

Тригонометр

Тригонометрические уравнения

Функция $y = \sin x$, график и свойства.

1) $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2) $E(y) = [-1; 1]$ ограничена

3) $y_{\text{наим}} = -1$

$y_{\text{наиб}} = 1$

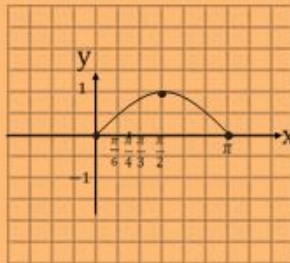
4) $\sin(-x) = -\sin x$
нечётная

5) Возрастает на $[0; \frac{\pi}{2}]$

Убывает на $[\frac{\pi}{2}; \pi]$

6) Периодичная

$T = 2\pi$



Функция $y=\sin x$, график и свойства.

1) $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2) $E(y) = [-1; 1]$ ограничена

3) $y_{\text{наим}} = -1$

$y_{\text{наиб}} = 1$

4) $\sin(-x) = -\sin x$

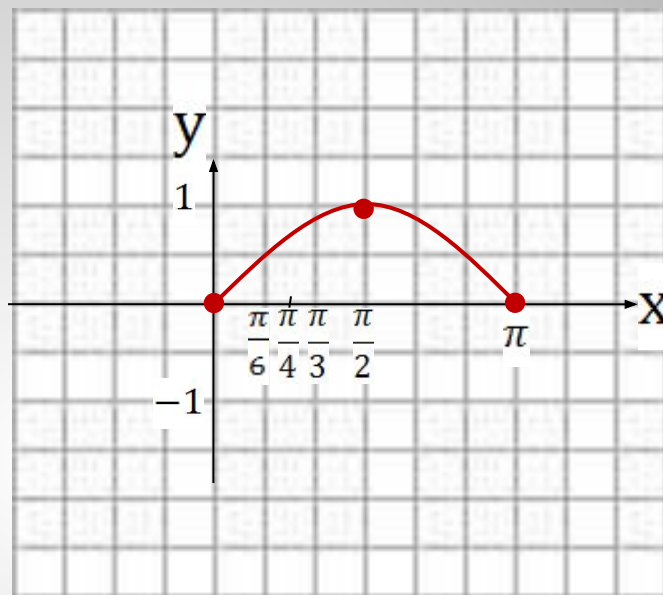
нечётная

5) Возрастает на $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$

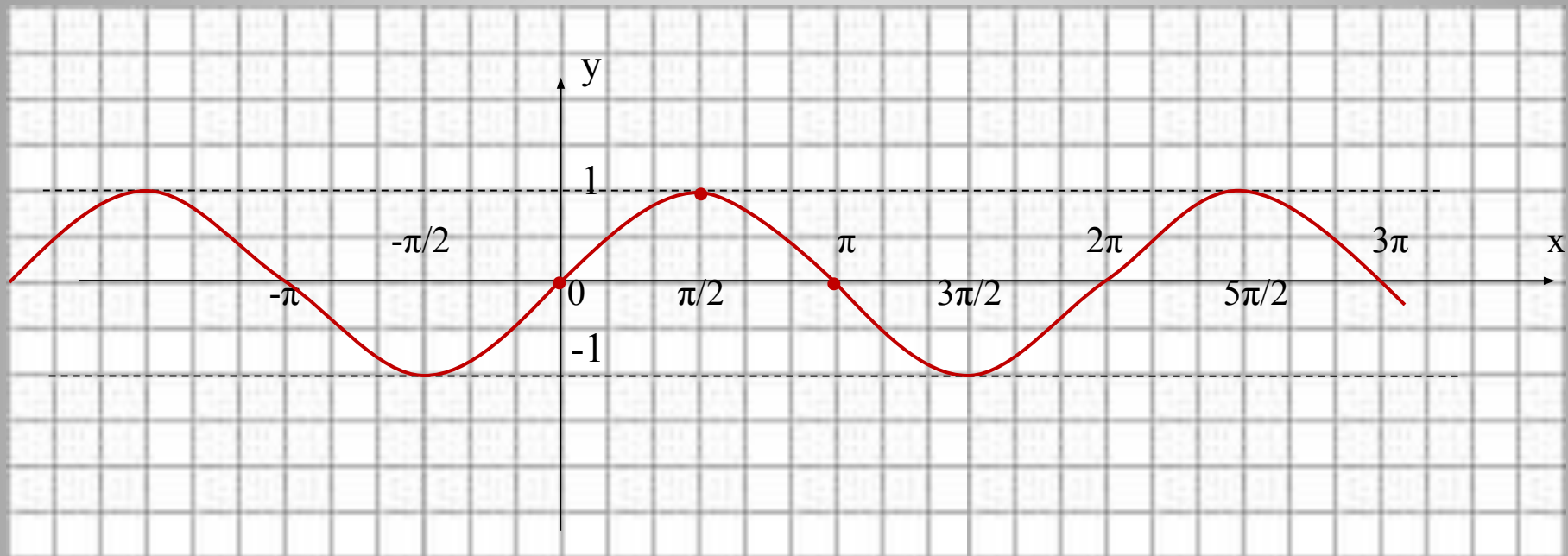
Убывает на $\left[\frac{\pi}{2}; \pi\right]$

6) Периодична

$T = 2\pi$

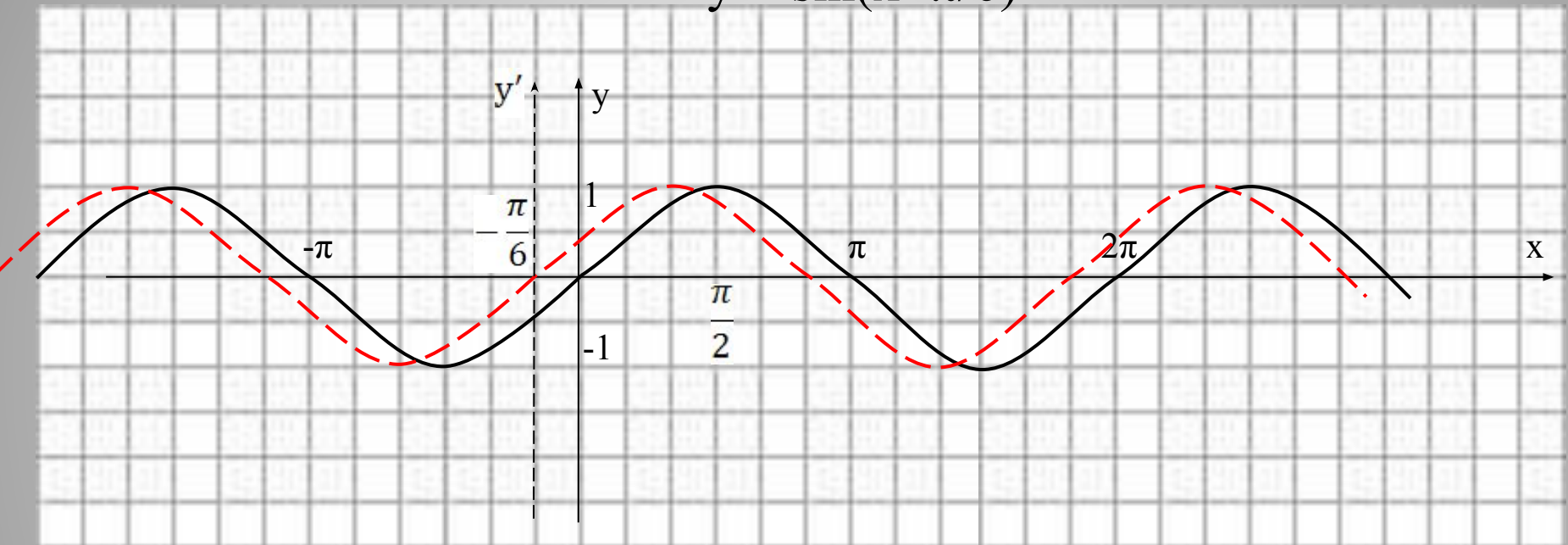


Синусоида



$$y = \sin(x+a)$$

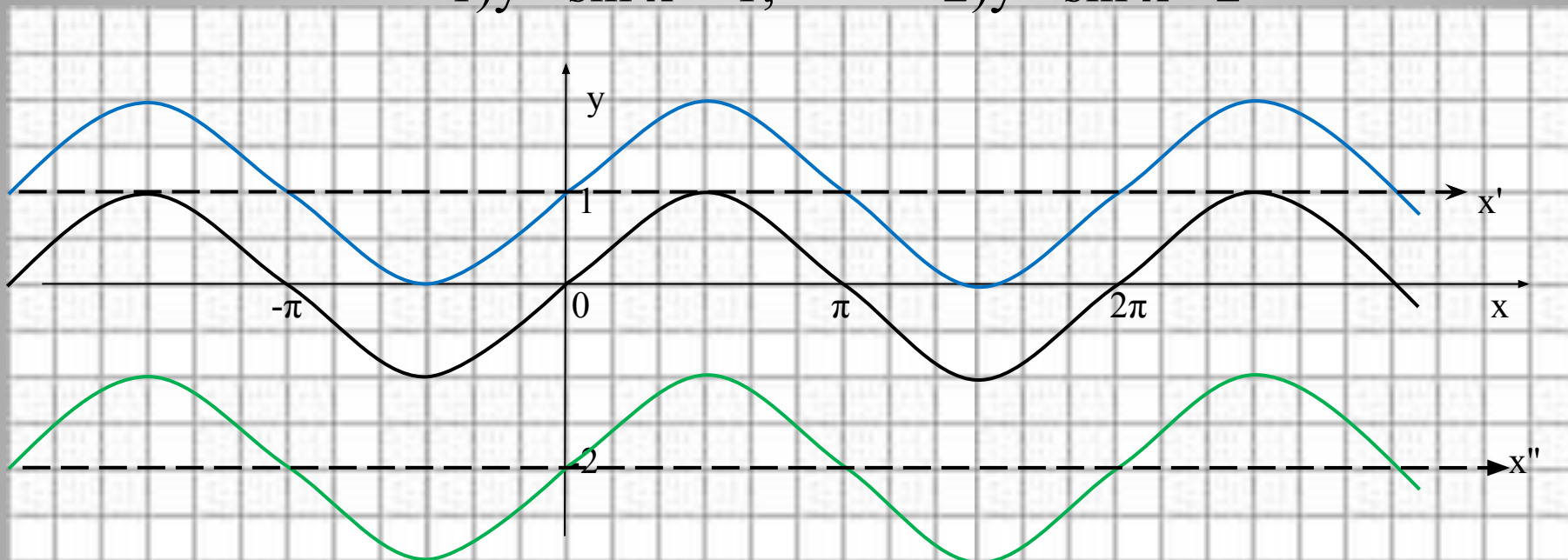
• $y = \sin(x+\pi/6)$



$$y = \sin x + a$$

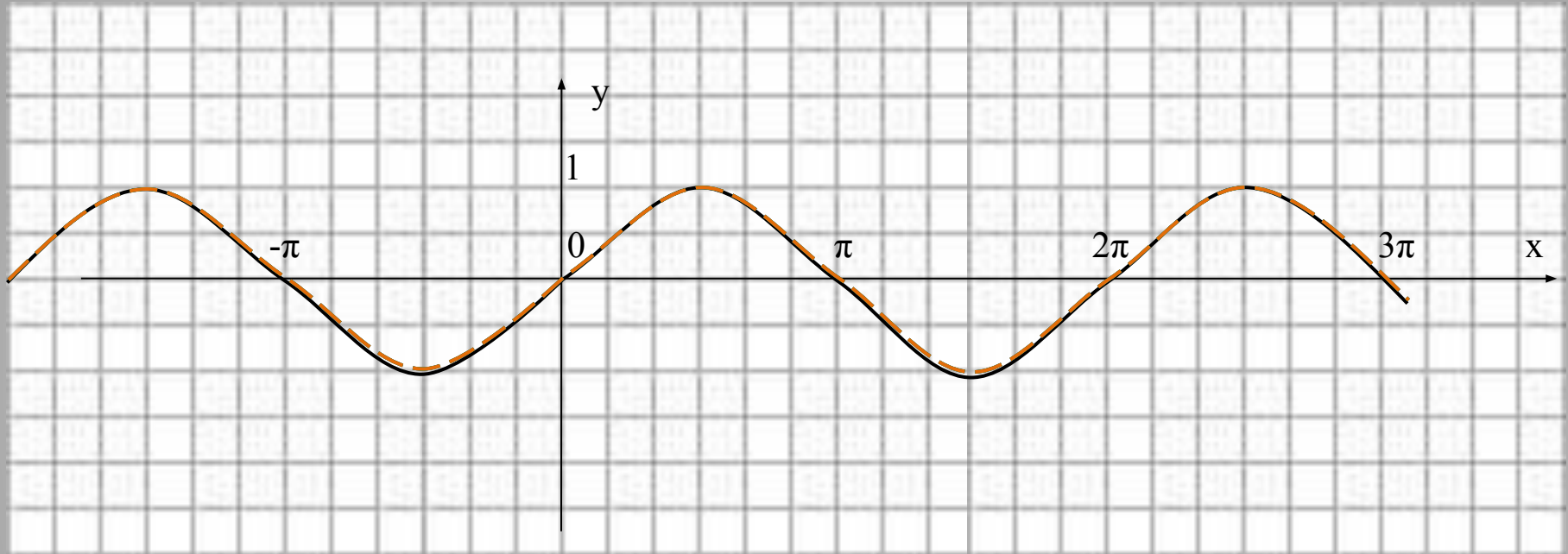
$$1) y = \sin x + 1;$$

$$2) y = \sin x - 2$$



Построение графиков $y = \sin(x+m) + n$

1) $y = \sin x$; 2) $y = \sin(x + \pi/6)$; 3) $y = \sin(x - \pi/3)$; 4) $y = \sin x + 1$; 5) $y = \sin x - 3/2$



Функция $y = \cos x$, её свойства и график.

1) $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2) $E(y) = [-1; 1]$ ограничена

3) $y_{\text{наим}} = -1$
 $y_{\text{наиб}} = 1$

4) $\cos(-x) = \cos x$

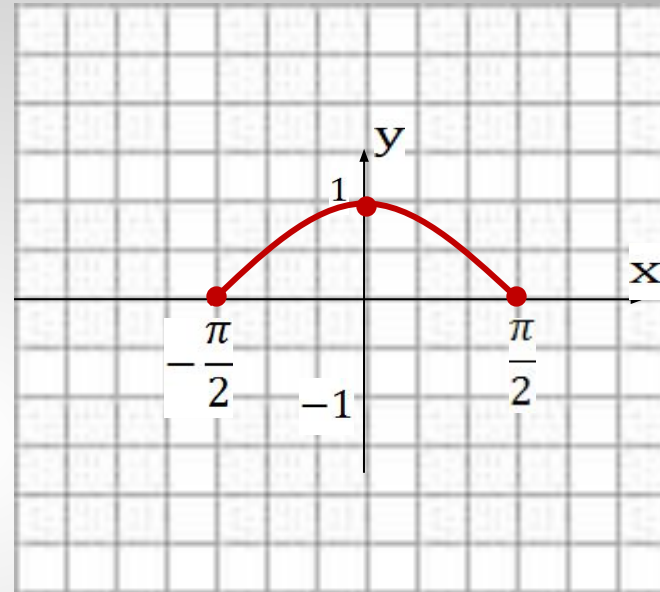
чётная

5) Возрастает на $[-\frac{\pi}{2}; 0]$

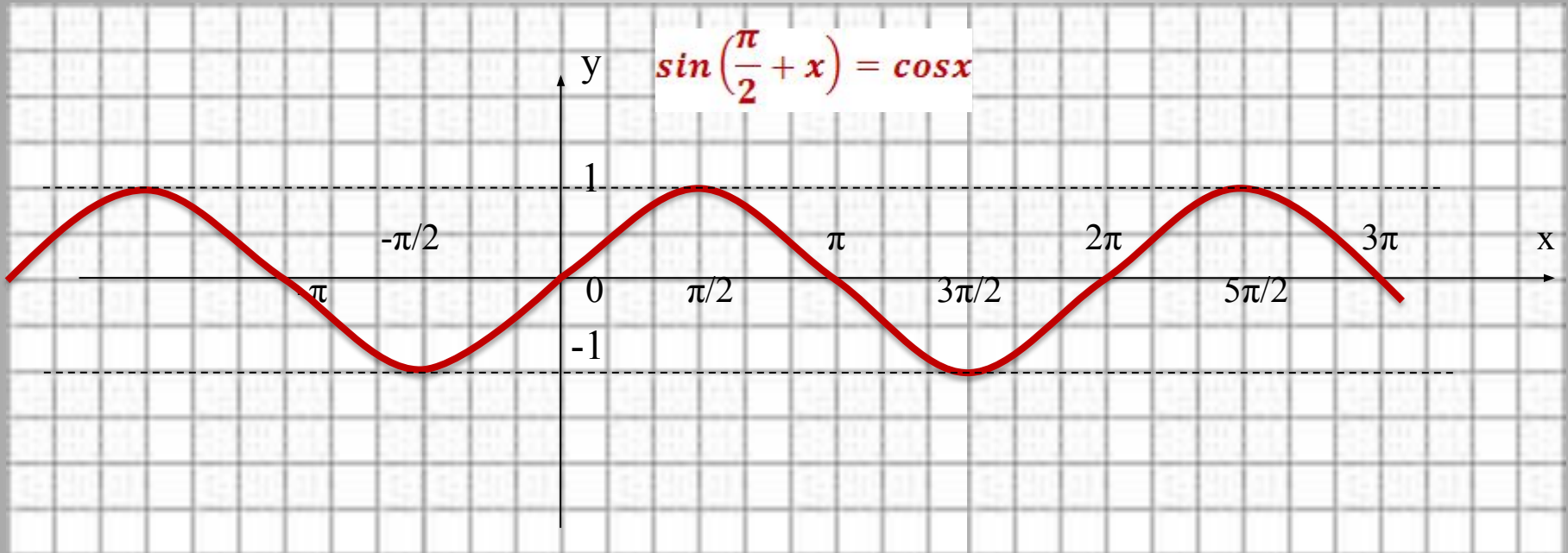
Убывает на $[0; \frac{\pi}{2}]$

6) Периодична

$T = 2\pi$

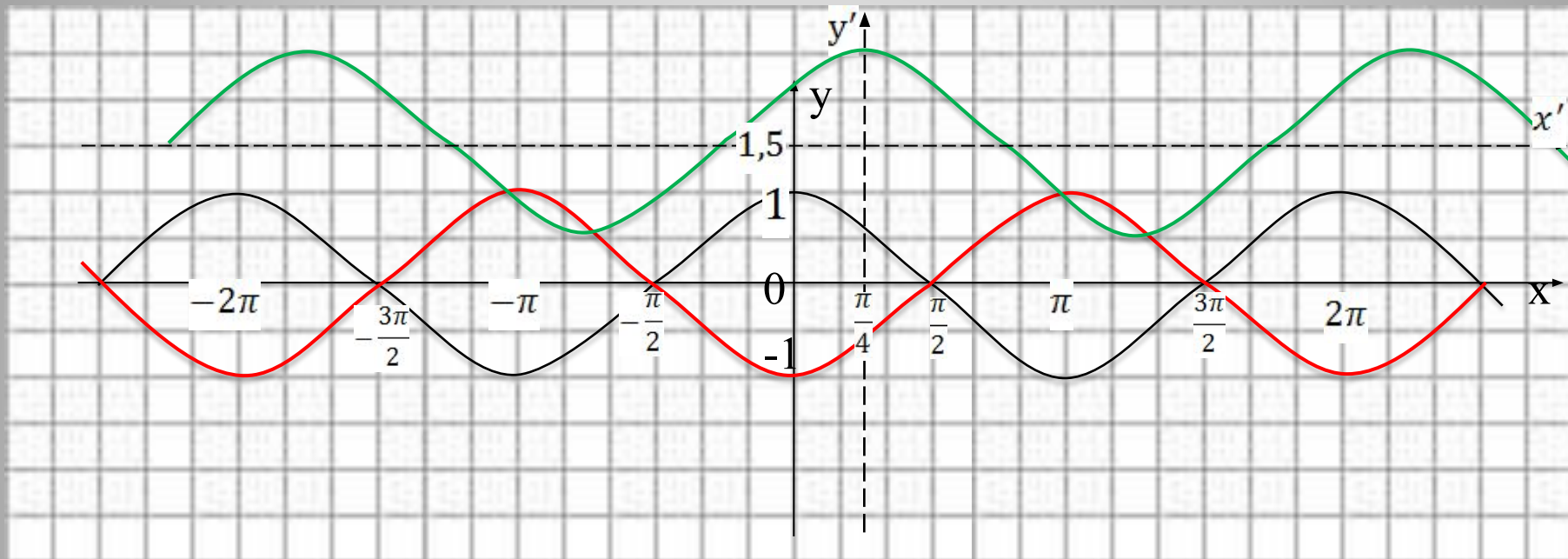


$$y = \cos x$$

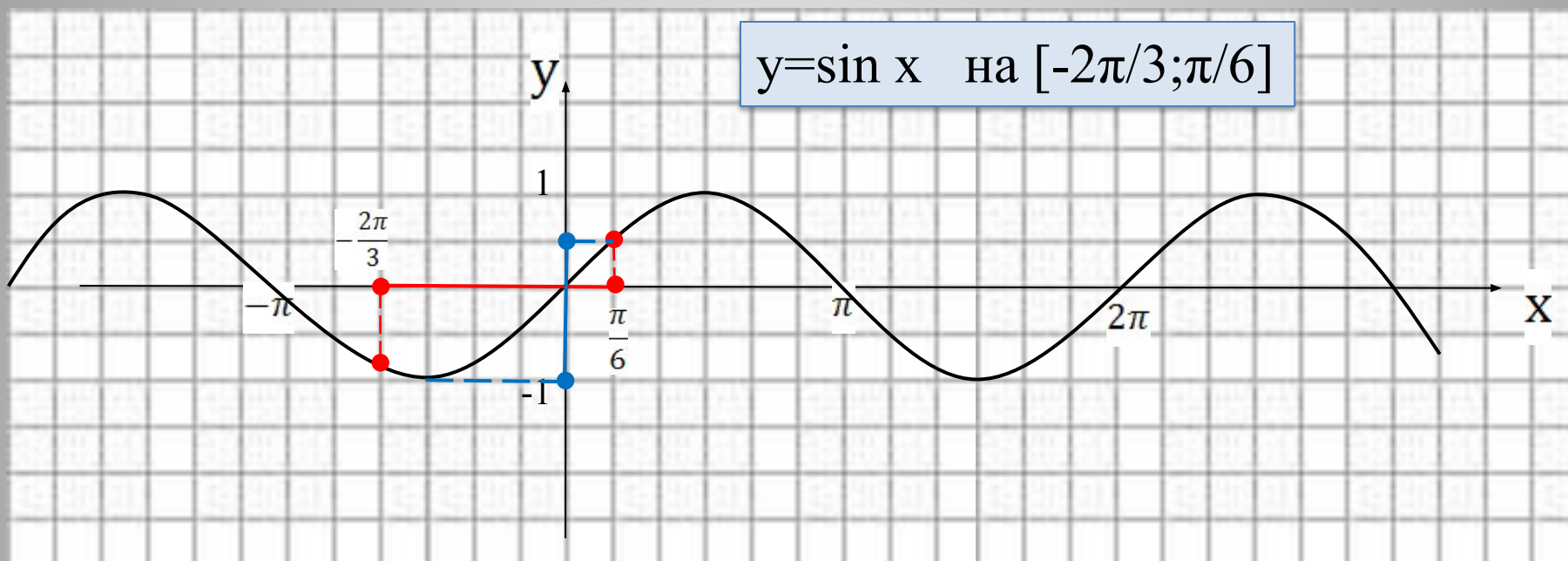


Построение графиков $y = \cos(x+m)+n$

1) $y = -\cos x$; 2) $y = \cos(x - \pi/4) + 1,5$

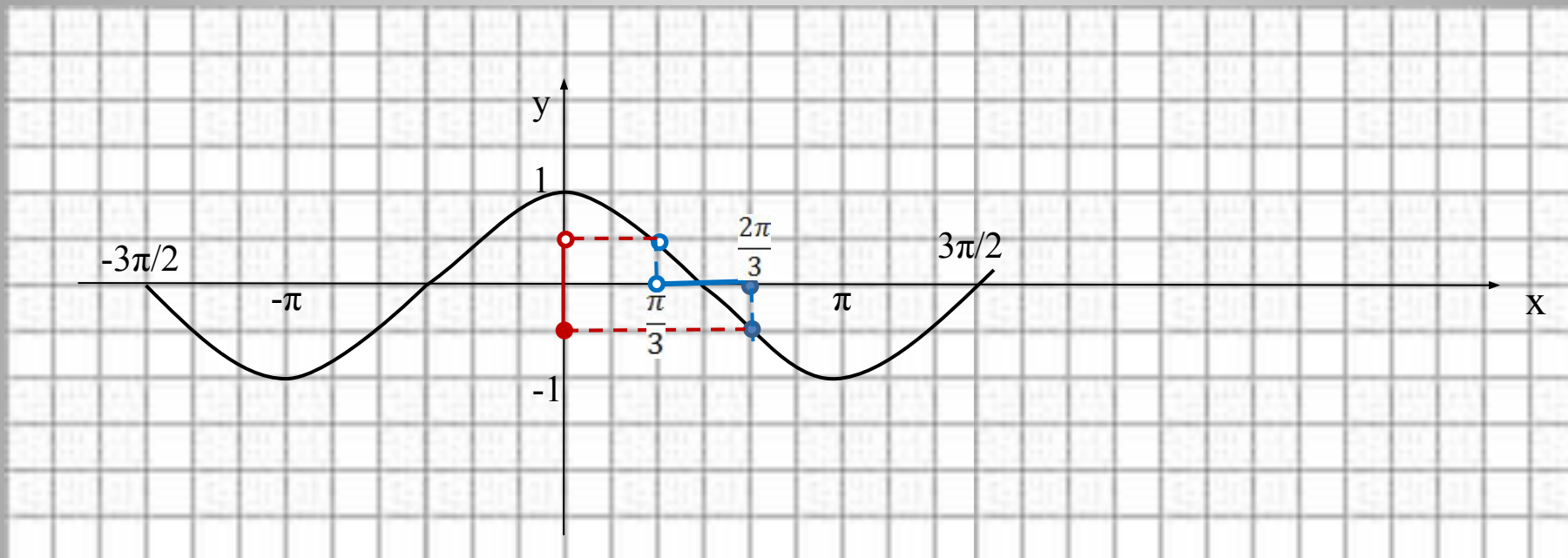


Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке



Ответ: $y_{\text{наим}} = -1$
 $y_{\text{наиб}} = \frac{1}{2}$

$$y = \cos x \text{ на } (\pi/3; 2\pi/3]$$



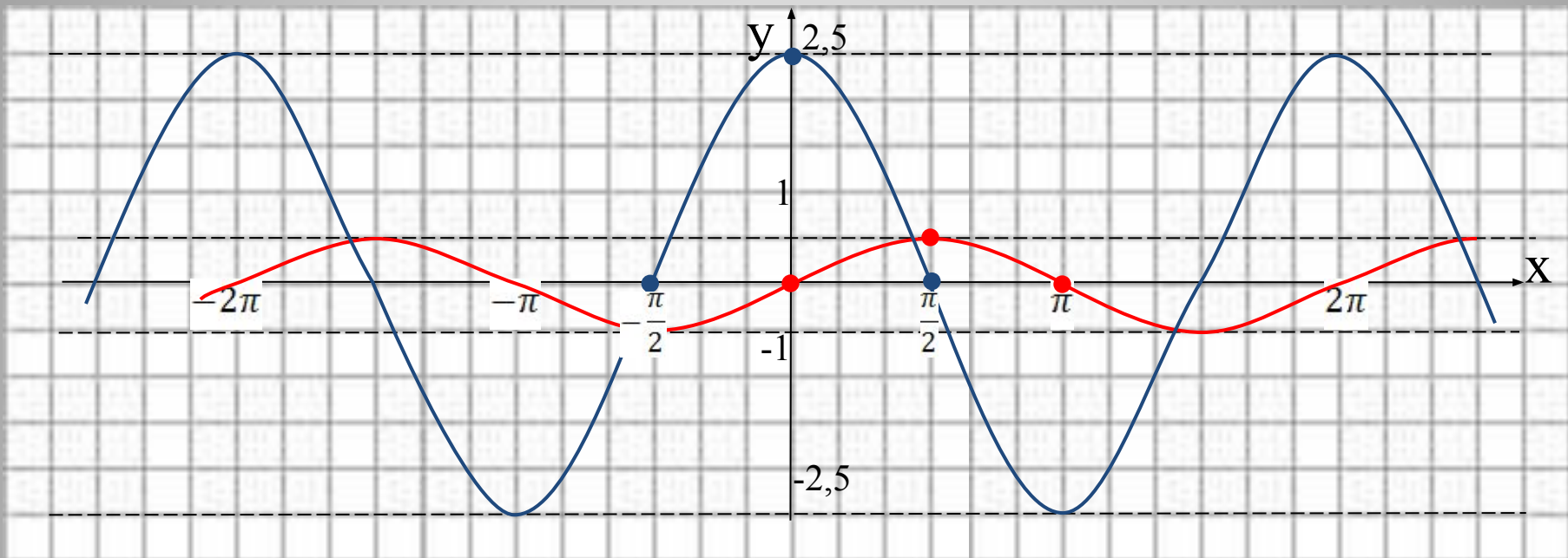
Ответ: $y_{\text{наиб}} = \text{не определен}$

$$y_{\text{наим}} = -\frac{1}{2}$$

Построение графиков $y=k \cdot \sin x$ и $y=k \cdot \cos x$.

1) $y=1/2 \sin x$;

2) $y=2,5 \cos x$.



Множество значений функции

Пример: $y = -9\cos(x + \pi/6) - 0,5$

$$-1 \leq \cos x \leq 1$$

$$-1 \leq \cos(x + \pi/6) \leq 1$$

$$-9 \leq -9\cos(x + \pi/6) \leq 9$$

$$-9,5 \leq -9\cos(x + \pi/6) - 0,5 \leq 8,5 \quad y \in [-9,5; 8,5]$$

1) $y = \sin x - 3;$

2) $y = \cos(x + \pi/3);$

3) $y = \sin(-2x + \pi) + 1;$

4) $y = 5\cos x;$

5) $y = -\sin x;$

6) $y = 1/2\cos x - 3;$

7) $y = -4\sin(x + 1) + 7;$

8) $y = \frac{3}{5}\cos x - \frac{3}{5};$

9) $y = -1 - \sin \frac{x}{2}.$

Функция $y = \operatorname{tg} x$, её свойства и график

1. $D(y) = (-\infty; +\infty)$

2. $E(y) = \left\{ \text{кроме } \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \right\}$

неограничена

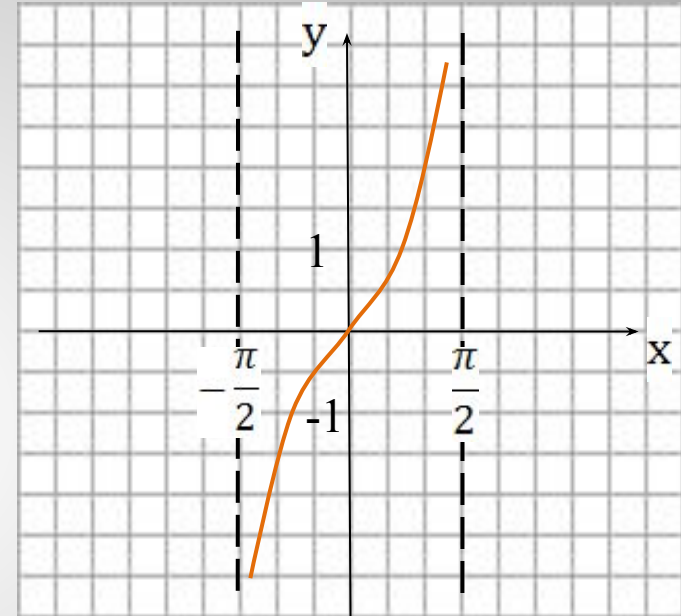
3. $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$

нечётная

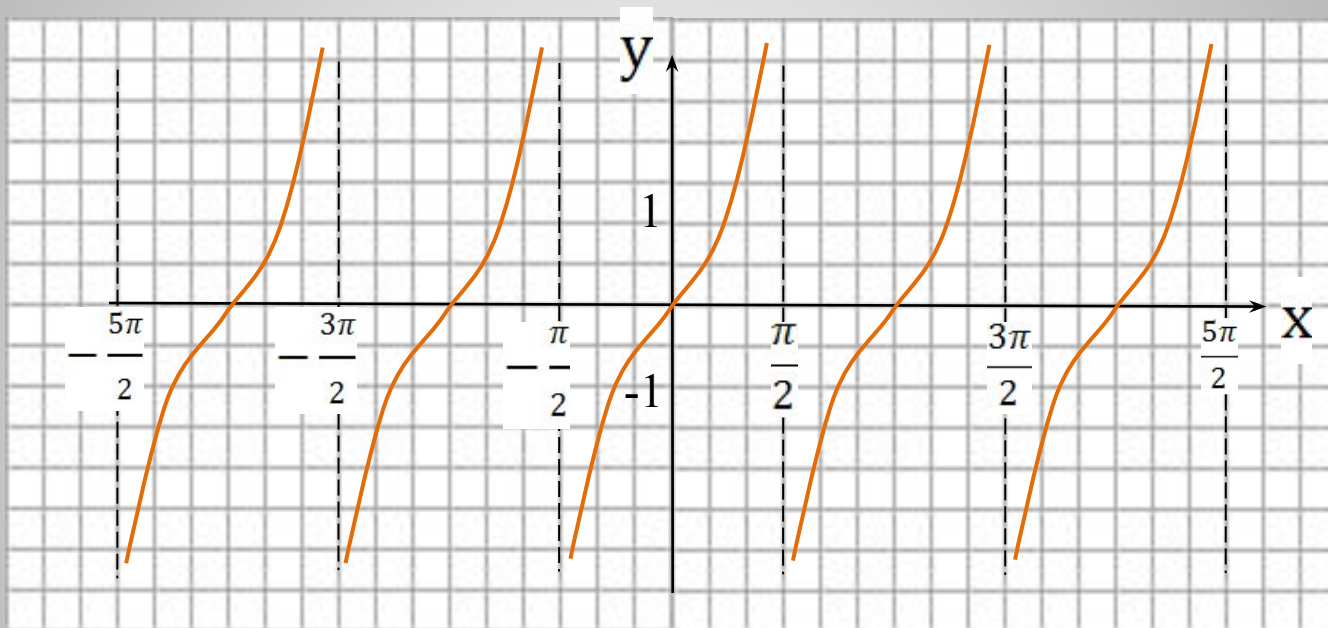
4. Возрастает на $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$

5. Периодическая

$$T = \pi$$

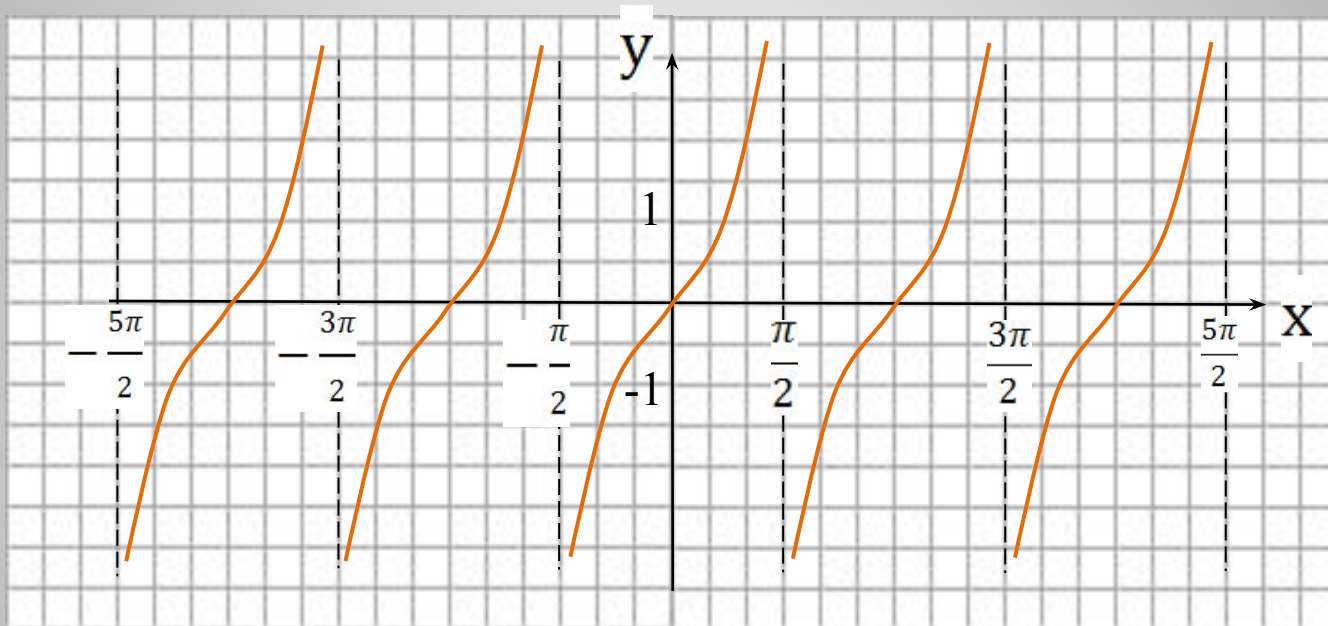


Тангенсоида



$$y = \operatorname{tg} x$$

$$y = \operatorname{tg}(x - \pi/2)$$



Периодичность

1) $x; x+T; x-T \in D(f)$

2) Если $y=f(x)$ периодичная с периодом $T_1 \neq 0$, то

$y=A \cdot f(kx+m)+B$ периодичная с периодом

$$T = \frac{T_1}{|k|}$$

Примеры:

1) $y=\sin 4x$

$$T_1=2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{|4|} = \frac{\pi}{2}$$

2) $y=-4\cos(x/3-1)+2$

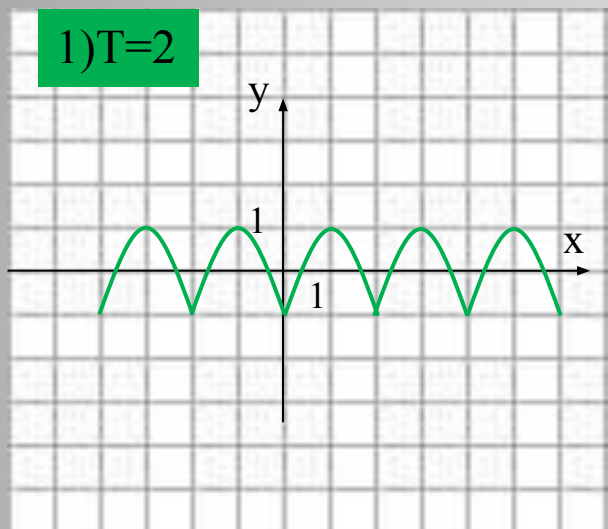
$$T_1=2\pi$$

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{1}{3}\right|} = 6\pi$$

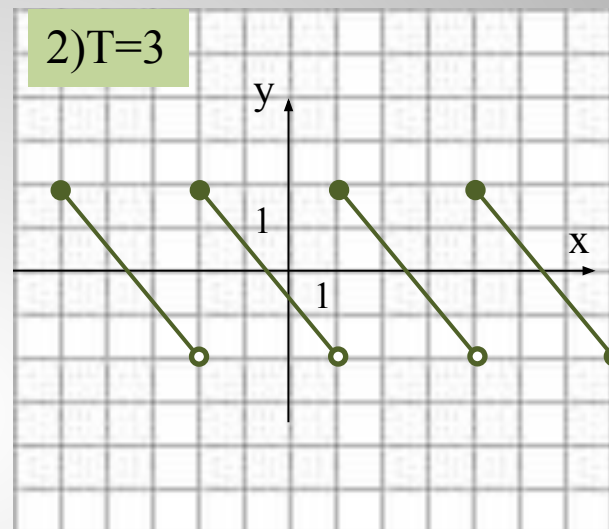
Построение графиков периодических функций

Дана функция $y = f(x)$. Построить её график, если известен период.

1) $T=2$



2) $T=3$



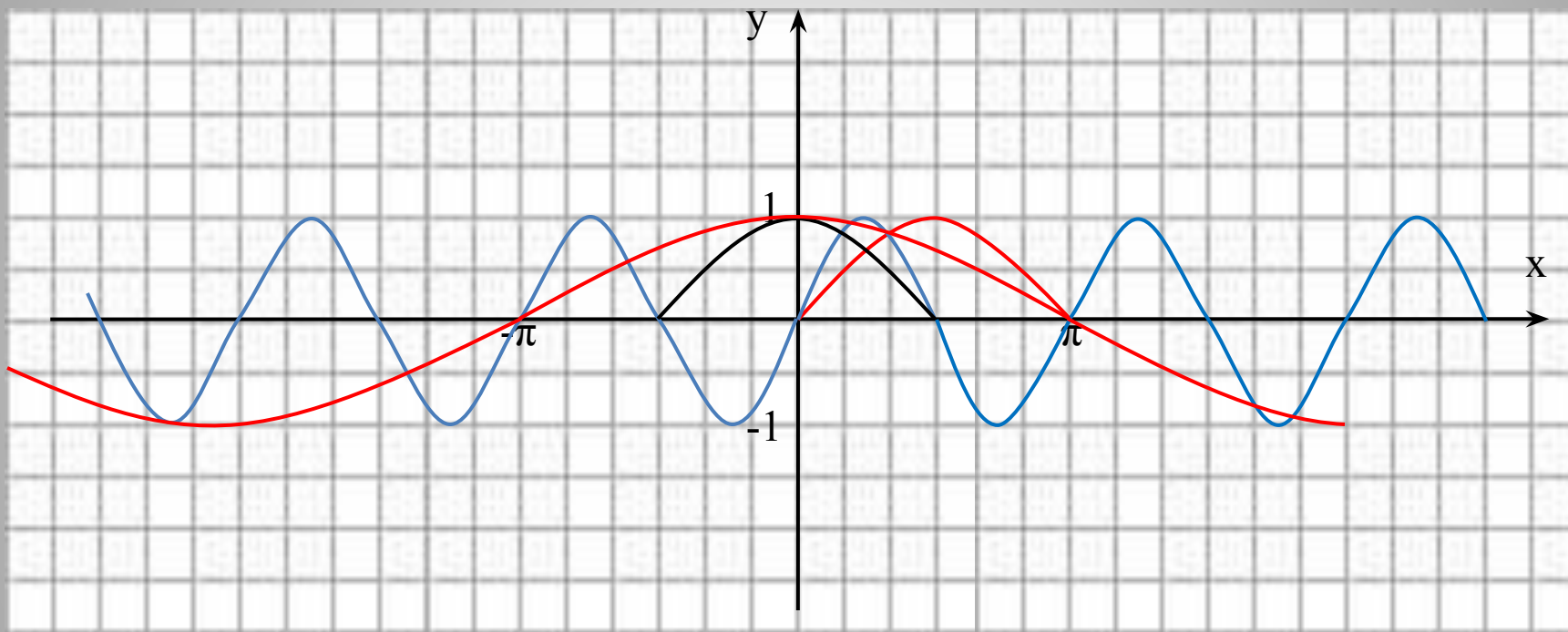
Построение графика $y = \sin(kx+m)$

$$y = \sin 2x$$

$$T = \pi$$

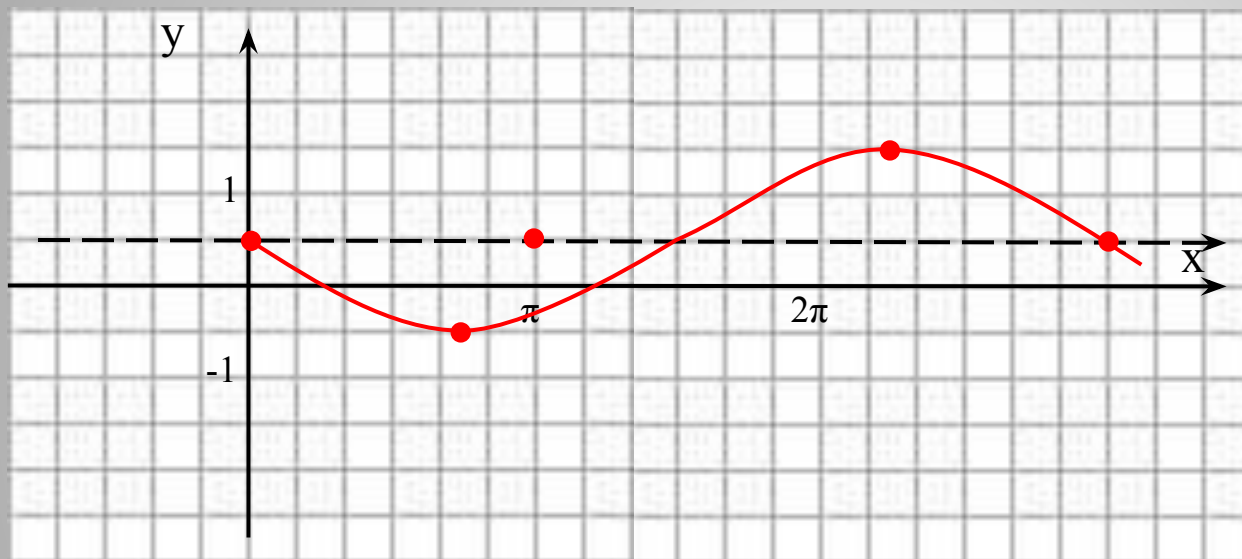
$$y = \cos(x/2)$$

$$T = 4\pi$$



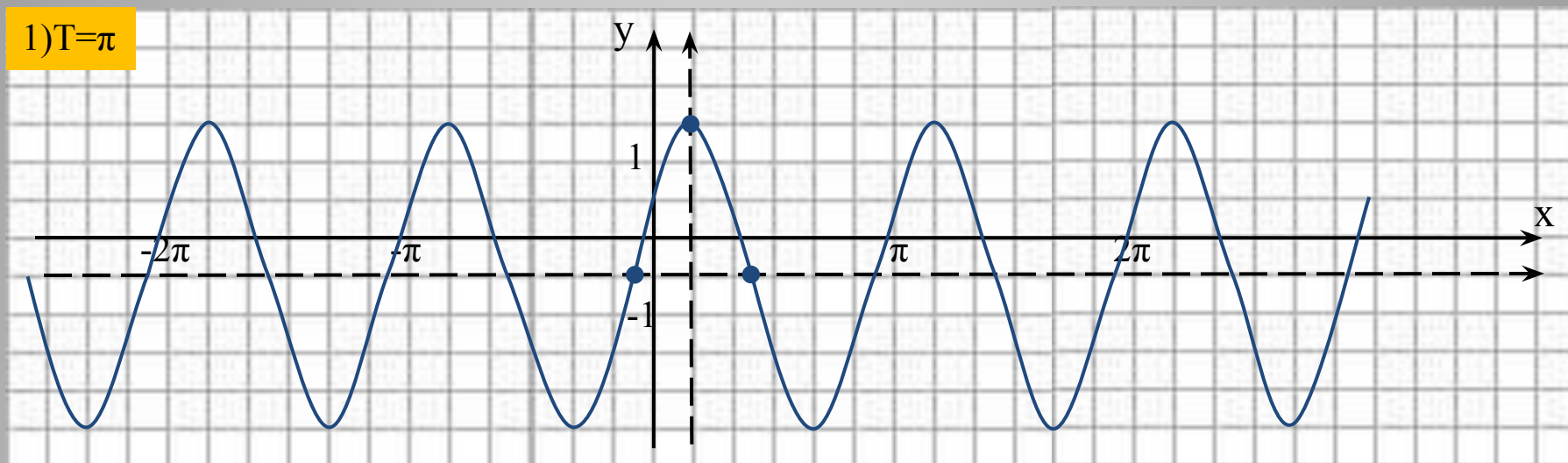
Графики $y=A \cdot f(k \cdot x+m)+B$.

$$y = -\sin \frac{2}{3}x + \frac{1}{2} \quad T=3\pi$$

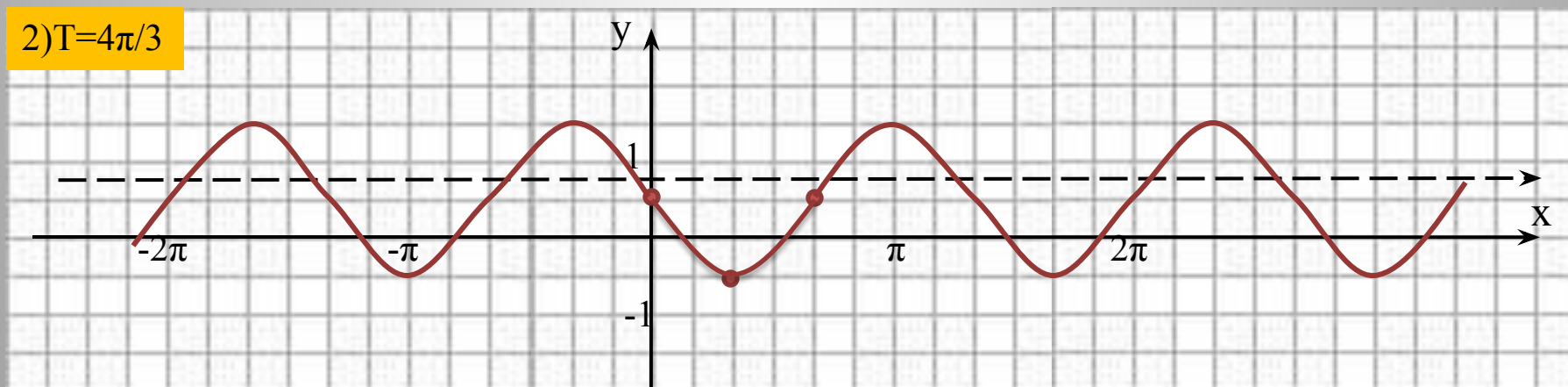


. Построить графики: 1) $y=2\cos(2x-\pi/3)-0,5$; 2) $y=-\sin 3/2x+1$

1) $T=\pi$



2) $T=4\pi/3$



3) Найти $D(f)$, $E(f)$, нули, промежутки монотонности этих функций.

4) Найти наибольшее и наименьшее значения функции на $[-\pi/3; 2\pi)$ для №2.