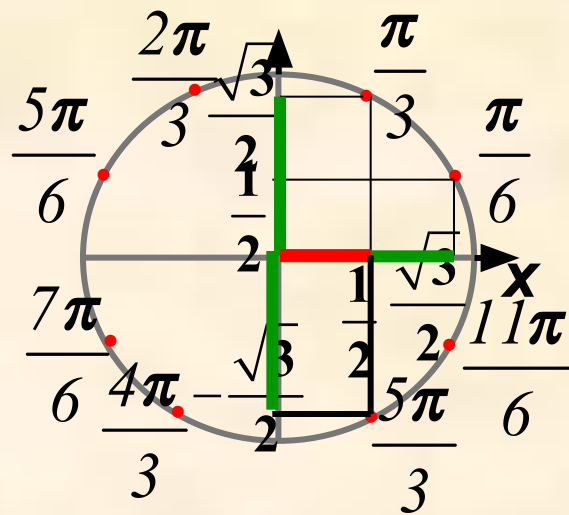
$$0 \rightarrow (1; 0); \frac{\pi}{2} \rightarrow (0; 1); \pi \rightarrow (-1; 0); \frac{3\pi}{2} \rightarrow (0; -1).$$

Аналогично для чисел с знаменателем 6:

$$\left( \frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2} \right) \text{ и } \left( \frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

соответствуют декартовым координатам

точности до знака.



# Синус, косинус, тангенс и

## котангенс

Знаки по четвертям:

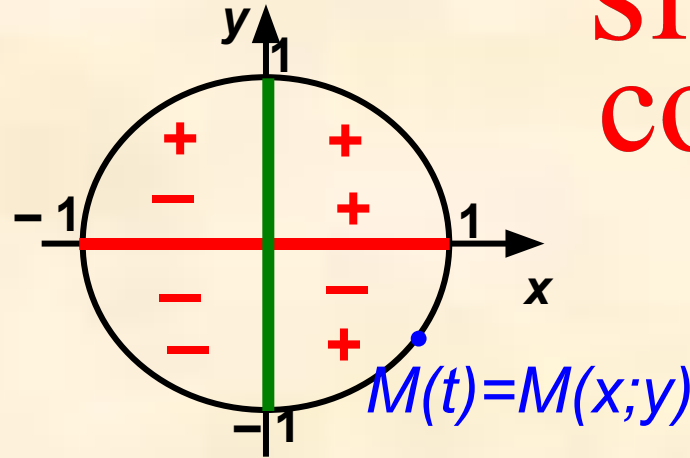
Если  $M(t) = M(x; y)$ , то

$$x = \cos t,$$

$$y = \sin t$$

$$-1 \leq \sin t \leq 1 \quad -1 \leq \cos t \leq 1$$

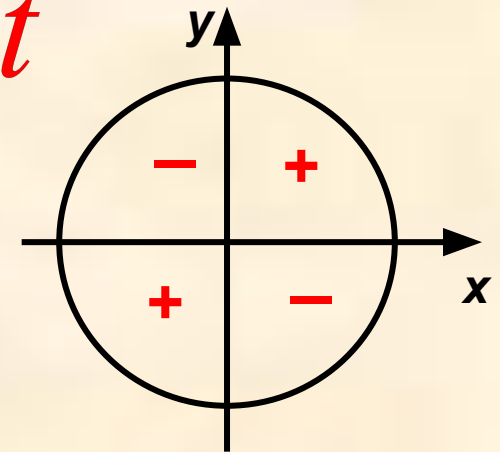
$$\sin t$$
$$\cos t$$



$$\operatorname{tgt} = \frac{\sin t}{\cos t}, \quad t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k,$$

$$\operatorname{ctgt} = \frac{\cos t}{\sin t}, \quad t \neq \pi k,$$

$\operatorname{tgt}, \operatorname{ctgt}$



?

# Свойства синуса, косинуса, тангенса и

## котангенса

$$\cos(-t) = \cos t,$$

$$\sin(-t) = -\sin t,$$

$$\operatorname{tg}(-t) = -\operatorname{tg} t,$$

$$\operatorname{ctg}(-t) = -\operatorname{ctg} t.$$

$$\sin(t + \pi) = -\sin t,$$

$$\cos(t + \pi) = -\cos t,$$

$$\sin(t + 2\pi k) = \sin t,$$

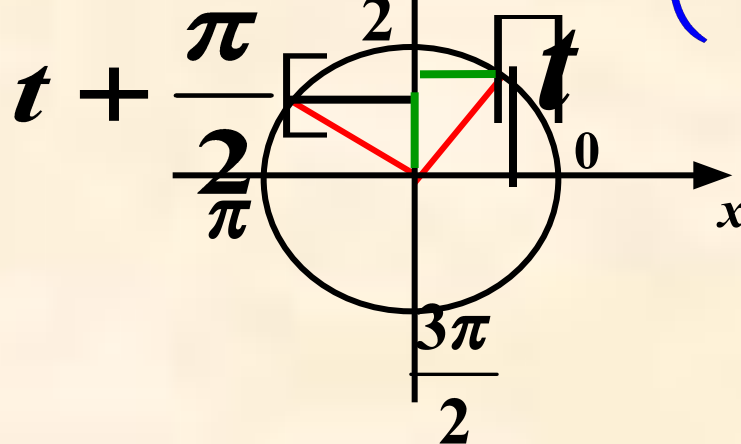
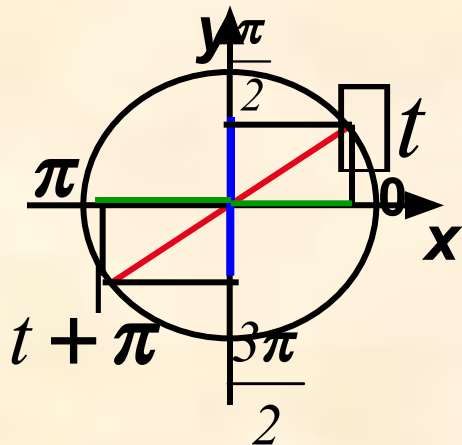
$$\cos(t + 2\pi k) = \cos t,$$

$$\operatorname{tg}(t + \pi) = \operatorname{tg} t,$$

$$\operatorname{ctg}(t + \pi) = \operatorname{ctg} t.$$

$$\sin\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos t,$$

$$\cos\left(t + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin t.$$



# Основные

**тригонометрические формулы**  
 $\sin^2 t + \cos^2 t = 1, \Rightarrow \sin^2 t = 1 - \cos^2 t,$

$$\cos^2 t = 1 - \sin^2 t.$$

$$\operatorname{tgt} = \frac{\sin t}{\cos t}, \quad t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\operatorname{ctgt} = \frac{\cos t}{\sin t}, \quad t \neq \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

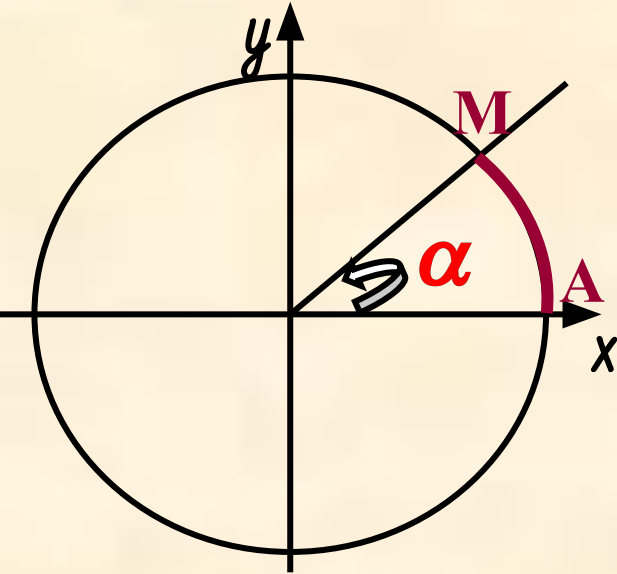
$$1 + \operatorname{tg}^2 t = \frac{1}{\cos^2 t}, \quad t \neq \frac{\pi}{2} + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 t = \frac{1}{\sin^2 t}, \quad t \neq \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$





# Связь между тригонометрическими функциями углового и числового аргумента



Длина дуги AM – числовой аргумент,  
угол  $\alpha$  – угловой аргумент.

$$\frac{\alpha}{360^\circ} = \frac{t}{2\pi}, \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t = \frac{\pi\alpha}{180^\circ}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{180^\circ t}{\pi}$$



**Угол в 1 рад – это центральный угол, длина дуги которого равна радиусу окружности.**

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi}, \quad 1 \text{ рад} \approx 57,3^\circ$$

**Таким образом, в тригонометрии независимую переменную мы можем считать числовым аргументом или угловым аргументом.**

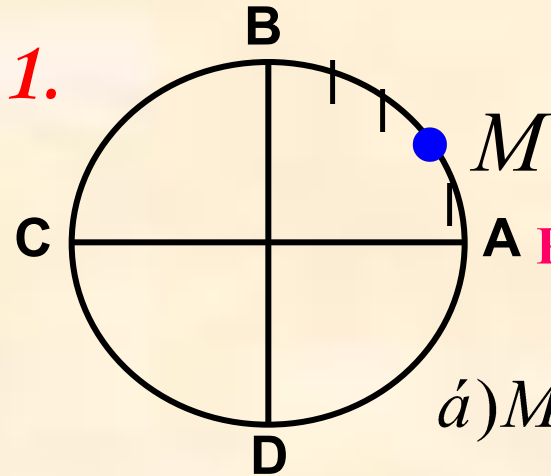


# Значения тригонометрических

функций

	$\frac{\pi}{6}$ 30°	$\frac{\pi}{4}$ 45°	$\frac{\pi}{3}$ 60°	$\frac{\pi}{2}$ 90°	$\pi$ 180°	$\frac{3\pi}{2}$ 270°
<i>sin</i>	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1
cos	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
tg	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-
ctg	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	-	0

# Тренировочные упражнения

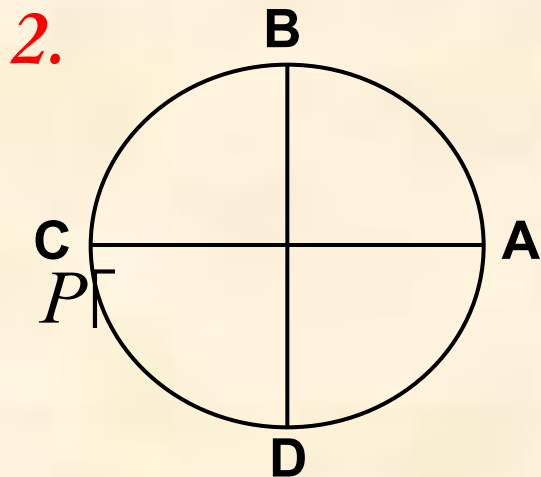


Точка  $M$  делит дугу  $AB$  в отношении  $2 : 3$ .  
найти длину дуг: а)  $AM$ ; б)  $MB$ ; в)  $DM$ ; г)  $MC$

**Решение:** а)  $AM = \frac{\pi}{2} : 5 \cdot 2 = \frac{\pi}{5}$ ;

б)  $MB = \frac{\pi}{2} : 5 \cdot 3 = \frac{3\pi}{10}$ ; в)  $DM = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{5} = \frac{7\pi}{10}$ ;

г)  $MC = \frac{3\pi}{10} + \frac{\pi}{2} = \frac{4\pi}{5}$ .



Точка  $P$  делит третью четверть в отношении  $1 : 5$ .  
Найдите длину дуги  $CP$ ,  $PD$ ,  $AP$ .

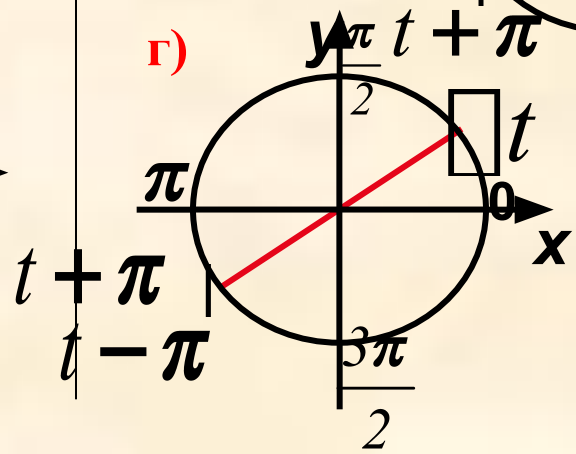
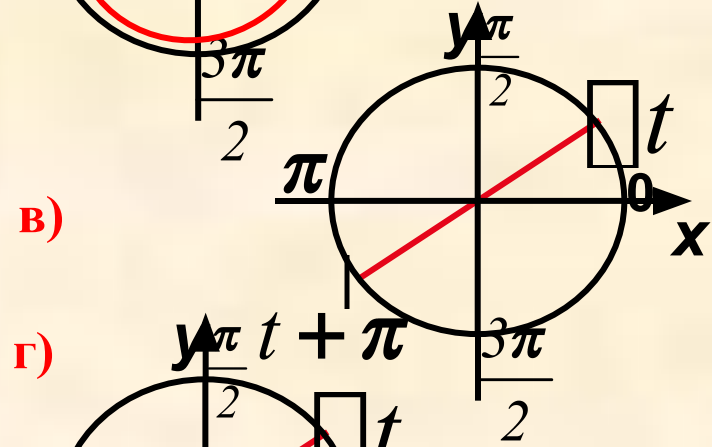
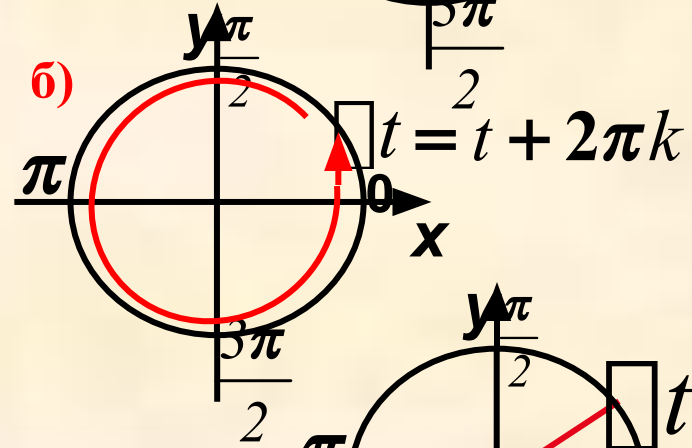
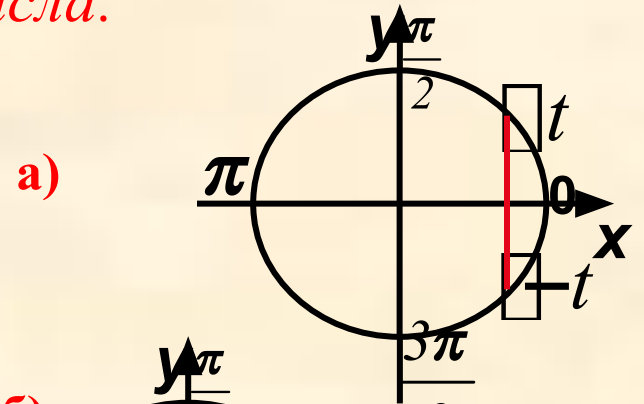
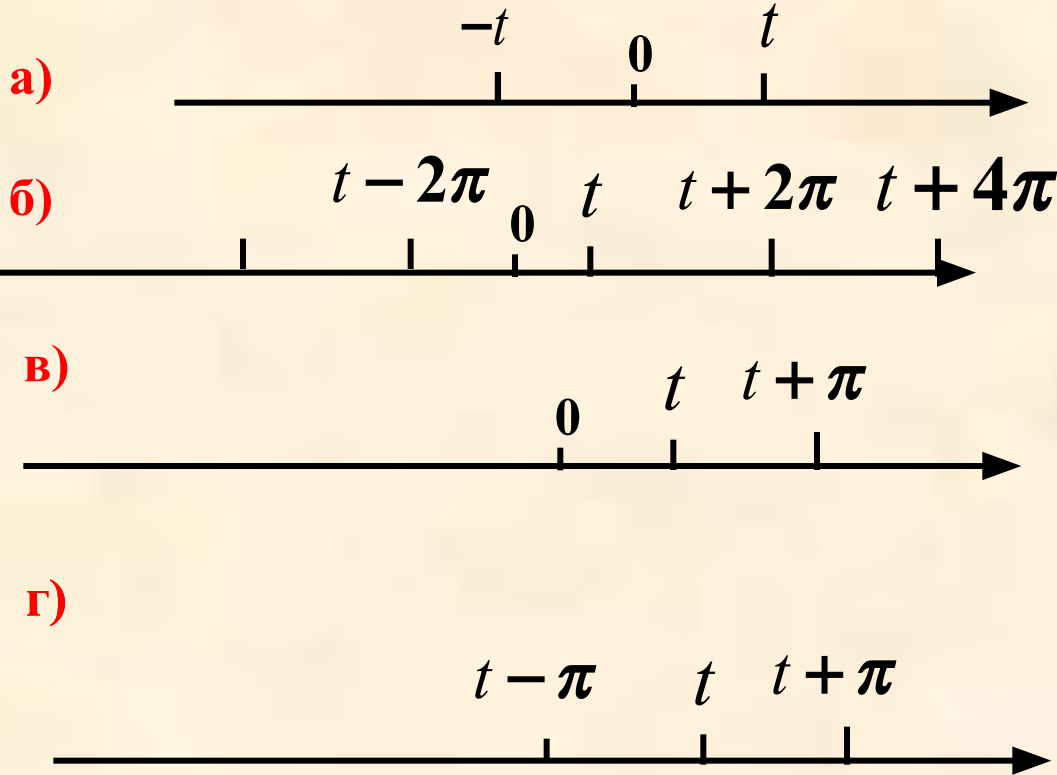
**Ответ:**  $CP = \frac{\pi}{12}$ ;  $PD = \frac{\pi}{12} \cdot 5 = \frac{5\pi}{12}$

$AP = \pi + \frac{\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}$

3. Отметить на числовой окружности числа:

$$\frac{7\pi}{6}; \frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{4}; -\frac{\pi}{4}; -\frac{5\pi}{3}; \frac{25\pi}{4}; -\frac{25\pi}{6}.$$

4. №17.



# Итог урока

- Числовая окружность, радиус, четверти. Длина окружности. Положительное и отрицательное направление обхода.
- Имена точек на числовой окружности. Какие декартовы координаты им соответствуют.
- Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Знаки, значения.
- Формулы, выражающие свойства тригонометрических функций.
- Связь между тригонометрическими функциями числового и углового аргумента.
- Д/з. § 1 – 7 № 12, 15, 16(в, г), 23, 24(а, г), 55.