

# Тригонометрические уравнения и методы их решения

Краснооктябрьская средняя общеобразовательная школа, Республика  
Марий Эл  
Старикова Г.А., учитель высшей категории.

- «Великая книга природы открыта для нас, но научиться понимать ее можно лишь путем прилежания, любви, страданий. Язык этот-математика. Математика расцветает в результате практической деятельности.» (Л. Эйлер)



# Я хочу научиться на

## уроке

- Применять математические знания для поиска методов решения тригонометрических уравнений;
- выбирать приемы решения тригонометрических уравнений различными способами ;
- усовершенствовать навыки контроля;
- развить умение анализировать;
- получить возможность научиться составлять алгоритм решения уравнений с последовательным применением различных приемов и методов.



## Установите соответствие:

1  $\sin x = 0$

$$\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

2  $\cos x = -1$

$$2\pi k, k \in Z$$

3  $\sin x = 1$

$$\pi k, k \in Z$$

$$\frac{\pi}{2} + \pi k, k \in Z$$

4  $\cos x = 1$

$$-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$$

5  $\operatorname{tg} x = 1$

$$\pi + 2\pi k, k \in Z$$

6  $\sin x = -1$

$$\frac{\pi}{4} + \pi k, k \in Z$$

7  $\cos x = 0$



# Найди ошибку

$$\arcsin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (\text{Не определено})$$

$$\arccos\left(-\frac{1}{2}\right) = -\frac{\pi}{3} \quad \left(\frac{2\pi}{3}\right)$$

$$\arcsin 3 = \arcsin 1 \cdot 3 = \frac{\pi}{4} \cdot 3 = \frac{3\pi}{4} \quad (\text{Не существует})$$

$$\text{arctg } 1 = \text{arctg } \frac{\pi}{4} \quad \left(\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\text{arctg } (-\sqrt{3}) = -\frac{\pi}{6} \quad \left(\frac{3\pi}{4}\right)$$



# Тригонометрические уравнения

$$2\sin^2x - 3\sin x - 2 = 0$$

$$2\cos^2x - 5\cos x + 2 = 0$$

$$3\operatorname{tg}^2x + 2\operatorname{tg}x - 1 = 0$$

$$4\sin^2x - 4\cos x - 1 = 0$$

$$4\cos^2x + 4\sin x - 1 = 0$$

$$\sin 2x - \cos x = 0$$

$$\cos 7x - \cos x = 0$$

$$\sin x + \sin 5x = 0$$

$$2\cos^2x - \sin 2x = 0$$

$$2\operatorname{ctg}x \sin x + \cos 4x = 4\cos^2 \frac{1}{2}x - 1$$

$$\sin \frac{1}{4}\pi x = x^2 - 4x + 5$$

$$\cos x + 3\sin \frac{1}{2}x = -1$$


$$2\sin^2x + \cos 4x = 0$$

$$\cos^{2010} x + \sin^{2011} x = 1$$

$$\sin x \sin 5x = 1$$

$$\sin^2x - \frac{\sqrt{3}}{3} \sin 2x = \cos^2x$$



Задание: Метод замены переменной	Алгоритм решения	Конкретные шаги решения	Базовые знания
<p><math>\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x = 0</math></p> 	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Привести к одной функции.</li> <li>2. Привести подобные слагаемые.</li> <li>3. Ввести новую переменную и решить квадратное уравнение.</li> <li>4. Решить простейшее уравнение.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. <math>\cos^2 x - (1 - \cos^2 x) - \cos x = 0</math></li> <li>2. <math>\cos^2 x - 1 + \cos^2 x - \cos x = 0</math> <math>2 \cos^2 x - \cos x - 1 = 0</math></li> <li>3. Пусть <math>\cos x = z</math>, <math>2z^2 - z - 1 = 0</math>, отсюда <math>z_1 = 0</math>, <math>z_2 = -1/2</math></li> <li>4. <math>\cos x = 1</math>, отсюда <math>x = 2\pi n</math> или <math>\cos x = -1/2</math> и <math>x = \pm 2\pi/3 + 2\pi n</math>, <math>n \in \mathbb{Z}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основное тригонометрическое тождество <math>\sin^2 x + \cos^2 x = 1</math></li> <li>2. При приведении подобных слагаемых складываем коэффициенты.</li> <li>3. Решение квадратного уравнения <math>ax^2 + bx + c = 0</math> <math>D = b^2 - 4ac</math> <math>X = (-b \pm \sqrt{D})/2</math></li> <li>4. Решение простейших уравнений. <math>\cos x = a</math> <math>X = \pm \arccos a + 2\pi n</math> <math>(\sin x = a, x = (-1)^n \arcsin a + \pi n</math> и <math>\operatorname{tg} x = a \Rightarrow x = \arctg a + \pi n</math></li> </ol>

Задание: Метод замены переменной	Алгоритм решения	Конкретные шаги решения	Базовые знания
$2\cos^2 x + 2\sin x = 2,5$	<ol style="list-style-type: none"> <li>Привести к одной функции.</li> <li>Привести подобные слагаемые.</li> <li>Ввести новую переменную и решить квадратное уравнение.</li> <li>Решить простейшее уравнение.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>2(1 - \sin^2 x) + 2\sin x = 2,5</math></li> <li><math>2 - 2\sin^2 x + 2\sin x - 2,5 = 0</math> <math>-2\sin^2 x + 2\sin x - 0,5 = 0</math></li> <li>Пусть <math>\sin x = z</math>, <math>2z^2 - 2z - 0,5 = 0</math> отсюда <math>D = 0 \quad z = 0,5</math></li> <li><math>\sin x = 1/2</math>, отсюда <math>x = (-1)^n \pi/6 + \pi n</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Основное тригонометрическое тождество <math>\sin^2 x + \cos^2 x = 1</math></li> <li>При приведении подобных слагаемых складываем коэффициенты.</li> <li>Решение квадратного уравнения <math>ax^2 + bx + c = 0</math> <math>D = b^2 - 4ac \quad X = (-b \pm \sqrt{D})/2</math></li> <li>Решение простейших уравнений. <math>\cos x = a</math> <math>X = \pm \arccos a + 2\pi n</math> <math>(\sin x = a, x = (-1)^n \arcsin a + \pi n</math> и <math>\operatorname{tg} x = a \quad x = \operatorname{arctg} a + \pi n</math></li> </ol>





# НАШИ ДОСТИЖЕНИЯ НА УРОКЕ

- обобщили знания и отработали навыки решения тригонометрических уравнений различными способами,
- развили чувство самостоятельности и ответственности за качество своих знаний
- развили навыки самоконтроля, умений анализировать, составлять план или алгоритм решения уравнений
- получили интересную дополнительную информацию о дополнительных источниках информации с целью усовершенствования знаний.

# СПАСИБО ЗА СОТРУДНИЧЕСТВО!

- Знание есть сила, сила есть знание. -  
Френсис Бэкон;

