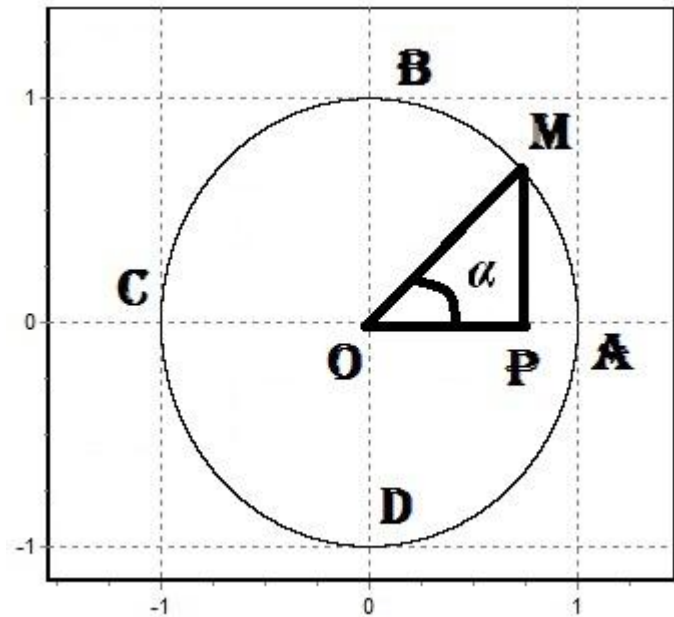


Занимательная математика

АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА, 10 КЛАСС.

УРОК НА ТЕМУ:
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКАЯ
ФУНКЦИЯ УГЛОВОГО
АРГУМЕНТА.



Тригонометрическая функция углового аргумента.

ЧТО БУДЕМ ИЗУЧАТЬ:

Вспомним геометрию.

Определение.

Градусная мера угла.

Радианная мера угла.

Что такое радиан?

Примеры.

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Вспомним геометрию.

Ребята, в наших функциях:

$$y = \sin(t), y = \cos(t), y = \operatorname{tg}(t), y = \operatorname{ctg}(t)$$

Переменная t может принимать не только числовые значения, то есть быть числовым аргументом, но ее можно рассматривать и как меру угла – угловой аргумент.

Давайте вспомним геометрию!

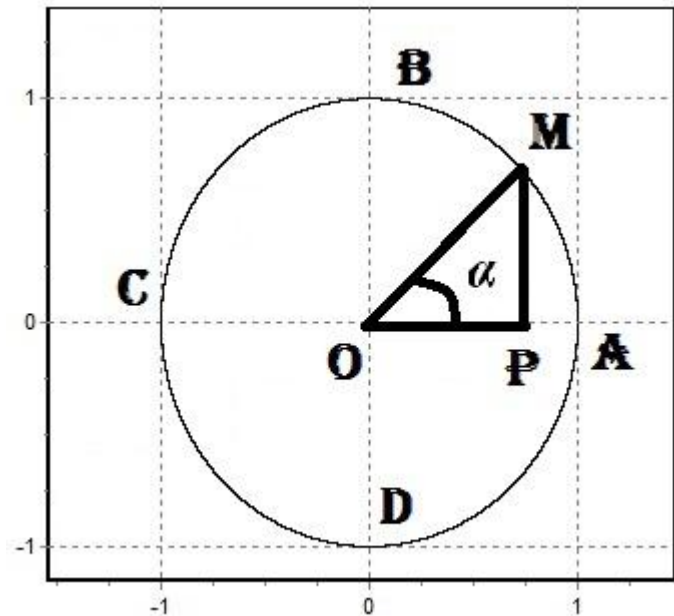
Как мы определяли синус, косинус, тангенс, котангенс там?

*Синус угла – отношение
противолежащего катета к гипотенузе.*

*Косинус угла – отношение прилежащего
катета к гипотенузе.*

*Тангенс угла – отношение
противолежащего катета к прилежащему.*

*Котангенс угла – отношение прилежащего
катета к противоположащему.*



Тригонометрическая функция углового аргумента.

Определение.

Давайте определим тригонометрические функции, как функции углового аргумента на числовой окружности :

С помощью числовой окружности и системы координат мы всегда с легкостью можем найти синус, косинус, тангенс и котангенс угла:

Поместим вершину нашего угла α в центр окружности, т.е. в центр оси координат, и расположим одну из сторон так, чтобы она совпала с положительным направлением оси абсцисс (OA)

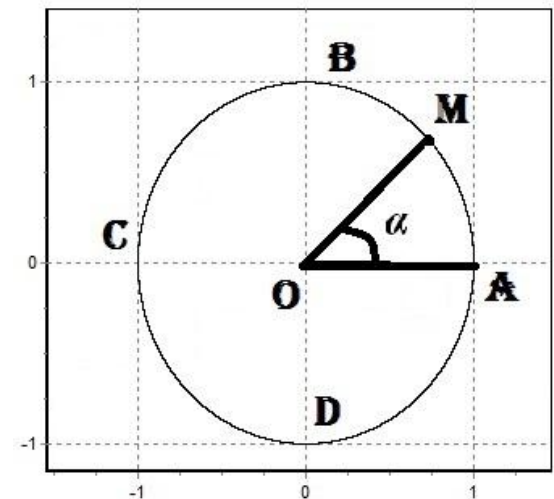
Тогда вторая сторона пересект числовую окружность в точке M.

Ордината точки M: синус угла α

Абсцисса точки M: косинус угла α

Заметим, что длина дуги AM составляет такую же часть единичной окружности что и наш угол α от 360 градусов:

$$\frac{\alpha^\circ}{360^\circ} = \frac{t}{2\pi} \text{ где } t \text{ длина дуги AM}$$



Тригонометрическая функция углового аргумента.

Градусная мера угла.

Ребята мы получили формулу для определения градусной меры угла через длину дуги числовой окружности, давайте посмотрим внимательно на нее:

$$\frac{\alpha^{\circ}}{360^{\circ}} = \frac{t}{2\pi} \quad \longrightarrow \quad t = \frac{\pi\alpha^{\circ}}{180^{\circ}}$$

Тогда запишем тригонометрические функции в виде:

$$\sin(\alpha^{\circ}) = \sin(t) = \sin\left(\frac{\pi\alpha^{\circ}}{180^{\circ}}\right) \quad \cos(\alpha^{\circ}) = \cos(t) = \cos\left(\frac{\pi\alpha^{\circ}}{180^{\circ}}\right)$$

Например:

$$\sin(30^{\circ}) = \sin\left(\frac{\pi \times 30^{\circ}}{180^{\circ}}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right) \quad \cos(60^{\circ}) = \cos\left(\frac{\pi \times 60^{\circ}}{180^{\circ}}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Радийная мера угла.

Говорят, что α° - это градусная мера угла, а $\frac{\pi\alpha^\circ}{180^\circ}$ - радианная мера угла, то есть:

$$\alpha^\circ = \frac{\pi\alpha^\circ}{180^\circ} \text{ рад.}$$

**При вычислении градусной или радианной меры угла
следует запомнить! :**

$$1^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}$$

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi}$$

Например:

$$140^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \times 140^\circ = \frac{7\pi}{9} \text{ рад}$$

$$\frac{5\pi}{12} \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} \times \frac{5\pi}{12} = 75^\circ$$

Кстати! Обозначение рад. можно опускать!

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Что такое радиан?

*Дорогие друзья мы с вами с толкнулись с новым понятием - **Радиан**.*

Так что же это такое?

Существуют различные меры длины, времени, веса например: метр, километр, секунда, час, грамм, килограмм и другие. Так вот Радиан – эта одна из мер угла. Стоит рассматривать центральные углы, то есть расположенные в центре числовой окружности.

Угол в 1 градус – это центральный угол опирающийся на дугу равную 1/360 части длины окружности

Угол в 1 радиан - это центральный угол опирающийся на дугу равную 1 в единичной окружности, а в произвольной окружности на дугу равную радиусу окружности.

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{180^\circ}{3,14} \approx 57,3^\circ$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Примеры

$$\mathit{tg}(20^\circ) = \mathit{tg}\left(\frac{\pi \times 20^\circ}{180^\circ}\right) = \mathit{tg}\left(\frac{\pi}{9}\right)$$

$$\mathit{ctg}(90^\circ) = \mathit{ctg}\left(\frac{\pi \times 90^\circ}{180^\circ}\right) = \mathit{ctg}\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\mathit{sin}(120^\circ) = \mathit{sin}\left(\frac{\pi \times 120^\circ}{180^\circ}\right) = \mathit{sin}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\mathit{cos}(140^\circ) = \mathit{cos}\left(\frac{\pi \times 140^\circ}{180^\circ}\right) = \mathit{cos}\left(\frac{7\pi}{9}\right)$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Примеры перевода из градусной меры угла в радианную, и
наоборот

$$150^{\circ} = \frac{\pi \times 150^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{5\pi}{6}$$

$$270^{\circ} = \frac{\pi \times 270^{\circ}}{180^{\circ}} = \frac{3\pi}{2}$$

$$\frac{5\pi}{3} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \times \frac{5\pi}{3} = 300^{\circ}$$

$$\frac{5\pi}{18} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \times \frac{5\pi}{18} = 50^{\circ}$$

Тригонометрическая функция углового аргумента.

Задачи для самостоятельного решения.

1) Найти радианную меру углов:

а) 55° б) 450° в) 15°

2) Найти градусную меру углов:

а) 3π б) $\frac{\pi}{10}$ в) $\frac{7\pi}{18}$

3) Найти:

а) $\sin(150^\circ)$ б) $\cos(45^\circ)$ в) $\operatorname{tg}(120^\circ)$