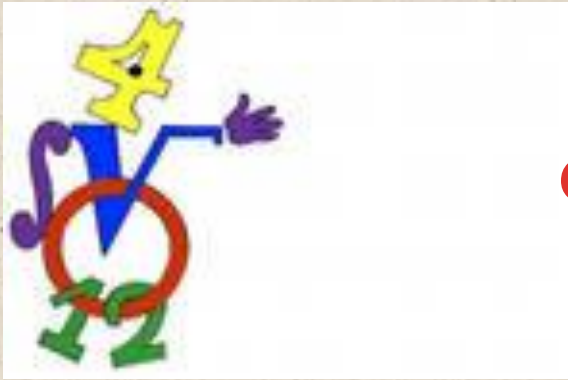


8 класс алгебра



АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ДРОБИ

5. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ.

ВОЗВЕДЕНИЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ДРОБЕЙ В СТЕПЕНЬ



Цели:



- ✓ Повторить правила **умножения, деления и возведения в степень** числовых дробей;
- ✓ Изучить алгоритм **умножения и деления** алгебраических дробей;
- ✓ Изучить **правила возведения в степень** алгебраической дроби.

Вспомним!

Умножении числовых дробей :

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d};$$

Деление числовых дробей :

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}.$$

Возведение числовых дробей в степень :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Примеры:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{15} = \frac{\overset{1}{\cancel{3}} \cdot \overset{1}{\cancel{4}}}{\underset{2}{\cancel{8}} \cdot \underset{5}{\cancel{15}}} = \frac{1}{2 \cdot 5} = \frac{1}{10}.$$

$$2\frac{2}{5} : 1\frac{1}{15} = \frac{12}{5} : \frac{16}{15} = \frac{12}{5} \cdot \frac{15}{16} = \frac{\overset{3}{\cancel{12}} \cdot \overset{3}{\cancel{15}}}{\underset{1}{\cancel{5}} \cdot \underset{4}{\cancel{16}}} =$$
$$= \frac{3 \cdot 3}{4} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}.$$

Изучение новой темы

Над алгебраическими дробями можно осуществлять преобразования аналогичные тем, которые указали для обыкновенной дроби.

Внимани

Прежде, чем выполнять умножение и деление алгебраических дробей, полезно их числители и знаменатели **разложить на множители** – это облегчит сокращение той алгебраической дроби,

Вспомним!

Правила сокращения дробей, выполнив несколько примеров.

Сократить дроби:

$$а) \frac{8a^2b^7}{12a^8c^5} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}} \cdot 2 \cdot \overset{1}{\cancel{a^2}} \cdot b^7}{\underset{1}{\cancel{4}} \cdot 3 \cdot \underset{1}{\cancel{a^2}} \cdot a^6 \cdot c^5} = \frac{2 \cdot b^7}{3 \cdot a^6 \cdot c^5} = \frac{2b^7}{3a^6c^5}.$$

$$б) \frac{3(a-b)^3}{21(b-a)^7} = -\frac{\overset{1}{\cancel{3}}(\overset{1}{\cancel{b-a}})^3}{\underset{7}{\cancel{21}}(b-a)^7} = -\frac{1}{7(b-a)^4}.$$

$$в) \frac{x^2 - 9}{x^4 + 3x^3} = \frac{(x-3)(x+3)^1}{x^3(x+3)^1} = \frac{(x-3)}{x^3}.$$

Рассмотрим пример 1:

$$\frac{5a^5 x^8}{7b^6} \cdot \frac{3a^3 b^4}{25x^2} =$$

$$= \frac{\cancel{5}^1 \cdot a^5 \cdot \cancel{x^2}^1 \cdot x^6 \cdot 3 \cdot a^3 \cdot \cancel{b^4}^1}{7 \cdot \cancel{b^4}_1 \cdot b^2 \cdot \cancel{25}_5 \cdot \cancel{x^2}_1} =$$

$$= \frac{\underline{a^5} \cdot x^6 \cdot 3 \cdot \underline{a^3}}{7 \cdot b^2 \cdot 5} = \frac{3a^8 x^6}{35b^2}.$$

Рассмотрим пример 2:

$$\frac{c^3 + 6c^2}{30c^8} \cdot \frac{36 - c^2}{25c^5 d^3} =$$

$$= \frac{c^2 (c + 6)}{30c^8} \cdot \frac{25c^5 d^3}{(6 - c)(6 + c)} =$$

$$= \frac{\overset{1}{\cancel{c^2}} (\overset{1}{\cancel{c}} + 6) \cdot \overset{5}{\cancel{25}} \overset{1}{\cancel{c^5}} d^3}{\underset{6}{\cancel{30}} \overset{8}{\cancel{c^8}} (\overset{1}{\cancel{6}} - \overset{1}{\cancel{c}}) (\overset{1}{\cancel{6}} + \overset{1}{\cancel{c}})} =$$

$$= \frac{5d^3}{6c(6 - c)}$$

Вспомним!

Свойства степени с натуральным показателем.

$$1) a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$2) a^n : a^m = a^{n-m};$$

$$3) (a^n)^m = a^{n \cdot m};$$

$$4) (ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$5) \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Например

$$(3a)^2 = 9a^2; \quad (2x^3)^4 = 16x^{12} \quad (-xy^2)^3 = -x^3y^6;$$
$$(-5a^7b)^2 = 25a^{14}b^2; \quad (x^2y^3z^4)^5 = x^{10}y^{15}z^{20};$$

Все **свойства степени**, которые известны, применимы и для алгебраической дроби.

$$\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \frac{x^3}{y^3}; \quad \left(\frac{2}{a^4}\right)^3 = \frac{8}{a^{12}};$$
$$\left(-\frac{3a}{b^3}\right)^3 = -\frac{27a^3}{b^9}; \quad \left(-\frac{x^2}{y^5}\right)^4 = \frac{x^8}{y^{20}}.$$

Рассмотрим пример 3:

$$\frac{(a+3)^4}{3a^3 - 6a^2} : \left(\frac{a^2 + 6a + 9}{a^2 - 4a + 4} \right)^2 =$$

$$= \frac{(a+3)^4}{3a^2(a-2)} : \left(\frac{(a+3)^2}{(a-2)^2} \right)^2 =$$

$$= \frac{(a+3)^4}{3a^2(a-2)} \cdot \left(\frac{(a-2)^2}{(a+3)^2} \right)^2 =$$

$$= \frac{\cancel{(a+3)}^1 \cdot (a-2)^{\cancel{4}_3}}{3a^2 \cdot \cancel{(a-2)}_1 \cdot \cancel{(a+3)}_1^4} = \frac{(a-2)^3}{3a^2}.$$

Рассмотрим пример

Рассмотрим решение сложной пропорции, в которой нужно выразить переменную x .

$$\frac{9 - 4a^2 - 4ab - b^2}{4a^2 + 2ab + 3b - 9} = \frac{3 + 2a + b}{x};$$

$$\frac{3^2 - (4a^2 + 4ab + b^2)}{(4a^2 - 9) + (2ab + 3b)} = \frac{3 + 2a + b}{x};$$

$$\frac{3^2 - (2a + b)^2}{(4a^2 - 9) + b(2a + 3)} = \frac{3 + 2a + b}{x};$$

$$\frac{\underline{3^2 - (2a + b)^2}}{\underline{(4a^2 - 9) + b(2a + 3)}} = \frac{3 + 2a + b}{x};$$

$$\frac{(3 - 2a + b)(3 + 2a + b)}{(2a - 3)(\underline{2a + 3}) + b(\underline{2a + 3})} = \frac{3 + 2a + b}{x};$$

$$\frac{(\underline{3 - 2a - b})(3 + 2a + b)}{(2a + 3)(\underline{2a - 3 + b})} = \frac{3 + 2a + b}{x};$$

$$-\frac{(\cancel{2a-3}^1+b)(3+\cancel{2a}^1+b)}{(2a+3)(\cancel{2a-3}^1+b)} = \frac{\cancel{3+2a}^1+b}{x};$$

$$-\frac{1}{2a+3} = \frac{1}{x};$$

$$x = -(2a+3).$$

Ответ $x = -(2a+3)$.

Ответить на вопросы:

1. Как выполнить умножение числовых дробей?
2. Как выполнить деление числовых дробей?
3. Запишите свойства степеней (при $a, b > 0$).
4. Сформулируйте основное свойство алгебраической дроби.
5. Сформулируйте и запишите правила умножения, деления и возведения в степень алгебраических дробей.