

Логические законы и правила преобразования логических выражений

Пример 1. Упростить логическое выражение: $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$

Воспользуемся правилом дистрибутивности и вынесем за скобки A :

$$(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) = A \wedge (B \vee \neg B).$$

По закону исключенного третьего $B \vee \neg B = 1$, следовательно

$$A \wedge (B \vee \neg B) = A \wedge 1 = A.$$

Пример 2. Упростить логическое выражение:

$$\overline{x \vee y} \cdot (x \cdot \bar{y}) = \bar{x} \cdot \bar{y} \cdot (x \cdot \bar{y}) = \bar{x} \cdot x \cdot \bar{y} \cdot \bar{y} = 0 \cdot \bar{y} \cdot \bar{y} = 0 \cdot \bar{y} = 0$$

$$\overline{X \vee Y} = \bar{X} \wedge \bar{Y} \leftarrow \text{По закону де Моргана}$$

$$\bar{X} \wedge X = 0 \leftarrow \text{По закону непротиворечия}$$

$$\bar{Y} \wedge \bar{Y} = \bar{Y} \leftarrow \text{По закону идемпотентности}$$

Пример 3. Упростить логическое выражение:

$$\bar{x} \cdot y \vee \overline{x \vee y} \vee x = \bar{x} \cdot y \vee \bar{x} \cdot \bar{y} \vee x = \bar{x} \cdot (y \vee \bar{y}) \vee x = \bar{x} \vee x = 1$$

(применяется правило де Моргана, выносятся за скобки общий множитель, используется правило операций переменной с её инверсией)

$$\overline{x \vee y} = \bar{y} \cdot \bar{x} \quad \text{правило де Моргана}$$

Пример 4.

■ Найдите X , если $\overline{X \vee A \vee X \vee \bar{A}} = B$

■ По закону де Моргана

не(А или В) = не А и не В
не(А и В) = не А или не В

$$(\bar{X} \& \bar{A}) \vee (\bar{X} \& A) = \bar{X} \& (\bar{A} \vee A) =$$

$$\bar{X} \& 1 = \bar{X} = B$$

Пример 5. Упростить логическое выражение:

$$(A \vee B \vee C) \& \overline{A \vee \bar{B} \vee C}$$

- Правильность упрощения проверьте с помощью таблиц истинности для исходного и полученного логического выражения.

- Согласно закону общей инверсии для логического сложения (первому закону Моргана) и закону двойного отрицания:

$$=(A \vee B \vee C) \& (\bar{A} \& B \& \bar{C})$$

- Согласно распределительному (дистрибутивному) закону для логического сложения:

$$(A \vee B \vee C) \wedge \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} =$$

$$= A \wedge \bar{A} \wedge B \wedge C \vee B \wedge \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C} \vee C \wedge \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}$$

По закону
непротиворечия

По закону
идемпотентности

По закону
непротиворечия

$$= \bar{A} \wedge B \wedge \bar{C}$$

Самостоятельная работа

Упростите логические выражения с учетом правильной последовательности выполнения логических операций:

а) $(A \vee \neg A) \wedge B$

б) $A \wedge (A \vee B) \wedge (C \vee \neg B)$

в) $A \vee \neg A \wedge B$

г) $A \wedge B \vee A \wedge \neg B$

д) $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B)$

е) $A \wedge \neg B \vee B \wedge C \vee \neg A \wedge \neg B$